UNIVERSITÀ DI TORINO
CENTRO DI STUDI PER LA STORIA DELL'UNIVERSITÀ

STUDI E FONTI
XVI

PEANO E LA SUA SCUOLA
FRA MATEMATICA, LOGICA E INTERLINGUA

ATTI DEL CONGRESSO INTERNAZIONALE DI STUDI
(TORINO, 6-7 OTTOBRE 2008)

a cura di
CLARA SILVIA ROERO

DEPUTAZIONE SUBALPINA DI STORIA PATRIA
TORINO - PALAZZO CARIGNANO
2009

STUDI E FONTI
PER LA STORIA DELLA
UNIVERSITÀ DI TORINO

XVII

DEPUTAZIONE SUBALPINA
DI STORIA PATRIA

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI
DI TORINO

PEANO E LA SUA SCUOLA
FRA MATEMATICA, LOGICA E INTERLINGUA

ATTI DEL CONGRESSO INTERNAZIONALE DI STUDI
(TORINO, 6-7 OTTOBRE 2008)

a cura di
CLARA SILVIA ROERO

DEPUTAZIONE SUBALPINA DI STORIA PATRIA
TORINO - PALAZZO CARIGNANO
2010

Prefazione

Nel 2008 cadevano due anniversari importanti per la matematica: il 150° della nascita di Giuseppe Peano (era nato in frazione Tetti Galant, a Spinetta presso Cuneo il 27 agosto 1858) e il centenario del suo celeberrimo *Formulario di Matematica*, che nel 1908 apparve nell'edizione definitiva, redatta in *latino sine flexione*, la lingua internazionale da lui scelta per diffondere la cultura scientifica. È stata questa l'occasione per celebrare degnamente il grande matematico piemontese con una serie di eventi scientifici di rilevanza internazionale (due Convegni e tre mostre). Tra questi, il Congresso *Giuseppe Peano e la sua Scuola fra Matematica, Logica e Interlingua*, tenutosi il 6-7 ottobre 2008 presso l'Archivio di Stato di Torino, sotto l'alto patronato del Presidente della Repubblica e con il patrocinio dell'Accademia Nazionale dei Lincei e dell'Istituto Lombardo, Accademia di Scienze Lettere e Arti, di cui Peano era socio. Il Congresso è stato promosso e organizzato [1] dal Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino, in collaborazione con la Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali, l'Accademia delle Scienze di Torino, il Centro di Studi per la Storia dell'Università, la Società Italiana di Storia delle Matematiche e l'Assessorato per la cultura del Comune di Cuneo, grazie al lavoro di preparazione di un Comitato Scientifico costituito dai professori Ettore Casari, Livia Giacardi, Gabriele Lolli, Enrico Pasini, Fabrizio Pennacchietti, Clara Silvia Roero, ma soprattutto grazie al contributo gigantesco sul pia-

[1] Comitato organizzatore dei Convegni per le Celebrazioni di Peano: Livia Giacardi, Erika Luciano, Sandro Caparrini, Marilena Cavaglià, Franco Pastrone.

no scientifico ed organizzativo compiuto da quest'ultima e dalla sua collaboratrice indefessa, Erika Luciano.

Il Convegno ha visto la partecipazione di illustri studiosi italiani e stranieri come relatori e di un pubblico scelto di matematici, logici, linguisti, storici della matematica e della filosofia, e molti insegnanti delle scuole piemontesi.

Esso ha approfondito alcune tematiche che caratterizzano la figura di Giuseppe Peano e le peculiarità delle ricerche svolte nella sua Scuola.

Peano infatti non fu solo un ricercatore di primo ordine in campi diversi della matematica, dall'Analisi alla Geometria, alla Logica (allora nascente), all'Algebra (anch'essa agli esordi), al Calcolo Numerico, alla Storia della matematica, in ciascuno dei quali lasciò acute scoperte e fulminanti anticipazioni. Egli fu anche uno studioso di discipline apparentemente lontane dalle scienze matematiche, come la Linguistica, la Semiotica, la Glottologia e la Filologia, che il suo genio seppe spesso abbracciare con metodo scientifico, mettendone in luce le sottostanti strutture logico-matematiche, e dimostrandosi, anche in questo, precursore di idee di là da venire.

In queste svariate branche del sapere Peano avviò alla ricerca molti giovani studiosi, alcuni dei quali brillarono a loro volta per il livello dei risultati raggiunti nei loro studi e nelle loro attività: basti citare Mario Pieri, Alessandro Padoa, Giovanni Vailati, Cesare Burali-Forti, Giovanni Vacca, Tommaso Boggio, Rodolfo Bettazzi e altri ancora, che questo spazio non permette qui di ricordare adeguatamente.

Il Convegno affronta esplicitamente queste tematiche, con l'obiettivo di mettere in luce proprio le peculiarità delle ricerche nella Scuola di Peano sopra accennate: si va infatti da relazioni su problemi matematici legati a importanti scoperte del Nostro, a quelle che trattano i lavori suoi e dei suoi collaboratori sull'interlingua e sul lessico matematico, a contributi sui progetti scientifici sviluppati dai suoi allievi più importanti.

È stato inoltre messo in luce il rilievo che Peano ebbe nelle comunità matematiche non italiane, ad esempio in quella russa, cui non corrispose sempre un equivalente riconoscimen-

to in patria, conformemente a come ammonisce un vecchio adagio latino. In Italia, infatti, per una serie di motivi concomitanti, alcuni dei quali sono stati affrontati nel Convegno, per un lungo periodo scese il silenzio su Peano e sulla sua Scuola. In certi casi, addirittura, la sua figura fu presentata da alcuni colleghi in forma estremamente negativa. Eppure il suo nome era citato in moltissimi importanti lavori scientifici e compariva (e compare ancora oggi) in tutti i libri di logica stranieri, per i suoi celebri assiomi dell'aritmetica. Gli assiomi di Peano sono infatti noti con l'acronimo PA (Peano Axioms), in una forma cioè che ne sancisce il rilievo e la familiarità per ogni studioso.

Il volume, *last but not least*, è corredato da una disamina precisa e assai significativa della biografia e delle pubblicazioni di tutti i suoi allievi e collaboratori a Torino. Qui è evidenziata un'ulteriore peculiarità della Scuola di Peano, vale a dire il suo contributo alla formazione dei futuri insegnanti di matematica, cui egli si dedicò fino agli ultimi giorni della sua vita.

Questo Convegno e gli altri eventi che si sono svolti a Torino e a Cuneo per illustrare l'importanza del Nostro, nell'anno delle *Celebrazioni Peaniane*, rendono finalmente giustizia alla sua figura di scienziato e di uomo.

È un onore che gran parte di questi siano stati promossi dal Dipartimento di Matematica dell'Ateneo torinese, dove egli svolse la sua carriera di professore e di ricercatore. Proprio in occasione delle Celebrazioni il Dipartimento ne ha assunto il nome, come ricorda la targa all'ingresso di Via Carlo Alberto 10, inaugurata il 16 settembre 2008 alla presenza del Rettore e dei colleghi.

Torino, 16 dicembre 2009

FERDINANDO ARZARELLO
Direttore del Dipartimento di Matematica 'G. Peano'

ALBERTO CONTE
Preside della Facoltà di Scienze MFN, Università di Torino

Abbreviazioni e Sigle

Acc. Lincei	Accademia dei Lincei, Roma
Acc. Sci. Torino	Accademia delle Scienze di Torino
A.p.I.	*Academia pro Interlingua*
ASPoli Torino	Archivio Storico del Politecnico di Torino
ASU Torino	Archivio Storico dell'Università di Torino
AGM	Archivio Geymonat Milano, Museo Civico di Storia Naturale, Milano
AVM	Archivio G. Vailati, BDF, Università Statale di Milano
BC Cuneo	Biblioteca Civica di Cuneo
BC Piacenza	Biblioteca Civica Passerini Landi di Piacenza
BDF Milano	Biblioteca del Dipartimento di Filosofia, Università di Milano
BDM Milano	Biblioteca del Dipartimento di Matematica, Università di Milano
BDM Napoli	Biblioteca del Dipartimento di Matematica, Università di Napoli
BDM Parma	Biblioteca del Dipartimento di Matematica, Università di Parma
BDM Roma	Biblioteca del Dipartimento di Matematica, Università di Roma 1
BN Torino	Biblioteca Nazionale Universitaria, Torino
BSM Torino	Biblioteca Speciale di Matematica, DM Torino
BU Genova	Biblioteca Universitaria di Genova
DBI	Dizionario Biografico degli Italiani
DM Torino	Dipartimento di Matematica G. Peano, Università di Torino
DSB	Dictionary of Scientific Biography, New York, C. Scribner's sons
DSP Torino	Deputazione Subalpina di Storia Patria, Torino
EV	*G. Vailati, Epistolario 1891-1909*, a cura di G. Lanaro, Torino, Einaudi, 1971
HGA 3	D. Hilbert, *Gesammelte Abhandlungen*, vol. 3, Berlin, Springer, 1935

RdM	Rivista di Matematica, Revue de Mathématiques, Revista de Mathématica, Torino, Bocca, 8 voll., 1891-1906
RMM	Revue de Métaphysique et de Morale
Rec.:	Recensione
S.&V.	Schola et Vita, Milano, 13 voll., 1926-1938
SIPS	Società Italiana per il Progresso delle Scienze
UMI	Unione Matematica Italiana
WB	G. Frege, *Wissenschaftlicher Briefwechsel*, hrsg. G. Gabriel et al., Hamburg, Meiner, 1976

Fondo Peano-Gliozzi	Fondo di mss, estratti, volumi e lettere, provenienti dall'A.p.I., dono della famiglia Gliozzi, ora in BSM Torino.
Fondo Peano-Vacca	Fondo di mss, estratti, volumi e lettere, già di proprietà della famiglia Vacca, ora in BSM Torino.
Fondo Peano-Mastropaolo	Fondo di mss, lettere, opuscoli, dizionari, riviste, dono della famiglia Mastropaolo, ora in BSM Torino.
Fondo Mastropaolo-Canesi	Corrispondenza G. Canesi-N. Mastropaolo, dono di V. Mastropaolo, ora in BSM Torino.
L'Archivio G. Peano	cd-rom (a cura di C.S. Roero, N. Nervo, T. Armano), Torino, DM Torino, 2002, 2008[2].
Lascito Peano	Archivio di manoscritti, estratti, volumi, corrispondenze, in BC Cuneo.

I riferimenti bibliografici a pubblicazioni di esponenti della Scuola di Peano seguono le sigle indicate negli Elenchi, in calce ai profili.

Erika Luciano, Clara Silvia Roero *

La Scuola di Giuseppe Peano

Lungo tutto l'arco della sua vita universitaria, dal 1880 al 1932, Peano amò circondarsi di allievi, assistenti, colleghi e insegnanti, cui chiedeva di prendere parte alle iniziative culturali o di ricerca che egli stava realizzando: la *Rivista di Matematica*, il *Formulario*, il *Dizionario di Matematica*, le Conferenze Matematiche Torinesi, l'Academia pro Interlingua e il periodico *Schola et Vita.* Non stupisce dunque che fin dagli anni Novanta dell'Ottocento alcuni contemporanei, in lettere private o in sede di congressi internazionali e in articoli, facessero esplicitamente riferimento ad un preciso gruppo di ricercatori, qualificandolo come la 'Scuola italiana' o la 'Scuola di Peano'. Dalle confidenze di G. Castelnuovo a F. Amodeo, ad esempio, sappiamo che nel 1891 la cerchia dei giovani matematici, soprannominata la *Pitareide*, che a Torino soleva riunirsi a discutere all'American Bar, si era frantumata in due compagini,

* *Desideriamo ringraziare Paola Novaria, Laura Garbolino, Giuseppe Semeraro, Margherita Bongiovanni, Giuliano Moreschi, Stefania Chiavero e Francesco Barbieri che in vario modo hanno facilitato le nostre ricerche archivistiche e bibliografiche. Un grazie particolare rivolgiamo a Daniela Steila per l'aiuto con le fonti russe e Ettore Casari, Vittoria Mastropaolo, Roberto Vacca, Alessandra e Ferdinando Gliozzi, la famiglia Bernardi e la famiglia Chinaglia per i materiali e le fonti iconografiche a noi trasmesse.*

« l'una presieduta da Segre, l'altra da Peano » [1]. Inoltre, pur non servendosi del termine 'scuola', lo stesso Peano, scrivendo a Felix Klein nel 1894 a proposito del *Formulario*, affermava di essere « lieto di avere la collaborazione di alcuni colleghi, e di parecchi giovani laureati da poco, che con ardore si sono assunte le varie parti » [2].

È tuttavia soprattutto a partire dal Congresso di filosofia di Parigi del 1900, con i contatti intercorsi fra Louis Couturat, Peano, Mario Pieri, Alessandro Padoa, Rodolfo Bettazzi, Giovanni Vacca, Giovanni Vailati e Cesare Burali-Forti[3], che que-

[1] F. PALLADINO, N. PALLADINO (a cura di), *Dalla moderna geometria alla nuova geometria italiana. Viaggiando per Napoli, Torino e dintorni*, Firenze, Olschki, 2006, p. 283.

[2] G. Peano a F. Klein, 25.8.1894, in E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Giuseppe Peano Matematico e Maestro*, Torino, DM Torino, 2008, p. 92.

[3] Cfr. L. Couturat a M. Pieri, 15.6.1899, in G. ARRIGHI (a cura di), *Lettere a Mario Pieri (1884-1913)*, Quaderni Pristem, N. 6, Milano, Università Bocconi, 1997, p. 42: « Très occupé en ce moment, je ne puis que vous remercier bien vivement de l'envoi de vos deux brochures, en attendant que je puisse les lire. Je le ferai avec d'autant plus de plaisir que j'ai lu avec beaucoup d'intérêt votre article Géométrie projective dans RdM, t. VI, n° 1. Je tâcherai de tirer profit de vos travaux et de les faire connaître au public français, comme tous de l'école italienne pour qui j'ai autant d'admiration que de sympathie »; L. Couturat a Peano, 17.7.1900, in E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Giuseppe Peano-Louis Couturat. Carteggio (1896-1914)*, Firenze, Olschki, 2005, p. 37: « J'ai le plaisir de vous annoncer que, outre les mémoires déjà promis par M.M. Padoa, Pieri, Vailati, j'ai obtenu de M. Burali-Forti un mémoire sur les diverses définitions du nombre entier et du nombre réel. Plusieurs de ces auteurs vous citent comme leur maître. Vous voyez que l'école italienne sera bien représentée dans la Section III (comme dans les autres par M.M. Cantoni, Chiappelli, Groppali); mais elle ne serait pas complète sans la présence et la collaboration effective d'un de ses chefs »; L. Couturat a M. Pieri, 8.2.1901, in ARRIGHI 1997 cit., p. 45: « Je vous envoie les épreuves de votre mémoire, dont le manuscrit a dû vous être rendu par M. Padoa. Je vous prie de le comparer à la traduction pour vérifier l'exactitude de celle-ci. [...] J'ai fait adopter pour ce volume (par exception) l'ordre logique (au lieu de l'ordre alphabétique), et cela, je puis le dire, surtout pour pouvoir réunir les 4 mémoires de l'école italienne, et faire ressortir leur enchaînement. C'est dans cette intention que je vous propose deux renvois aux mémoires de MM. Burali-Forti et Padoa (qui précéderont immédiatement le votre, avec celui de M. Peano) ».

sta denominazione nelle prime decadi del Novecento si diffuse in ambito internazionale, finendo per cristallizzarsi successivamente nelle dichiarazioni di U. Cassina, C. Burali-Forti, A. Padoa, S. Catania e G. Vacca.

Ad esempio nel 1904, l'americano James Pierpont così si esprimeva:

« A flourishing young school of Mathematical logic has recently grown up in Italy, under the influence of Peano. They have investigated with marked success the foundations on analysis and geometry, and have in particular endeavoured to show the non-contradictoriness of the axioms of our number system by making them depend on the axioms of logic, which axioms we must admit in order to reason at all. » [4].

Nel gennaio del 1905 B. Russell sottolineava a Couturat l'importanza di poter contare, come Peano, su una Scuola per diffondere le nuove teorie logiche [5], e nel 1907, nella sua tesi all'Università di Odessa, Veniamin F. Kagan si riferiva ad una Scuola di matematici italiani studiosi del problema dei fondamenti della geometria, a capo dei quali si trovava Peano [6].

Echi simili costellarono conferenze internazionali e nazionali, come per esempio quelle di V. Volterra nel 1908 e di F. Severi nel 1928:

« E presero gli studi stessi doppia direzione fra noi: l'una condusse l'Ascoli, l'Arzelà ed altri a ricerche concrete sopra le serie, i limiti e la teoria delle funzioni; l'altra mirò, col Peano e colla scuola che eb-

[4] J. Pierpont, *The history of Mathematics in the Nineteenth Century*, American Mathematical Society, 11, 1904, p. 147.

[5] B. Russell a L. Couturat, 1.1.1905, in A.-F. Schmid (a cura di), *Bertrand Russell Correspondance sur la philosophie, la logique et la politique avec Louis Couturat (1897-1913)*, Paris, Kimé, 2001, pp. 461-462: "Je crois que, pour répandre la logique symbolique, il faut, comme Peano, occuper une chaire et fonder une école. C'est comme cela que les idées nouvelles en philosophie se sont généralement répandues". Cfr. anche B. Russell, *Mathematics and the Metaphysicians, Mysticism and Logic*, London, Allen-Unwin, 1917, trad. it. a cura di L. Pavolini, Milano, Longanesi, 1964, pp. 103-104.

[6] Cfr. l'articolo di S. Demidov in questo volume, p. 232.

be l'impulso da lui, a dare una base sempre più solida ai concetti fondamentali, si fuse con quelle dottrine che approfondivano la critica dei postulati e si spinse di giorno in giorno in regioni sempre più astratte, acquistando un carattere vieppiù filosofico » [7].

« L'indirizzo critico ha culminato in Italia col Peano e colla sua scuola (Vailati, Vacca, Burali-Forti, Pieri, Padoa, ecc.) » [8].

Il primo biografo a pronunciarsi sulla costituzione della Scuola di Peano fu Cassina che nel 1928, in occasione del settantesimo compleanno del Maestro, parlava di una « Schola peaniano de primo periodo », cui sarebbero afferiti Burali-Forti, Boggio e Pieri, e di una « schola logico-mathematico de Peano », i cui membri erano gli italiani Burali-Forti, Vailati, Pieri, Padoa e Vacca e gli inglesi A.N. Whitehead e B. Russell. A questi nomi egli accostava pure quelli del francese Couturat e degli americani E.H. Moore, O. Veblen ed E. Huntington [9]. Nel 1932, nel fascicolo di *Schola et Vita* listato a lutto, Cassina elencava poi in ordine cronologico ben 45 autori italiani che avrebbero fatto parte della Scuola di Peano, i cui scritti « su ispirazione diretta del Maestro - egli affermava - devono essere esaminati per comprendere in modo completo la sua opera » [10]. Quest'elenco fu infine ripreso nella biografia di Peano, a cura di H.C. Kennedy [11], ma sia Cassina, sia Kennedy, non si soffermarono sul significato di appartenenza a quella Scuola, né sulle sue caratteristiche, né tanto meno sugli esiti culturali che essa ebbe in Italia e all'estero.

Parlare di una 'scuola matematica' nel senso classico del termine è del resto improprio, se non si precisa quale ruolo

[7] V. VOLTERRA, *Le matematiche in Italia nella seconda metà del secolo XIX*, in *Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici (Roma 1908)*, vol. 1, Roma, Tip. R. Accad. Lincei, 1909, p. 62.

[8] F. SEVERI, *Moderni indirizzi nelle matematiche*, in *Atti della SIPS, XVII riunione, Torino 1928,* Roma, SIPS, 1929, p. 93.

[9] CASSINA 1928e, pp. 9, 11.

[10] CASSINA 1932f, p. 124.

[11] H.C. KENNEDY, *Peano. Storia di un matematico*, Torino, Boringhieri, 1983, p. 251.

svolse Peano nei confronti dei suoi allievi, assistenti, colleghi e collaboratori, quali sfumature di rapporti si verificarono tra il periodo giovanile, quello della maturità e quello della senilità, quali furono i criteri di scelta dei suoi assistenti e dei suoi collaboratori nel corso del tempo, quali mutue relazioni si instaurarono fra i membri del gruppo, quali obiettivi si prefissero i vari esponenti e quali fattori esterni di tipo politico, culturale, accademico, ecc. interagirono, ...

L'*equipe* dei collaboratori di Peano era in effetti eterogenea sotto numerosi punti di vista, ed anomala rispetto ad altre 'scuole matematiche' contemporanee, come ad esempio quelle di F. Klein, D. Hilbert, C. Segre, L. Cremona, V. Volterra, F. Enriques, F. Severi, ecc. [12]. Le differenze si riscontrano su molti versanti, fra cui si possono citare quelli della formazione,

[12] Sul tema delle Scuole Matematiche cfr. P. MANCOSU, *Mathematical Style*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2009 (nel sito http://plato.standford.edu); D. ROWE, *'Jewish Mathematics' at Gottingen in the Era of Felix Klein*, Isis, 77, 1986, pp. 422-449; *Mathematical Schools, Communities, and Networks*, in M.J. NYE (ed.), *Cambridge History of Science*, vol. 5, *Modern Physical and Mathematical Sciences*, Cambridge, CUP, 2003, pp. 113-132; *Making Mathematics in an Oral Culture: Göttingen in the Era of Klein and Hilbert*, Science in Context, 17, 2004, pp. 85-129; L. CORRY, *Introduction,* Science in Context, 17, 2004, pp. 1-22; A. BRIGAGLIA, *The First International Mathematical Community: The Circolo Matematico di Palermo*, in K. PARSHALL, A. RICE (eds.), *Mathematics Unbound: the evolution of an international mathematical research community*, American Mathematical Society, 2002, pp. 179-200; *The creation and persistence of national schools: the case of Italian algebraic geometry*, in U. BOTTAZZINI, A. DAHAN DALMEDICO (eds.), *Changing Images of Mathematics. From the French Revolution to the New Millenium*, London, Routledge, 2001, pp. 187-206; A. BRIGAGLIA, C. CILIBERTO, C. PEDRINI, *The Italian School of Algebraic Geometry and Abel's Legacy* in O.A. LAUDAL, R. PIENE (eds.), *The Legacy of Niels Henrik Abel*, *The Abel Bicentennial, Oslo 2002*, Berlin, Springer, 2004, pp. 295-347; A. BRIGAGLIA, *Due modi diversi di essere caposcuola*, in O. POMPEO FARACOVI (a cura di), *Enriques e Severi. Matematici a confronto nella cultura del Novecento*, Atti del Convegno, Livorno, Agorà, 2004, pp. 51-77; A. BRIGAGLIA, C. CILIBERTO, *Remarks on the relations between the Italian and American schools of algebraic geometry in the first decades of the 20th century*, Historia mathematica, 31, 2004, pp. 310-319.

della dislocazione geografica, dell'appartenenza sociale, di quella professionale, politica e religiosa, della forte presenza femminile, ma soprattutto si manifestano nell'ambito scientifico in senso stretto, sia per la grande varietà di interessi culturali e di indirizzi di ricerca in essa coltivati, che riflette la poliedricità degli studi di Peano fra il 1880 e il 1932, sia per il diverso livello dei risultati raggiunti dai suoi esponenti.

D'altro canto sussistono pure forti elementi atti a caratterizzare la comune identificazione dei collaboratori di Peano in quanto 'appartenenti ad una Scuola': le dichiarazioni esplicite, talora persino enfatiche, di alcuni membri [13], la partecipazione ad imprese collettive, come quelle sopra citate del *Formulario di Matematica* e delle Conferenze Matematiche, le citazioni ricorrenti e reciproche dei lavori scientifici, la difesa ad oltranza di una determinata impostazione di ricerca e di insegnamento, talvolta a scapito dell'apertura verso gli importanti sviluppi ottenuti all'estero e in Italia nei settori della logica matematica, dell'analisi e della fisica matematica [14], ...

Le motivazioni alla base della chiusura e del declino della Scuola di Peano sono state ravvisate da alcuni nell'atteggiamento troppo autoritario o autorevole del Maestro, che avrebbe frenato l'apertura verso le ricerche internazionali. Il con-

[13] Cfr. C. Burali-Forti a G. Vailati, 22.9.1894, in LUCIANO, ROERO 2008 cit., p. 93; PADOA 1902a, pp. 186-187, 1933c, p. 15, 1933g, pp. 82-83; S. CATANIA, *Trattato di Aritmetica ed Algebra*, Catania, Giannotta, 3ª ed., 1910, pp. IX-XVI; CASSINA 1933b, pp. 324, 377; VACCA 1946, pp. 5, 30.

[14] Cfr. H. FREUDENTHAL, *The Main Trends in the Foundations of Geometry in the 19th Century*, in E. NAGEL, P. SUPPES, A. TARSKI (a cura di), *Logic, Methodology, Philosophy of Science - Proceedings of the 1960 International Congress*, Stanford, Stanford Univ. Press, 1962, pp. 613-621; S. BOZZI, C. MANGIONE, *Storia della logica da Boole ai nostri giorni*, Milano, Garzanti, 1993, pp. 460-463 e l'articolo di LUCIANO, in questo volume, pp. 290-307; L. PIZZOCCHERO, *Geometria differenziale* e F. PASTRONE, *Fisica Matematica e Meccanica Razionale* in S. DI SIENO, A. GUERRAGGIO, P. NASTASI (a cura di), *La matematica italiana dopo l'Unità Gli anni tra le due guerre mondiali*, Milano, Marcos y Marcos, 1998, pp. 349-355, 458-459, 466-471.

fronto con la Scuola di Pisa porta ad esempio Giusti e Pepe a sostenere che:

« Betti e Peano rappresentano due maniere differenti di intendere il ruolo del maestro e gli indirizzi della scuola. La prima è caratterizzata dall'apertura: dopo un periodo di formazione, gli allievi vengono messi a contatto con la ricerca matematica internazionale più avanzata, e incoraggiati a costruire da sé stessi un programma di ricerca che senza rinnegare le peculiarità della scuola tenga conto dei diversi punti di vista. La seconda considera gli allievi come una sorta di spigolatori, il cui compito è essenzialmente quello di continuare le loro ricerche nel solco aperto dal maestro, arricchendole di contributi e corollari. Come è ovvio, le due impostazioni sono sempre presenti contemporaneamente in ogni scuola matematica, che partecipa sempre in misura maggiore o minore di ambedue. È però il prevalere dell'una o dell'altra, oltre naturalmente al valore degli allievi, che determina la vitalità o l'inaridirsi di un filone di studi: i migliori periodi per la matematica italiana sono stati caratterizzati dall'apertura e dal confronto con la ricerca internazionale; quando è prevalsa la logica della scuola ristretta, anche filoni di ricerca innovativi e promettenti si sono rapidamente esauriti e dispersi in rivoli di scarso rilievo » [15].

Alla luce delle nostre indagini emerge in realtà l'ampia e per certi versi forse "eccessiva" libertà che Peano lasciava ai suoi allievi e collaboratori, sia in ambito scientifico, sia in quello personale e professionale. L'adesione al nucleo di ricerca era spontanea e individuale. Peano non era però un uomo di potere, ed era considerato nella sua cerchia più come una guida, che come un'autorità, i cui ordini andavano rigidamente eseguiti. Proprio questo clima sincretico, tollerante e liberale portava a convivere nello stesso gruppo atei come Burali-Forti e fervidi credenti, come i cattolici Bettazzi e Nassò e l'ebreo Padoa; socialisti come Vacca, Vailati, Mastropaolo e Gliozzi, accanto a fascisti e nazionalisti come Canesi, Burali-Forti e Boggio; ma-

[15] E. Giusti, L. Pepe (a cura di), *La matematica in Italia 1800-1950*, Firenze, Polistampa, 2001, p. 47.

tematici di buon livello come Pieri, Padoa, Vivanti, Fano, Boggio, Bottasso e Cibrario, vicino ad insegnanti, redattori di manuali scolastici e divulgatori, cultori di psicologia, psichiatria, pedagogia e filosofia, come Vailati e Mastropaolo, sinologi come Vacca, linguisti, astronomi, geodeti, fisici, ingegneri, editorialisti, storici, filologi, ecc.

Difficile è perciò sia definire i confini della cosiddetta 'Scuola di Peano', sia motivare le cause del suo declino, tenendo conto del fatto che fin dai suoi esordi l'*equipe* torinese, o come afferma Freudenthal la 'falange italiana', si era affacciata compatta e incisiva sulla scena internazionale e non aveva poi mantenuto gli stessi *standard* scientifici.

Occorre partire da dati concreti: per questo, in occasione delle Celebrazioni di Peano, abbiamo voluto avviare una prima riflessione, presentando le biografie scientifiche [16] dei collaboratori che vissero ed operarono *a più stretto contatto* con lui, riservandoci l'arduo compito di valutare complessivamente, in successive ricerche, l'impatto dell'azione che la sua Scuola ebbe sulla matematica e sul suo insegnamento in Italia e all'estero. La mole dei documenti (manoscritti, carteggi, articoli, trattati, ...) e l'eterogeneità degli ambiti scientifici non consente infatti, per ora, di tracciare un bilancio definitivo. Nel sito delle Celebrazioni (www.peano2008.unito.it) inseriremo progressivamente gli altri profili dei collaboratori esterni all'area torinese, come Vivanti, Giudice, Cipolla, Catania, Mineo, Maccaferri, Couturat, Jourdain, Stamm, Dickstein, ...

Auspichiamo che, accanto agli interventi di tanti studiosi che hanno partecipato a questo congresso, ciò contribuisca ad accendere i riflettori su un aspetto storiografico finora poco esplorato.

[16] I profili biografici sono corredati dall'Elenco delle pubblicazioni e dalle Fonti archivistiche e bibliografiche finora reperite.

ENRICO NOVARESE

1858 - 1892

Nato a Novara il 15 giugno 1858 da Luigi, dopo aver compiuto gli studi superiori all'Istituto tecnico di Torino, nel 1875 Enrico Novarese si iscrisse al corso di laurea in Matematica dell'Università, che terminò il 20 luglio 1881, discutendo una tesi di meccanica, intitolata *Saggio di applicazione della teoria delle funzioni ellittiche al moto di un punto attratto da un centro fisso secondo la legge Newtoniana.*

Nominato professore di Meccanica razionale alla R. Accademia militare di Torino, svolse il compito di assistente di questa disciplina anche all'Università, facendosi apprezzare per le sue doti di chiarezza e rigore.

Gli articoli da lui editi riguardano temi di analisi, di aritmetica, di statica e di cinematica. Esordì nel 1882 con due lavori sulle funzioni ellittiche, probabilmente collegati alla sua tesi di laurea.

Coetaneo di Peano, fu invitato da quest'ultimo ad essere uno dei fondatori della *Rivista di Matematica*, insieme a Filiberto Castellano, Francesco Porta e Francesco Porro. Al periodico collaborò attivamente e sulle sue pagine pubblicò il necrologio della matematica Sofia Kowalevski e una nota didattica sulla definizione della velocità di un punto, nella quale passava in rassegna le definizioni di questo concetto, presenti nei trattati di Meccanica di H. Resal, J. Somoff, P.G. Tait, W.J. Steele, W. Schell, D. Padelletti, O. Rausenberger e S.D. Poisson. Novarese terminò il suo articolo con il seguente invito:

« Concludendo domandiamo: la velocità di un punto mobile è un numero od è un segmento? O, a dir meglio, è preferibile, in Cinematica, definirla come un numero o come un segmento? E, in Meccanica, è dessa da considerarsi né più né meno che in Cinematica, ovvero come qualche cosa di connesso colle proprietà che si attribuiscono al punto materiale? [la *Rivista di Matematica* accoglierà con piacere le comunicazioni che si vorranno inviarle in risposta a questi quesiti. *N. della R.*] » [1].

L'appello fu accolto da G.M. Testi, che sul primo volume della stessa *Rivista* pubblicò la nota *Sulla definizione di velocità di un punto* (1, 1891, pp. 78-84).

[1] Novarese 1891, p. 14.

Novarese morì prematuramente a Torino il 14 gennaio 1892 e Peano ne scrisse il necrologio sulla sua *Rivista di Matematica.*

Elenco delle pubblicazioni

1882a *Intorno alla multiplicazione delle funzioni ellittiche*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 17, 1882, pp. 723-739.

1882b *Intorno ad alcune formole di Hermite per l'addizione delle funzioni ellittiche*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 17, 1882, pp. 607-625.

1884 *Sulle accelerazioni nel moto di una figura piana nel proprio piano*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 19, 1884, pp. 661-663.

1886a *Di una analogia fra la teorica delle velocità e la teorica delle forze*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 21, 1886, pp. 900-911.

1886b *Note sur les nombres parfaits*, Jornal de sciencias matemáticas e astronómicas (Teixeira), 8, 1886, pp. 11-16.

1886c *Sur une propriété du paraboloïde hyperbolique*, Mathesis, 6, 1886, pp. 75-76.

1887 *Sopra una trasformazione delle equazioni d'equilibrio delle curve funicolari*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 22, 1887, pp. 801-808.

1888 *Proprietà stereometriche dei sistemi di forze*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, s. 2, 21, 1888, pp. 575-579.

1889 *Studio sull'accelerazione di ordine n nel moto di una retta*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 24, 1889, pp. 400-410.

1890 *Sull'accelerazione di second'ordine nel moto rotatorio intorno a un punto*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 26, 1890, pp. 302-309.

1891a *Sulla definizione della velocità di un punto*, RdM, 1, 1891, pp. 12-14.

1891b *Sofia Kowalevski*, RdM, 1, 1891, pp. 21-22.

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN 1877-78* (1), IX A 114, n° matr. 99, p. 213. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 24.2.1880 al 31.10.1882*, XD 191, p. 28 (votazione 15/18).

Fonti bibliografiche

G. Peano 1892f, *Enrico Novarese*, RdM, 2, 1892, p. 35; G. F. Tricomi, *Matematici italiani del primo secolo dello stato unitario*, Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino, Classe di Scienze FMN, s. 4, 1, 1962, p. 79.

FILIBERTO CASTELLANO

1860 - 1919

Nato nel 1860 a Pietra Marazzi (Al) da Giacomo, Filiberto Castellano frequentò il Liceo di Alessandria e nel novembre del 1877 si iscrisse al corso di studi in Matematica dell'Università di Torino, che frequentò con buoni esiti, ottenendo per due anni la menzione onorevole nel concorso ai premi di studio Balbo, Bricco e Martini. Si laureò il 5 novembre 1881 discutendo una tesi di Geometria superiore. Nel 1886-87 fu assistente supplente, al posto di Gino Loria, sulla cattedra di Algebra complementare e Geometria analitica ed assistente di Peano sulla cattedra di Calcolo infinitesimale negli a.a. 1890-91 e 1891-92. Castellano presentò anche domanda di libera docenza in Meccanica razionale all'Università di Torino nel 1894, ma successivamente la ritirò. Dal 1892 fu assunto come docente di Meccanica razionale all'Accademia Militare di Torino e tenne questo insegnamento fino alla morte prematura, avvenuta a Torino il 24 gennaio 1919.

L'attività di ricerca di Castellano si dipanò interamente a contatto con Peano, che ne influenzò sia i temi di studio, sia l'impostazione didattica. Insieme a Cesare Burali-Forti, Tommaso Boggio, Matteo Bottasso e Roberto Marcolongo, fu uno dei più attivi cultori in Italia del calcolo vettoriale, cui dedicò numerosi articoli. La principale pubblicazione di Castellano è costituita dal trattato di *Lezioni di Meccanica razionale* (1894), frutto del suo corso nell'Accademia militare. Si tratta del primo testo di Meccanica razionale, in lingua italiana, dove i vettori sono usati sistematicamente nell'esposizione della cinematica, della statica, della dinamica del punto materiale e della meccanica dei sistemi materiali. Questa nuova metodologia riprendeva e migliorava la tradizione didattica avviata all'estero nei trattati di Paul Appell, Emil Budde, Wilhelm Schell, Henri Resal e Joseph Somoff e, come affermò Peano, richiese a Castellano di « rifondere tutte le dimostrazioni, anche per metterle d'accordo cogli attuali metodi rigorosi del Calcolo infinitesimale, su cui la Meccanica si fonda » (G. Peano, 1919a, p. 62). Proprio per il loro taglio fortemente innovativo le *Lezioni di Meccanica razionale* furono riedite nel 1911. Peano ne lodò diffusamente e in più circostanze l'esposizione chiara, semplice e precisa, sottolineando come (G. Peano, 1919a, pp. 62-63):

« il metodo dei vettori incontrò dapprima l'opposizione dei misoneisti, poi seguì il suo cammino trionfale. Il Castellano poté ancora vedere questo metodo adottato in quasi tutte le università d'Italia ed il suo libro citato come primo della schiera, nel trattato di Meccanica razionale del prof. Marcolongo (2ª ediz., 1917, pag. VII) ».

Castellano collaborò con Peano nelle iniziative editoriali da lui patrocinate: la *Rivista di Matematica* e il *Formulario*. Della prima fu uno dei fondatori nel 1891 e sulle sue pagine apparvero vari suoi articoli e recensioni. Per quanto concerne il *Formulario*, Castellano curò insieme al maestro il capitolo relativo alle operazioni algebriche per la prima edizione del 1895 e, negli anni seguenti, rinnovò la sua partecipazione apportando aggiunte e correzioni, per lo più inerenti le proposizioni sulla teoria dei vettori (cfr. G. Peano, 1903f, pp. 253-259).

Il forte interesse di Castellano per la didattica lo portò inoltre a pubblicare sul *Periodico di Matematiche* alcuni lavori sui concetti fondamentali della Meccanica, a presenziare ai congressi degli insegnanti di Milano (1905) e di (Torino) e a partecipare alle attività della Mathesis. Membro effettivo del Comitato direttivo di questa associazione negli anni 1898-1900 e nel 1902-1906, egli rassegnò le sue dimissioni nel 1907, insieme a Rodolfo Bettazzi e a Cesare Burali-Forti, a causa della scelta di accogliere nella Mathesis tutti i cultori della matematica. Castellano fu coinvolto a pieno titolo anche nell'esperienza delle *Conferenze Matematiche Torinesi*, indette da Peano, Boggio e Bottasso presso l'Università di Torino a partire dal 1914-15. In più circostanze egli vi intervenne come relatore: il 27 febbraio 1915 illustrò l'interpretazione operatoriale dei numeri complessi; il 18 marzo 1916 affrontò il tema delle *Applicazioni della teoria del moto piano a questioni di Geometria elementare*, fornendone dimostrazioni con i vettori ed altri metodi elementari. Partecipò infine alle conferenze del 28 aprile e 26 maggio 1917, convocate allo scopo di creare un'edizione italiana delle tavole logaritmiche e contribuì con le sue osservazioni ad ampliare una ricerca di Virginia Vesin sui prodotti approssimati.

Come Peano, Castellano possedeva una casa a Cavoretto e si occupava dei problemi del locale Patronato scolastico, oltre ad essere impegnato in attività di sostegno a favore dei comitati pro-soldati e pro-profughi.

Si spense a Torino il 24 gennaio 1919.

Elenco delle pubblicazioni

1891a *Elementi di Algebra ad uso dei licei, istituti tecnici e scuole militari*, Torino, Bona, 1891.

1891b *H. Simon, Costruzioni geometriche senza compasso (Geometrische konstructionen ohne Zirkel..., a. 1891)*, RdM, 1, 1891, pp. 122-123.

1892a *Alcune applicazioni cinematiche nella teoria dei vettori*, RdM, 2, 1892, pp. 19-31.

1892b *Soluzione della questione VII*, RdM, 2, 1892, pp. 82-84.

1893a *Alcune proprietà delle accelerazioni d'ordine qualunque nel moto di una figura piana nel suo piano*, RdM, 3, 1893, pp. 23-27.

1893b *M. Chini, Esercizi di calcolo infinitesimale, Livorno, Giusti*, RdM, 3, 1893, pp. 181-182.

1894a *Lezioni di Meccanica razionale*, Torino, Cassone, 1ª ed. 1894, 2ª ed. 1911.

1894b *Applicazioni della teoria dei vettori al moto centrale di un punto, ed alla risoluzione dei problemi relativi*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 29, 1893-94, pp. 80-87.

1894c *Il complesso delle accelerazioni d'ordine qualunque di punti di un corpo in movimento*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 29, 1893-94, pp. 306-325.

1895 (con Giuseppe Peano), *Opérations algébriques*, F1895, 1895f, pp. 8-21.

1901a *Alcune identità*, RdM, 7, 1900-01, p. 58.

1901b (con A. Arbicone, T. Boggio, E. Cantoni, G. Peano, G. Vacca), *Additions au Formulaire a. 1901*, RdM, 7, 1901, pp. 173-184.

1904 *Baricentro di un sistema piano di punti con masse immaginarie*, Periodico di Matematica, 1904, 39, pp. 163-185.

1905 *Il birapporto di quattro punti nello spazio con applicazioni alla geometria del tetraedro*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 40, 1904-05, pp. 579-601.

1909 *Sulla definizione del moto « equabile », del moto « equabilmente vario » e della « velocità »*, Periodico di Matematica, 1909, 10, pp. 49-56.

1915 *I numeri complessi considerati come operatori sui vettori di un piano*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 50, 1914-15, pp. 727-736.

1916 *Euclide, il primo libro degli Elementi (trad. Vacca G., prefaz. Festa N.), Sansoni, 1916*, Periodico di Matematica, 1916, 23, pp. 141-142.

1918 *Questioni elementari di massimo e minino*, in F. Gerbaldi, G. Loria (a cura di), *Scritti matematici offerti ad Enrico d'Ovidio*, Torino, Bocca, 1918, pp. 336-341.

1933 *Luce e circolazione*, Ciriè, Capella, 1933.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASUT: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN* 1877-78, n° matr. 128, p. 440; *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 24.2.1880 al 31.10.1882*, XD 191, p. 34: Tesi *Sulle forme invariantive di due binarie degli ordini quattro e due, o quattro e quattro.*

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1878-79, p. 199; 1880-81, p. 172; 1881-82, p. 177; 1882-83, p. 192; 1886-87, p. 95; 1890-91, p. 95; 1891-92, p. 83; 1919-20, pp. 245-246; G. PEANO, *F. Castellano, Lezioni di Meccanica razionale, Torino, 1894*, 1895j, *Conferenze matematiche torinesi*, Bollettino della Mathesis, 7, 1, 1915, pp. 42-44, Bollettino della Mathesis, 8, 1, 1916, pp. 46-47, Bollettino della Mathesis, 9, 1, 1917, pp. 35-41, *Filiberto Castellano, Lezioni di meccanica razionale, Seconda edizione. Torino 1911*, 1912i; *Filiberto Castellano*, 1919a; H. C. KENNEDY, *Peano storia di un matematico*, Torino, Boringhieri, 1983, pp. 124-125; L. GIACARDI, C. S. ROERO, *Dal compasso al computer*, Torino, 1996, pp. 8-39; E. A. MARCHISOTTO, J. T. SMITH, *The Legacy of Mario Pieri in Geometry and Arithmetic*, Boston, Birkhäuser, 2007, p. 71.

MARIO PIERI

1860 - 1913

Nato a Lucca il 22 giugno 1860 da Pellegrino ed Erminia Luporini, Mario Pieri compì gli studi secondari nel R. Istituto Tecnico di Bologna, dove fu allievo del fisico Augusto Righi. Nel 1881 si iscrisse al corso di laurea in Matematica dell'Ateneo di questa città ma, dopo aver frequentato il primo anno, si trasferì alla Scuola Normale Superiore di Pisa, dove ebbe come docenti, tra gli altri, Riccardo De Paolis e Ulisse Dini. Conseguì la laurea il 27 giugno 1884, discutendo la tesi *Sulle singolarità della Jacobiana di Quattro, di Tre, e di Due Superficie*, diretta da Luigi Bianchi, e presentando alla Scuola Normale la dissertazione *Studi di Geometria differenziale.* Ottenuta l'abilitazione all'insegnamento nelle scuole secondarie, fu assunto nella Scuola tecnica di Pisa per l'anno 1885-86 e contemporaneamente tenne un ciclo di lezioni sui poliedri regolari e semi-regolari presso la Scuola Normale Superiore.

Risultato vincitore del concorso per un posto di professore di Geometria proiettiva all'Accademia militare di Torino, nel novembre del 1886 si trasferì con la madre e la sorella minore, Virginia, nel capoluogo piemontese, e a partire dal 1888 fu anche assistente del professor Giuseppe Bruno presso la Facoltà di Scienze. Nell'ambiente dell'Accademia militare riallacciò i rapporti con Cesare Burali-Forti, che era stato suo compagno di studi a Pisa, e questi lo introdusse ai metodi e al linguaggio della logica matematica. Conseguita nel 1891 la libera docenza in Geometria proiettiva, dall'a.a. 1891-92 al 1895-96 tenne all'Università corsi di tale disciplina e dal 1897-98 al 1900-01 di Complementi di Geometria.

Nel gennaio del 1900 lasciò Torino, essendo stato nominato, in seguito a concorso, professore straordinario di Geometria proiettiva e descrittiva all'Ateneo di Catania, dove svolse per incarico anche l'insegnamento di Geometria superiore [1]. Il soggiorno di Pieri in questa città fu di fondamentale importanza per il decollo dell'attività scientifica della locale Università e per la diffusione della logica matematica e dei risultati fondazionali della Scuola di Peano, di cui divennero estimatori, fra gli altri, Sebastiano Catania e Michele Cipolla [2].

Nel 1908, su sua richiesta, Pieri ottenne il trasferimento all'Università di Parma, come professore ordinario di Geometria proiettiva e descrittiva, e lì restò con la moglie Angiolina Anastasio di Castroreale fino alla prematura scomparsa nel 1913.

L'eccellente produzione scientifica di Pieri comprende per la quasi totalità pubblicazioni inerenti temi di geometria. Esordì la sua attività di ricerca con studi di geometria differenziale, sotto la guida di Bianchi e, nel primo periodo del suo soggiorno a Torino, si occupò di geometria proiettiva e di geometria algebrica, sotto l'influenza di R. De Paolis e di C. Segre, estendendo in alcuni lavori il principio di corrispondenza a casi non ancora esaminati (1887-1890). Nel 1889,

[1] In occasione del trasferimento di Pieri, Peano si mobilitò affinché egli continuasse ad insegnare a Torino, mediante una nomina ministeriale a professore straordinario, ma il Consiglio di Facoltà non accolse la proposta e decise di affidare temporaneamente l'insegnamento rimasto vacante agli assistenti E. Daniele e G. Scorza, sotto la supervisione di C. Segre. Cfr. ASU Torino, *Verbale dell'adunanza del 5 febbraio 1900 dei Prof. Ordinari della Fac. di Scienze dell'Univ. di Torino*, VII-80, N° 51.

[2] Cfr. l'articolo di A. Brigaglia in questo volume.

su invito di Corrado Segre, curò la traduzione italiana della *Geometrie der Lage* di Georg Karl von Staudt (1889b).

Su temi di geometria enumerativa vertono tre note *Sul problema degli spazi secanti* (1893c, 1894c, 1895b), nella prima delle quali compare la relazione oggi nota come la *Formula di Pieri.*

Agli stessi anni risalgono alcuni scritti di geometria algebrico-proiettiva, sulle trasformazioni razionali dello spazio e sulla geometria della retta. Le ricerche di Pieri in questi settori, molto apprezzate in Italia e all'estero, indussero i curatori dell'edizione francese della *Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften* ad affidargli l'incarico di tradurre e aggiornare l'articolo di Hieronymous G. Zeuthen, *Abzahlende Methoden*, apparso sull'edizione tedesca.

L'influenza dell'ambiente torinese, e soprattutto le ricerche svolte da Peano e da Burali-Forti, suoi colleghi all'Università e all'Accademia militare, produssero a partire dal 1894 un cambiamento radicale negli interessi di Pieri. Egli si volse infatti alla critica degli aspetti fondazionali della matematica e, prendendo le mosse dai sistemi di assiomi di Peano per l'aritmetica e per la geometria di posizione, elaborò un articolato programma di ricerca, mirato alla sistemazione assiomatica dei fondamenti della geometria di posizione, di quella proiettiva degli iperspazi e della geometria proiettiva astratta, sulla base di un ridotto numero di enti primitivi e di postulati.

Le ricerche di Pieri di taglio critico esordirono con la presentazione, da parte di Peano, all'Accademia delle Scienze di Torino, di tre note (1895c) nelle quali egli fondava la geometria proiettiva sugli enti primitivi 'punto', 'retta' e 'segmento' proiettivi, facendo un conveniente uso della logica e della scrittura simbolica. Il numero dei postulati e dei concetti non definiti fu da lui ulteriormente ridotto nell'articolo *Sugli enti primitivi della geometria proiettiva astratta* (1897c), presentato ancora da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino, nel quale la geometria veniva costruita sui due soli enti primitivi: 'punto proiettivo' e 'congiungente due punti proiettivi'.

Questa serie di lavori proseguì, con opportune rielaborazioni e nuove sistemazioni, confluendo infine nella memoria *I principii della geometria di posizione composti in sistema logico deduttivo* (1898a), nella quale Pieri dedusse l'intera geometria proiettiva a partire da due enti primitivi e da un numero ridotto di postulati che, eventualmente scritti in forma ricorrente, si adattavano ai diversi casi corrispondenti al diverso numero di dimensioni dello spazio considerato. I

contributi inseriti in questo saggio, che secondo Peano « costituiscono un'epoca nello studio dei principi della geometria » [3] riscossero l'apprezzamento della comunità matematica internazionale e fornirono a Bertrand Russell le basi per il primo capitolo dell'opera *The Principles of Mathematics* (1903). È opportuno rilevare che, mentre, nelle note precedenti Pieri aveva fatto largo uso dei simboli della logica matematica coniati da Peano, egli li escluse da questa nuova redazione, allo scopo di renderne più agevole la lettura. Alla stessa norma si attenne anche in seguito, nonostante considerasse l'uso del simbolismo una garanzia dell'esattezza dei ragionamenti e uno strumento indispensabile della sua attività di ricerca.

Nel 1899 Pieri rivolse la sua attenzione alle basi della geometria elementare, che Moritz Pasch aveva costruito sui quattro enti primitivi: 'punto', 'segmento', 'piano' e 'congruenza', e Peano sui tre: 'punto', 'segmento' e 'moto'. Nella memoria *Della geometria elementare come sistema ipotetico deduttivo, Monografia del punto e del moto* (1899a) Pieri diede una sistemazione ipotetico-deduttiva, a partire da due enti primitivi, il 'punto' e il 'moto', inteso come rappresentazione di punti in punti, e da venti postulati. Tale costruzione, che opportunamente ripresa avrebbe dovuto essere presentata al Congresso internazionale di Filosofia di Parigi (1900), fu soppiantata nel 1908 da un'ulteriore sistemazione, fondata sulle nozioni di 'punto' e di 'sfera'. Anche in questo caso i contributi di Pieri riscossero il vivo apprezzamento di Peano, che si espresse in questi termini:

« M. Pieri, *Della Geometria elementare come sistema ipotetico deduttivo*, ... reduce ideas non definito in Geometria ad duo: puncto et motu. Omni reductione facto ante et post scripto de Prof. Pieri, contine numero excessivo de ideas non definito » [4].
« Post analysi de principios de Geometria superiore, nostro auctore incipe analysi multo superiore de principios de Geometria elementare. Geometria elementare es objecto de studio ab ultra 23 seculo; ergo es plus difficile de inveni novitates. Et omni perfectionamento habe interesse practico fondamentale, nam in omni schola discipulos stude Geometria elementare. Labore de Pieri habe importantia fundamentale in principios de Geometria... » [5].

[3] PEANO 1915j, *Importanza dei simboli in matematica*, p. 171.
[4] PEANO 1908a, *Formulario Mathematico*, p. 11.
[5] PEANO 1913f, pp. 32, 34.

Negli anni successivi Pieri continuò a sviluppare il suo ambizioso percorso di ricerca, passando ad occuparsi della revisione fondazionale della geometria negli spazi complessi, negli spazi rigati e della geometria delle inversioni. Egli dedicò anche due note ai fondamenti dell'aritmetica (1906c, 1907b), in cui semplificava la teoria di Peano riducendo il numero degli enti primitivi ('numero' e 'successore') e dei postulati. Negli ultimi anni di vita si interessò anche al calcolo vettoriale di C. Burali-Forti e R. Marcolongo, dedicandovi due note (1912a, 1912b).

Oltre che nella scelta dei temi di studio e nell'impostazione dell'attività di ricerca, l'influenza di Peano su Pieri si esplicitò nell'adesione all'impresa editoriale del *Formulario* – cui apportò aggiunte e modifiche nei paragrafi di calcolo vettoriale e di logica – e nella sua collaborazione alla *Rivista di Matematica*, su cui apparvero vari suoi articoli e recensioni di libri di testo di Geometria per la scuola secondaria.

Consapevole del peso culturale del progetto scientifico e metodologico di Peano, Pieri mise più volte in luce, con obiettività di giudizio, la natura, i pregi e i limiti del linguaggio simbolico e della logica matematica. Recensendo ad esempio sul *Periodico di Matematiche* il manuale di *Aritmetica generale ed algebra elementare*, redatto da Peano per gli insegnanti delle scuole secondarie, non esitò a individuare nell'uso massiccio dell'ideografia una delle cause della sua tiepida ricezione:

> « Il maggior contrassegno di originalità vuol essere certo l'uso costante dell'algoritmo logico-matematico invece del discorso ordinario. Non c'è troppo da illudersi sull'accoglienza, che una riforma di questo genere è per trovare in buona parte del pubblico: ché son troppo noti i motivi, tutti umanissimi e spiegabilissimi, i quali hanno fatto in ogni tempo e faranno sempre ostacolo a certe novità, che toccano la più gelosa delle nostre proprietà intellettuali. Ma nondimeno è lecito sperare che la bontà del presente trattato vincerà molte ritrosie, spegnerà molti pregiudizi, e farà nascere in qualche volenteroso docente il proposito di sperimentarlo per sé e per la Scuola » [6].

Nel discorso *Uno sguardo al nuovo indirizzo logico-matematico delle scienze deduttive*, che tenne all'Università di Catania per l'inaugurazione dell'a.a. 1906-07, che fu citato spesso da Peano come

[6] Pieri 1903, p. 293.

esempio di lucida ed ottima presentazione dei nuovi orientamenti logico-fondazionali della matematica (Peano 1915j, p. 171), Pieri così ne sottolineava le qualità:

« La scoperta diretta e immediata per intuizione geniale, la divinazione artistica, avranno sempre grande stato e potere nel regno della conoscenza: ma opporre il fatto dell'invenzione ai progressi della Logica dimostrativa sarebbe come negar fede e valore al contrappunto in ossequio all'ispirazione musicale. [...] Non si distingue abbastanza (io credo) fra scienza ed arte, fra l'assetto statico e razionale di una disciplina scientifica e le sue qualità operative e dinamiche. Le tendenze logistiche (conviene riconoscerlo) mirano più all'equilibrio statico delle varie discipline deduttive e alla scienza, come corpo di verità stabilite, che alla funzione operativa della scoperta scientifica » [7].

Stimolato dai contatti con R. Bettazzi, anch'egli membro della Scuola di Peano e presidente della Mathesis, Pieri manifestò pure durante tutta la sua carriera un interesse per le questioni didattiche, sottolineando spesso nei suoi scritti sui fondamenti la necessità di una riforma dei metodi di insegnamento della geometria nella scuola secondaria. I suoi studi teorici, opportunamente adattati, furono presto integrati nella manualistica scolastica, con grande vantaggio di rigore e semplicità delle trattazioni.

Membro dell'Accademia Lucchese di Scienze Lettere ed Arti, dell'Accademia Gioenia di Catania e dell'*Academia pro Interlingua* di Peano, Pieri ricevette nel 1904 la menzione onorevole del Premio Lobatchevsky assegnato dall'Università di Kazan.

Morì a S. Andrea del Compito (Lu) per un cancro alla gola il 1 marzo 1913. Nel suo commosso necrologio Peano illustrò ampiamente i meriti scientifici e umani di Pieri, riportando anche il parere di illustri colleghi, come Russell, che in merito alla sistemazione assiomatica della geometria data da Pieri nel 1898, affermò: « This is, in my opinion, the best work on the present subject » (B. Russell, *The Principles of Mathematics*, 1903, p. 382).

Elenco delle pubblicazioni

1886a *Sopra alcuni problemi riguardanti i fasci di curve e di superficie algebriche*, Giornale di Matematiche, 24, 1886, pp. 13-22.

[7] Pieri 1907a, pp. 59-60.

1886b *Intorno ad un teorema dei signori Betti e Weingarten*, Giornale di Matematiche, 24, 1886, pp. 290-308.
1886c *Sulle normali doppie di una superficie algebrica*, Rendiconti R. Accademia Nazionale dei Lincei, 4, 2, 1885-86, pp. 40-42.
1886d *Sulle normali doppie di una curva gobba algebrica*, Rendiconti R. Accademia Nazionale dei Lincei, 4, 2, 1885-86, pp. 327-329.
1887a *Sul principio di corrispondenza in uno spazio lineare qualunque ad n dimensioni*, Rendiconti R. Accademia Nazionale dei Lincei, 4, 3, 1887, pp. 196-199.
1887b *Intorno alle superficie elicoidali*, Giornale della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova, 1887, pp. 1-15.
1888 *Sopra un teorema di geometria ad n dimensioni*, Giornale di Matematiche, 26, 1888, pp. 251-254.
1889a *Sulle tangenti triple di alcune superficie del sest'ordine*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 24, 1889, pp. 514-526.
1889b Traduzione di *G. von Staudt, Geometria di Posizione*, Torino, Bocca, 1889.
1890a *Sulla corrispondenza algebrica fra due spazi rigati*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 25, 1890, pp. 365-371.
1890b *Sulla geometria proiettiva delle forme di quarta specie*, Giornale di Matematiche, 28, 1890, pp. 209-218.
1891a *Formule di coincidenza per le serie algebriche* ∞^n *di coppie di punti dello spazio ad n dimensioni*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 5, 1891, pp. 252-268.
1891b *A proposito della nota del Sig. Rindi « Sulle normali comuni a due superficie »*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 5, 1891, p. 323.
1891c *Lezioni di geometria proiettiva*, Torino, 1891.
1892a *Sopra un problema di geometria enumerativa*, Giornale di Matematiche, 30, 1892, pp. 133-140.
1892b *Osservazioni geometriche intorno alle linee diurne di un orologio solare*, Giornale della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova, 15, 1892, pp. 83-95.
1892c *Sopra le linee uniformemente illuminate di una superficie qualunque*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 27, 1892, pp. 347-353.
1892d *Sulle trasformazioni involutorie dello spazio determinate da un complesso hirstiano di rette*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 2, 25, 1892, pp. 1037-1060.
1892e *Sulle trasformazioni birazionali dello spazio inerenti a un complesso lineare speciale*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 6, 1892, pp. 234-244.
1893a *Sui sistemi lineari di coni*, RdM, 3, 1893, pp. 44-47.

1893b *Sopra alcune congruenze di coniche*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 28, 1893, pp. 289-303.

1893c *Sul problema degli spazi secanti, (Nota 1)*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 26, 1893, pp. 534-546.

1893d *Sui sistemi lineari di monoidi*, Giornale di Matematiche, 31, 1893, pp. 151-155.

1893e *Di due proprietà caratteristiche per superficie elicoidali*, Lucca, Giusti, 1893.

1893f *Le trasformazioni razionali dello spazio inerenti ad una conica*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 7, 1893, pp. 296-306.

1893g *Teoremi da dimostrare*, Giornale di Matematiche, 31, 1893, pp. 368-369.

1893h *G. Lazzeri, Trattato di geometria analitica*, *Livorno, Giusti, 1893*, RdM, 3, 1893, pp. 115-117.

1894a *Thomae, Die Kegelschnitte in rein projective Behandlung*, RdM, 4, 1894, pp. 36-39.

1894b *Trasformazione di ogni curva algebrica in un'altra priva di punti multipli*, RdM, 4, 1894, pp. 40-42.

1894c *Sul problema degli spazi secanti, (Nota 2)*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 2, 27, 1894, pp. 258-273.

1894d *Per trovare graficamente i raggi di massima curvatura nelle superficie quadriche*, El Progreso matematico, 4, 1894, pp. 257-260.

1895a *Sulle trasformazioni razionali dello spazio che individuano complessi di tangenti*, Giornale di Matematiche, 33, 1895, pp. 167-178.

1895b *Sul problema degli spazi secanti, (Nota 3)*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 2, 28, 1895, pp. 441-454.

1895c *Sui principii che reggono la geometria di posizione*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 30, 1894-95, pp. 607-641 e 31, 1895-96, 381-399; 457-470.

1896 *Un sistema di postulati per la geometria projettiva astratta degli iperspazii*, RdM, 6, 1896, pp. 9-16.

1897a *Di alcune questioni metriche circa le superficie algebriche*, Giornale di Matematiche, 35, 1897, pp. 75-80.

1897b *Sull'ordine della varietà generata da più sistemi lineari omografici*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 11, 1897, pp. 58-63.

1897c *Sugli enti primitivi della geometria projettiva astratta*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 32, 1896-97, pp. 343-351.

1897d *Intermezzo*, Periodico di Matematica, 3, 12, 1897, pp. 151-153.

1898a *I principii della geometria di posizione composti in sistema logico deduttivo*, Memorie R. Acc. delle Scienze di Torino, 2, 48, 1897-98, pp. 1-62.

1898b *Nuovo modo di svolgere deduttivamente la geometria projettiva*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 2, 31, 1898, pp. 780-798.
1899a *Della geometria elementare come sistema ipotetico deduttivo: monografia del punto e del moto*, Memorie R. Accademia delle Scienze di Torino, 2, 49, 1898-99, pp. 173-222.
1899b *G. Ingrami, Elementi di Geometria per le scuole secondarie superiori, Bologna, Tip. Cenerelli, 1899*, RdM, 6, 1899, pp. 178-182.
1901a *Sur la géométrie envisagée comme un système purement logique*, in *Bibliotèque du Congrès Intern. de Philosophie*, vol. III, *Logique et histoire des Sciences*, Paris, 1901, pp. 367-404.
1901b *Sopra i sistemi di congruenze lineari che generano semplicemente lo spazio rigato*, Atti dell'Accademia Gioenia di Scienze Naturali, 4, 14, 1901, pp. 1-7.
1901c *Sui principii che reggono la geometria delle rette*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 36, 1900-01, pp. 335-350.
1902 *Sul complesso cubico di rette che contiene una stella di raggi e un piano rigato*, Atti dell'Accademia Gioenia di Scienze Naturali, 4, 15, 1902, pp. 1-30.
1903 *G. Peano, Aritmetica generale ed algebra elementare*, Periodico di Matematica, 2, 5, 1903, pp. 293-295.
1904 *Circa il teorema fondamentale di Staudt e i principii della geometria projettiva*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 39, 1904, pp. 313-331.
1905a *Nuovi principii di geometria projettiva complessa*, Memorie R. Accademia delle Scienze di Torino, 2, 55, 1904-05, pp. 189-235.
1905b *S. Catania, Aritmetica razionale*, Periodico di Matematica, 3, 2, 1905, pp. 47-48.
1906a *Breve aggiunta alla memoria: "Nuovi principii di geometria projettiva complessa"*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 41, 1905-06, pp. 339-342.
1906b *Sulla definizione Staudtiana dell'omografia fra forme semplici reali*, Periodico di Matematica, 3, 3, 1906, pp. 1-5.
1906c *Sopra una definizione aritmetica degli irrazionali*, Bollettino dell'Accademia Gioenia di Scienze Naturali, (n. s.), 87, 1906, pp. 14-22.
1906d *Sur la compatibilité des axiomes de l'arithmétique*, Revue de Métaphysique et de Morale, 13, 1906, pp. 196-207.
1907a *Uno sguardo al nuovo indirizzo logico-matematico delle scienze deduttive*, Annuario R. Università di Catania, 1906-07, pp. 21-82.
1907b *Sopra gli assiomi aritmetici*, Bollettino dell'Accademia Gioenia di Scienze Naturali, 2, 1-2, 1907, pp. 26-30.

1908 *La geometria elementare istituita sulle nozioni di "punto" e "sfera"*, Memorie di matematica e di fisica della Società Italiana delle Scienze detta dei X*L*, 3, 15, 1908, pp. 345-450.
1911 *Nuovi principii di geometria delle inversioni*, Giornale di matematiche, 49, 1911, pp. 49-98 (errata 50, 1912, p. 211); 50, 1912, pp. 106-140.
1912a *Notes Géométriques a: Burali-Forti-Marcolongo*, *Analyse vectorielle générale. I- Transformations linéaires*, Pavia, Mattei, 1912, pp. 156-168.
1912b *Sulla rappresentazione vettoriale delle congruenze di raggi*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 33, 1912, pp. 217-246.
1912c *Sui sistemi ∞^1 di superficie*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 48, 1912, pp. 132-149.
1914a *Di due proprietà caratteristiche per superficie elicoidali*, Periodico di Matematica, 3, 11, 1914, pp. 229-233.
1914b *Geometrja elementarna oparta na pojeciach "punktu" i "kuli"*, Warsaw, Jósef Mianowski Foundation, 1914.
1915 Traduzione con aggiunte di H. Zeuthen, *Méthodes énumeratives* (*Abzahlende Methoden*), in *Enciclopédie des sciences mathématiques*, 1915.
1925 *Lettera a E. Maccaferri*, Bollettino di Matematica, (n. s.), 4, 1925, pp. 49-50.

FONTI ARCHIVISTICHE

Cfr. G. ARRIGHI *L'Archivio di Mario Pieri*, Accademia Lucchese di Scienze, Lettere ed Arti, Studi e testi, 15, 1981, pp. 1-18; E. A. MARCHISOTTO, J. T. SMITH, *The Legacy of Mario Pieri in Geometry and Arithmetic*, Boston, Birkhäuser, 2007, pp. 4-50, 373-399.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1888-89, p. 94; 1889-90, p. 118; 1890-91, p. 95; 1891-92, pp. 83-84; 1892-93, pp. 91-92; 1893-94, p. 86; 1894-95, p. 94; 1895-96, p. 80; 1896-97, p. 69; 1897-98, pp. 72-73; 1898-99, pp. 62-63; 1899-1900, p. 164; 1900-01, p. 70; G. PEANO, E. D'OVIDIO, C. SEGRE 1897d, *Relazione sulla memoria « I principii della geometria di posizione composti in sistema logico-deduttivo » del prof. Mario Pieri*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 33, 1897, pp. 148-150; G. PEANO 1904b, *Sur les principes de la Géométrie selon Mario Pieri*, Rapport Société physique et mathématique de Kasan, 2, 4, 1905, pp. 92-95; G. PEANO 1913f, *Mario Pieri*, ApI *Discussiones*, 4, 2, 1913, pp. 31-35; G. CASTELNUOVO, *Necrologio di Mario Pieri*, Bollettino Mathesis, 5, 1913, pp. 40-41; G. PEANO, *Necrologia Mario Pieri*, ApI, 4, 1913, pp. 31-35; G. Z. GIAMBELLI, *Mario Pieri*, Bollettino di Matematica, 12,

1913, pp. 291-293; B. LEVI, *Mario Pieri*, Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche, 12, 1913, pp. 65-74, *Correzioni ed aggiunte*, Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche, 16, 1914, p. 32; S. RINDI, *Notizie intorno al defunto socio corrispondente Mario Pieri*, Atti R. Accademia Lucchese di Scienze Lettere ed Arti, 35, 1917, pp. 435-459; F. SKOF, *Sull'opera scientifica di Mario Pieri*, Bollettino dell'UMI, 3, 15, 1960, pp. 63-68; U. CASSINA, *Nel centenario della nascita del matematico lucchese Mario Pieri*, Atti Accademia Lucchese di Scienze Lettere ed Arti, 2, 9, 1961, pp. 191-208; F. TRICOMI, *Matematici italiani del primo secolo dello stato unitario*, Memorie Accademia delle Scienze di Torino, Cl. Scienze MFN, s. 4, 1, 1962, pp. 86-87; M. PEDRAZZI, *Le isometrie: da Eduard Study a Mario Pieri*, Cultura e scuola, 67, 1978, pp. 204-215; M. PIERI, *Opere sui fondamenti della matematica* (a cura dell'UMI), Bologna, Cremonese 1980; H. C. KENNEDY, *Peano storia di un matematico*, Torino, Boringhieri 1983, pp. 128-129, 154, 157, 192; H. C. KENNEDY, *Pieri Mario*, DSB, vol. 10, pp. 605-606; G. ARRIGHI (a cura di) *Lettere a Mario Pieri*, Milano, Quaderni Pristem n. 6, 1997; F. SKOF, *Mario Pieri*, in C. S. ROERO (a cura di), *La Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche Naturali di Torino 1848-1998*, t. 2, *I Docenti*, Torino, DSSP, 1999, pp. 504-506; E. A. MARCHISOTTO, J. T. SMITH, *The Legacy of Mario Pieri in Geometry and Arithmetic*, Boston, Birkhäuser, 2007.

RODOLFO BETTAZZI

1861 - 1941

Nato a Firenze il 14 novembre 1861 da Giuseppe, Rodolfo Bettazzi frequentò la sezione fisico-matematica dell'Istituto Tecnico di Firenze, e dal 1878 al 1882 compì gli studi universitari alla Scuola normale superiore di Pisa, dove si laureò in Matematica con lode nel 1882 presentando la tesi *Sulla rappresentazione analitica delle funzioni di più variabili reali.* Nel 1883-84, risultato vincitore di una borsa di studio, frequentò corsi di perfezionamento di Analisi superiore. Nominato professore al Liceo di Foggia nel 1884, passò a quello di Lucca nel 1885 e poi a quello di Pisa nel 1886. A Pisa fu anche assistente di U. Dini sulla cattedra di Analisi infinitesimale. Nel 1891, in seguito a concorso, Bettazzi si trasferì a Torino al Liceo classico Cavour, dove insegnò per quarant'anni. Dal 1892 al 1922 fu pure professore di Analisi infinitesimale all'Accademia militare e dal 1892 al 1912 tenne corsi liberi di Calcolo infinitesimale e di Fondamenti

della teoria delle funzioni nella Facoltà di Scienze MFN, in qualità di docente privato e libero docente.

La formazione matematica e la produzione scientifica di Bettazzi nel periodo pisano furono fortemente influenzate da Ulisse Dini e Enrico Betti, che indirizzarono le sue ricerche verso quel processo di rigorizzazione dell'analisi, tipico dell'epoca. Tra le sue prime note apparve nel 1884 un'estensione alle funzioni di più variabili reali dei concetti di derivazione e di integrazione, che seguiva l'impostazione adottata da Dini nei *Fondamenti per la teorica delle funzioni di variabili reali* (Pisa 1878). Pochi anni dopo, continuando ad operare sulle funzioni di due variabili reali, Bettazzi generalizzò un teorema sulle condizioni sufficienti per l'inversione delle derivazioni, dimostrato da Dini nelle sue *Lezioni di calcolo infinitesimale.* Nel 1888 fu insignito del premio dell'Accademia nazionale dei Lincei per gli insegnanti di matematica delle scuole superiori, su parere della commissione composta da Enrico Betti, Eugenio Beltrami, Luigi Cremona e Giuseppe Battaglini. Due erano i lavori presi in considerazione: il primo, *Sul concetto di numero*, prendeva le mosse dagli scritti di H. Hankel e R. Dedekind e mostrava i due punti di vista con cui si può introdurre e sviluppare il concetto di numero: come rappresentante delle grandezze nel loro rapporto con una della loro specie, o come ente puramente analitico; il secondo, intitolato *Teoria delle grandezze*, era il manoscritto di un trattato che fu poi pubblicato a Pisa nel 1890, nel quale si presentava in modo chiaro ed efficace la teoria delle grandezze secondo H. Grassmann e si fornivano applicazioni alla teoria dei numeri e della misura.

Nel lungo periodo trascorso a Torino, a contatto con Peano e i suoi collaboratori, l'attività scientifica di Bettazzi si rivolse soprattutto al mondo della scuola e le sue successive pubblicazioni riguardarono questioni di carattere critico e temi di didattica e di fondamenti della matematica. Il contributo più rilevante era legato all'assioma di scelta. In una serie di articoli dal 1892 al 1896 Bettazzi sottolineò la necessità di stabilire una *legge di scelta* in alcune dimostrazioni, ad esempio in un teorema sulle funzioni discontinue, anticipando così la posizione che adottarono alcuni matematici dopo l'enunciazione da parte di E. Zermelo dell'assioma di scelta. Bettazzi collaborò anche al *Formulario Matematico*, curando la parte dedicata alla teoria dei limiti e pubblicò sulla *Rivista di matematica*, diretta da Peano, alcune osservazioni e commenti sull'infinitesimo attuale.

La principale impresa messa in opera a Torino da Bettazzi fu però la Mathesis, la prima associazione italiana di insegnanti di matematica, di cui egli fu promotore e cofondatore, con Aurelio Lugli e Francesco Giudice. Avviata nel settembre del 1895 l'associazione iniziò la sua attività nel luglio del 1896, con sede nella casa di Bettazzi, in corso S. Martino 1. Vi si tenevano riunioni nelle quali si discutevano problematiche didattiche relative al miglioramento dei programmi, ai metodi d'insegnamento, alla scelta dei libri di testo, ecc. Nel periodo di vita iniziale dell'associazione Bettazzi giocò il ruolo di protagonista, non solo per esserne stato il presidente per sei anni (1896-1900, 1902-1904), ma soprattutto per l'impegno e la tenacia profusi nel perseguire battaglie culturali sull'insegnamento della matematica attraverso l'organizzazione dei primi congressi, i memoriali inviati al Ministero della pubblica istruzione e gli interventi sul Bollettino dell'Associazione.

Ispettore del Circolo di Milano per la Matematica nel biennio 1911-12, Bettazzi fu anche Assessore per l'Istruzione media del Comune di Torino dal 1920 al 1923. Egli si impegnò pure in iniziative sociali ed ecumeniche, dando vita nel 1894 alla *Lega per la pubblica moralità*, finalizzata a redimere i giovani e le donne, combattendo l'alcoolismo e la prostituzione.

Socio corrispondente della R. Accademia di Lucca dal 1901, Bettazzi morì a Torino il 26 gennaio 1941.

Elenco delle pubblicazioni [1]

1884 *Sui concetti di derivazione e d'integrazione di più variabili reali*, Giornale di Matematiche (Battaglini), 22, 1884, pp. 133-166.

1886a *Sull'impossibilità di certe divisioni e sull'equivalenza delle equazioni*, Periodico di Matematica, 1, 1886, pp. 101-116, 129-143.

1886b *I postulati e gli enti geometrici*, Periodico di Matematica, 1, 1886, pp. 170-183.

1887 *Sul concetto di numero*, Periodico di Matematica, 2, 1887, pp. 97-113, 129-145.

[1] Edito in C. S. Roero (a cura di), *La Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche Naturali di Torino 1848-1998*, t. 2, *I Docenti*, 1999, pp. 517-519. Non sono inserite l'attività pubblicistica relativa alla presidenza della Mathesis, le lettere con il Ministero di pubblica istruzione, edite nel Bollettino della Mathesis e gli interventi di giornalismo sociale ed ecumenico di Bettazzi.

1888a *Sulla derivata totale delle funzioni di due variabili reali e sull'inversione delle derivazioni*, Giornale di Matematiche (Battaglini), 26, 1888, pp. 21-32.
1888b *Su una corrispondenza fra un gruppo di punti ed un continuo ambedue lineari*, Annali di matematica, 2, 16, 1888, pp. 49-60.
1888c *Sulla rappresentazione analitica delle funzioni di più variabili reali*, Annali Scuola Normale Superiore Pisa, Sci. Fis. Mat., 5, 1888, pp. 1-47.
1890 *Teoria delle grandezze*, Pisa, Spoerri 1890.
1891a *Sui sistemi di numerazione per i numeri reali*, Periodico di Matematica, 6, 1891, pp. 14-23.
1891b *Sull'insegnamento della geometria nei Licei*, Periodico di Matematica, 6, 1891, pp. 113-116.
1891c *Recensione: Lazzeri G., Bassani A. Elementi di geometria*, Periodico di Matematica, 6, 1891, pp. 155-163.
1891d *Osservazioni sopra l'articolo del dott. G. Vivanti sull'infinitesimo attuale*, RdM, 1, 1891, pp. 174-182.
1892a *Sui punti di discontinuità delle funzioni di variabile reale*, Rend. Circolo Mat. Palermo, 6, 1892, pp. 173-195.
1892b *Sull'infinitesimo attuale Osservazioni*, RdM, 2, 1892, pp. 38-41.
1892c *La definizione di proporzione ed il V libro di Euclide* Periodico di Matematica, 7, 1892, pp. 16-25, 54-61.
1892d *Il concetto di lunghezza e la retta*, Annali di matematica, 2, 20, 1892, pp. 19-39.
1893a *La risoluzione dei problemi numerici e geometrici*, Torino, Paravia 1893.
1893b *Sulla definizione di linea retta*, Periodico di Matematica, 8, 1893, pp. 16-25.
1894 *Sulla Parte VII del Formulario. Teoria dei limiti*, RdM, 4, 1894, pp. 161-162.
1895a *Limites*, Part. VII, Formulaire de Math., vol. 1, Turin, Bocca-Clausen 1895, pp. 75-82.
1895b *Jamblicus*, Intermédiaire des Mathématiciens, 2, 1895, p. 105.
1896a *Sulla catena di un ente in un gruppo*, Atti Accademia Sci. To, 31, 1895-96, pp. 446-456.
1896b *Gruppi finiti ed infiniti di enti*, Atti Accademia Sci. To, 31, 1895-96, pp. 506-512.
1896c *Sur l'axiome V d'Archimède*, Intermédiaire des Mathématiciens, 3, 1896, pp. 44-45.
1896d *Fondamenti per una teoria generale dei gruppi*, Periodico di Matematica, 11, 1896, pp. 81-96, 112-142, 173-180.

1897a *Sulla definizione del gruppo finito*, Atti Accademia Sci. To, 32, 1896-97, pp. 352-355.

1897b *Del miglior modo di trattare in iscuola la teoria dell'equivalenza* Boll. Assoc. Mathesis, 1, 1896-97, 4, pp. 25-28.

1897c *Appendice ai fondamenti per una teoria generale dei gruppi*, Periodico di Matematica, 12, 1897, pp. 40-42.

1897d *Sulla definizione di infinito*, Periodico di Matematica, 12, 1897, pp. 91-92.

1897e *Grandezze finite e infinite*, Periodico di Matematica, 12, 1897, pp. 122-124.

1898a *Sulle serie a termini positivi le cui parti rappresentano un continuo*, Atti R. Accademia Sci. To, 33, 1897-98, pp. 355-374.

1898b *Fragments d'une sériee formant un ensemble continu*, Intermédiaire Math., 5, 1898, pp. 115-116.

1898c *A proposito della nota del prof. Ciamberlini « Sulle definizioni di equazione e di sistemi di equazione »*, Periodico di Matematica, 13, 1898, p. 19.

1898d *Generalizzazione dei sistemi di numerazione*, Periodico di Matematica, 13, 1898, pp. 186-191.

1899a *L'équivalence géométrique Sur l'axiome V d'Archimède*, Intermédiaire Math., 6, 1899, pp. 136-137.

1899b *Cercle ou circonférence Sur l'axiome V d'Archimède*, Intermédiaire Math., 6, 1899, p. 158.

1899c *Introduzione ad un corso di Geometria elementare*, Il Pitagora, 5, 1899, pp. 1-5.

1899d *Recensione: Nassò M. Algebra elementare...*, Periodico di Matematica, 2, 14, 1899, pp. 266-267.

1900a *I numeri limiti*, Il Pitagora, 6, 1900, pp. 72-79, 97-105.

1900b *Sulla definizione del numero*, Periodico di Matematica, 2, 15, 1900, pp. 12-18.

1900c *La pratica nell'insegnamento della matematica*, Atti R. Accademia Lucchese Sci., Lettere ed Arti, 30, 1900, pp. 503-528.

1900d *L'application dans l'enseignement de la mathématique*, L'Enseign. Math., 2, 1900, pp. 14-30.

1900e *I Problemi di Aritmetica pratica. Trattatello ad uso degli allievi maestri*, Torino, Paravia 1900.

1900f *Grandezza, quantità e numero*, Boll. Mat. e Sci. Fis., 1, 1900.

1901a *Le indicazioni nella risoluzione dei problemi*, Boll. Mat. e Sci. Fis., 2, 1901.

1901b *La représentation graphique des nombres*, L'Enseign. Math., 3, 1901, pp. 261-278.

1902 *Aritmetica razionale ad uso dei ginnasi*, Torino, Tip. Salesiana 1902.

1904a *Le applicazioni della matematica* Boll. Assoc. Mathesis, 8, 1903-04, pp. 40-44.
1904b *Le 3ème Congrès des professeurs de mathématique des écoles moyennes en Italie*, L'Enseign. Math., 6, 1904, pp. 71-74.
1905 *Un essai de réforme des études moyennes classiques en Italie*, L'Enseign. Math., 7, 1905, pp. 400-406.
1908 *Recensione: Chini M. Lezioni di algebra ad uso dei licei*, Periodico di Matematica, 3, 23, 1908, pp. 142-143.
1909 *Recensione: Chini M. Lezioni di algebra ad uso dei licei*, Periodico di Matematica, 3, 24, 1909, p. 95.
1910a *Lezioni di Calcolo Integrale*, Torino, Paravia 1910.
1910b *Recensione: Natucci A. Compendio di aritmetica pratica*, Periodico di Matematica, 3, 25, 1910, pp. 43-44.
1911 *Recensione: Ciamberlini C. Aritmetica e geometria per le scuole complementari*, Periodico di Matematica, 3, 26, 1911, p. 48.
1939 *Il fanciullo e la matematica*, Torino, Paravia 1939.

FONTI ARCHIVISTICHE

Archivio privato della famiglia Bettazzi: lettera di Louis Couturat (5.3.1899), edita in GIACARDI, ROERO 1996, pp. 42-43, e libri di R. Bettazzi; ASU Torino: Programmi dei corsi tenuti presso la Facoltà di Scienze MFN; SNS Pisa, Archivio Betti: due lettere a Enrico Betti (1886, 1892) edite in GIACARDI, ROERO 1996, pp. 40-41.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1892-93, p. 92; 1893-94, p. 87; 1894-95, p. 94; 1895-96, p. 80; 1899-1900, p. 165; 1900-01, p. 70; 1901-02, pp. 36, 58; 1902-03, pp. 47, 71; 1903-04, pp. 65, 89; 1904-05, pp. 54, 81; 1905-06, pp. 70, 97; 1906-07, pp. 72, 98; 1907-08, pp. 51, 79; 1908-09, pp. 81, 109; 1909-10, pp. 47, 75; 1910-11, pp. 84, 113; 1911-12, pp. 54, 83; 1912-13, p. 62; 1913-14, p. 51; 1914-15, p. 41; 1915-16, p. 73; 1917-18, p. 50; 1918-19, p. 34; 1919-20, p. 114; 1920-21, p. 44; 1921-22, p. 35; E. BETTI, E. BELTRAMI, L. CREMONA, G. BATTAGLINI (relatore) *Relazione sul concorso ai premi istituiti dal Ministero della Pubblica Istruzione a favore degli insegnanti nelle scuole secondarie per le scienze matematiche per l'anno 1887-88*, Atti R. Accademia Lincei, Rendiconti, 5, 1889, pp. 322-323; A. NATUCCI *Rodolfo Bettazzi*, Periodico di Matematica, 4, 21, 1941, pp. 203-204; (a cura della redazione) *Rodolfo Bettazzi*, Boll. UMI, 2, 3, 1941, pp. 351-352; A. CONTI *Un quarantacinquennio di attività della Mathesis (1895-1940)*, Atti Società it. di Sci. fis. Mat. Mathesis, 1941, pp. 9-24; J. CASSINET *Rodolfo Bettazzi: un des premiers à mettre clairement en évidence l'utilisation d'un principe de choix dans les démonstrations*, Cahiers du Séminaire d'Histoire des Math. Toulouse, 1,

1980, D1-D5; J. CASSINET *L'école mathématique Italienne dans la préhistoire de l'axiome du choix*, Rend. Sem. Mat. Univ. Polit. To, 39, 1981, pp. 51-68; J. CASSINET *Rodolfo Bettazzi (1861-1941) précurseur oublié de l'axiome du choix*, Atti Accademia Sci. To, 116, 1982, pp. 169-179; J. CASSINET *La Théorie des Grandeurs de Rodolfo Bettazzi (1890) et les semi-groupes abéliens ordonnés non-archimediennes*, Cahiers du Séminaire d'Histoire des Math. Toulouse, 5, 1983, pp. 21-33; (a cura della redazione) *Per i cento anni della Mathesis*, Suppl. Lettera matematica Pristem, 16, 1995, pp. 1-4; A. GUERRAGGIO *I primi anni della Mathesis*, in *Cento anni di matematica* Atti del Convegno « Mathesis Centenario 1895-1995 ». Una presenza nella cultura e nell'insegnamento, Roma, Palombi 1996, pp. 138-139; L. GIACARDI, C. S. ROERO *La nascita della Mathesis 1895-1907*, in *Dal compasso al computer*, Torino, Ass. Sub. Mathesis, 1996, pp. 7-48; C. S. ROERO, *Rodolfo Bettazzi*, in *La Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche Naturali di Torino 1848-1998*, t. 2, *I Docenti*, Torino, DSSP, 1999, pp. 515-519; *Nascita e decollo dell'Associazione Mathesis a Torino. L'eredità culturale trasmessa*, in *Ruolo delle Società scientifiche in Italia*, Atti della LXVI Riunione SIPS, Roma, Mura, 2002, p. 185-212.

CESARE BURALI-FORTI

1861 - 1931

Cesare Burali-Forti nacque ad Arezzo il 13 agosto 1861 da Cosimo e Isoletta Guiducci. Dopo aver compiuto gli studi superiori al Collegio militare di Firenze, nel 1879 si iscrisse all'Università di Pisa, dove fu allievo di U. Dini nei corsi di Analisi infinitesimale e Analisi superiore e di E. Betti in quelli di Meccanica razionale, Meccanica celeste e Fisica matematica. Conseguita la laurea in Matematica il 19 dicembre 1884, discutendo la tesi *Caratteristiche dei sistemi di coniche*, nel 1885 intraprese la carriera di insegnante di scuola secondaria, prendendo servizio presso l'Istituto tecnico di Augusta, in Sicilia.

Nel settembre del 1887 si trasferì a Torino, in seguito alla vincita del concorso presso la locale Accademia di artiglieria e genio, dove sarebbe restato definitivamente, dapprima in qualità di professore straordinario (1887-1900), poi di professore aggiunto di prima classe (1900-1906) e infine di professore ordinario (1906-1931). Contemporaneamente all'attività presso l'Accademia militare tenne anche per alcuni anni l'insegnamento di matematica all'Istituto tecnico Som-

meiller di Torino e, fra il 1894 e il 1896, fu assistente di Peano all'Università, sulla cattedra di Calcolo infinitesimale.

Figura di studioso «tendenzialmente solitario», Burali-Forti non volle diventare membro di nessuna accademia e non intraprese la carriera universitaria anche se, nel 1894, presentò alla Facoltà di Scienze di Torino una domanda di libera docenza in Logica matematica, che ritirò poco dopo [1].

Insignito della medaglia dell'ordine della Corona d'Italia e di quella dei SS. Maurizio e Lazzaro nel 1926, morì all'Ospedale Mauriziano di Torino il 21 Gennaio 1931, per un carcinoma allo stomaco, chiedendo di non ricevere funerali religiosi.

La produzione scientifica di Burali-Forti, nettamente influenzata da Peano, spazia dalla logica al calcolo geometrico, dalla didattica della matematica all'astronomia e alla balistica.

Il primo settore di ricerche, coltivato a partire dal 1890 grazie ai contatti con i colleghi di Accademia Pieri e Peano, è quello degli studi fondazionali condotti utilizzando l'ideografia simbolica.

A Burali-Forti si deve in particolare l'enunciazione di una antinomia di teoria degli insiemi (1897e, 1897f) che conduce ad affermare, e nello stesso tempo ad escludere, l'esistenza di un numero ordinale transfinito maggiore di tutti i numeri ordinali transfiniti. Malgrado l'importanza di questa scoperta, poi ripresa da B. Russell nei suoi *The Principles of Mathematics* (1903), Burali-Forti rifiutò sempre apertamente la dicitura di 'paradosso' nei suoi scritti e nelle sue corrispondenze, manifestando una sostanziale incomprensione per le implicazioni matematiche e filosofiche connesse alla problematica delle antinomie e, più in generale, alla cosiddetta 'crisi dei fondamenti'. Nel campo della logica Burali-Forti compì successivamente studi approfonditi sulla caratterizzazione degli insiemi finiti tramite le nozioni di classe e di corrispondenza biunivoca, sulla definizione di uguaglianza di Leibniz, sulle definizioni per astrazione e su quelle nominali mediante operatori, sulla teoria delle grandezze e dei numeri reali e complessi. Egli fu inoltre tra i primi a divulgare i concetti ed i metodi della logica matematica, presentando più volte i suoi ri-

[1] Cfr. Verbali delle adunanze della Facoltà di Scienze MFN del 18 giugno 1894 e del 3 luglio 1894, ASU Torino.

sultati in contesti internazionali [2] e svolgendo nell'a.a. 1893-94, probabilmente su invito di Peano, un corso non ufficiale di questa disciplina. Le sue lezioni confluirono nel manuale *Logica matematica*, edito da Hoepli (1894b), che restò per vari decenni l'unico testo propedeutico di logica in lingua italiana. Il libro conobbe nel 1919 una seconda edizione, interamente rivista ma, purtroppo, costellata di affermazioni di stampo campanilista e nazionalista contro i nuovi ambiti di studi logico-fondazionali coltivati da D. Hilbert, B. Russell e H. Poincaré. La salda padronanza dei metodi e del linguaggio della logica ideografica fece di Burali-Forti uno dei primi e più attivi collaboratori del *Formulario di Matematica.* Egli scrisse il capitolo relativo alle formule aritmetiche e alla teoria delle grandezze per la prima edizione del trattato (1895); curò i paragrafi sulla curvatura, la torsione, la torsione relativa, i punti ordinari, di flesso e di regresso e sulla cicloide ed epicicloide per l'edizione del 1902-03, e stese infine quelli di algebra e sul « producto » e « summa logica » per l'ultima edizione del 1908. Peano inserì inoltre nel quarto tomo del *Formulario* (1902-03) alcune nozioni di geometria proiettiva estratte dalle tre memorie di Burali-Forti su *Il metodo di Grassmann nella Geometria proiettiva* (1896c, 1897d, 1901b).

Il settore scientifico che diede maggiore notorietà a Burali-Forti è però indubbiamente quello del calcolo geometrico e della teoria delle omografie vettoriali, in cui inaugurò un indirizzo di ricerche cui avrebbero aderito numerosi altri studiosi fra cui M. Pieri, T. Boggio, M. Bottasso, R. Marcolongo, P. Burgatti, U. Cisotti, O. Lazzarino, A. Signorini U. Amaldi e T. Levi-Civita. Prendendo le mosse dai risultati sul *sistema minimo* ottenuti da Peano a partire dal 1888, Burali-Forti indagò le applicazioni del calcolo vettoriale nei campi più svariati – dalla geometria proiettiva e differenziale alla meccanica dei continui, dall'ottica alle trasformazioni di Lorentz e all'idrodinamica

[2] Burali-Forti tenne comunicazioni di logica al secondo congresso internazionale dei matematici di Zurigo (1897) e al primo convegno internazionale di Filosofia di Parigi (1900). A causa dei suoi impegni didattici non poté invece assistere al V Congresso Internazionale dei Matematici (Cambridge, 1912), nonostante avesse comunicato a B. Russell la sua intenzione di presentare una comunicazione sulle leggi logico-formali di un sistema generale di notazioni. Cfr. C. Burali-Forti a B. Russell, Torino 22.3.1912, McMaster University Library, Ontario, Canada, Bracers 0000498, cc. 1r-2r.

– e introdusse la fondamentale nozione di derivata di un vettore rispetto a un punto, che gli consentì di unificare e semplificare notevolmente i fondamenti dell'analisi vettoriale. Insieme a R. Marcolongo, con cui intrecciò una lunga e fruttuosa collaborazione, denominata scherzosamente dai colleghi il « binomio vettoriale », affrontò tra il 1907 e il 1912 il problema dell'unificazione delle notazioni vettoriali, portandolo anche all'attenzione del IV Congresso internazionale dei Matematici di Roma (1908). Su questo tema, esaminato dal punto di vista critico e storico, Burali-Forti intervenne più volte sulle pagine dei *Rendiconti del Circolo Matematico* di Palermo e de *L'Enseignement mathématique.* La sua sistematizzazione della teoria delle omografie vettoriali confluì in alcuni importanti trattati fra cui il *Calcolo vettoriale* (1909), le *Omografie vettoriali* (1909) e gli *Elementi di calcolo vettoriale* (1909, 2ª ed. 1921), tradotti in francese l'anno successivo. A questi seguirono i due primi volumi della collana *Analyse vectorielle générale* (1912g, 1913e), dedicati rispettivamente alle trasformazioni lineari e alle applicazioni alla Meccanica e alla Fisica, e un terzo, a cura di M. Bottasso, intitolato *Astatique* (1915). L'edizione di quest'opera enciclopedica, fortemente apprezzata e più volte citata da Peano, riprese in italiano nel 1929, allorché furono dati alle stampe il volume *Trasformazioni lineari* di Burali-Forti e Marcolongo (1929c), un secondo tomo di geometria differenziale di P. Burgatti, T. Boggio e C. Burali-Forti (1930) ed un terzo di *Teoria matematica dell'elasticità* curato da P. Burgatti. I metodi del calcolo vettoriale e omografico acquistarono con il tempo il favore degli studiosi e il loro utilizzo si diffuse nelle università italiane e all'estero. Non mancarono però i dibattiti e le critiche, soprattutto da parte dei quaternionisti inglesi e americani e dei seguaci di W. Gibbs, alle quali Burali-Forti « sempre intransigente » rispose spesso « in modo secco, quasi violento » [3]. Basandosi sulla teoria delle omografie vettoriali a più dimensioni, Burali-Forti si scagliò anche, insieme al collega Boggio, contro la teoria della relatività di A. Einstein, pubblicando nel 1924 il libretto *Espaces courbes. Critique de la relativité* (1924b). Secondo R. Marcolongo fu quella

[3] Marcolongo 1930-31, p. 185.

« la sola volta [in cui] parve compromessa la pace e la solidità del binomio vettoriale [...]. Non fu possibile metterci d'accordo, prima sulla nuova estensione da dare ai metodi vettoriali; poi e ancora più profondamente, sull'essenza di tutta la teoria. Malgrado l'interesse che Egli provava per tutte le questioni fisiche moderne e per quelle soprattutto di alto ed avvincente interesse filosofico, restò tenacemente ligio ai sistemi classici e nell'attacco e nella difesa non seppe mantenersi sereno ed obiettivo » [4].

Sensibile alle problematiche didattiche, Burali-Forti si impegnò molto nel settore dell'editoria scolastica con la stesura di alcuni pregevoli manuali di aritmetica per le scuole secondarie. Fra questi spicca l'*Aritmetica e norme per l'insegnamento nelle scuole elementari*, redatta insieme al collega Angelo Ramorino (1898d): un testo rivolto agli allievi delle scuole normali, fortemente innovativo sia per l'apparato di note pedagogiche e metodologiche poste a suo corredo, sia per l'impostazione didattica, che mirava a integrare i più recenti sviluppi degli studi sui fondamenti dell'aritmetica condotti dalla scuola di Peano. Membro del consiglio direttivo della Mathesis nei bienni 1898-1900 e 1904-06 e suo vice presidente dal 1902 al 1904, Burali-Forti fu tra i partecipanti delle *Conferenze Matematiche Torinesi* indette da Peano, Boggio e Bottasso, a partire dal 1914-15, con lo scopo di permettere agli insegnanti di matematica di confrontarsi su questioni riguardanti le matematiche elementari. La sua attività di docente all'Accademia militare lo portò infine a redigere alcuni testi ad uso dei suoi studenti, fra cui meritano di essere citate le eleganti e ricche lezioni di geometria analitico-proiettiva (1908d, 1912c, 1926).

Maestro di molte generazioni di ufficiali « che affettuosamente ricordano il burbero ma benefico professore », Burali-Forti è ricordato dall'amico Marcolongo come un uomo:

« arguto e terribilmente caustico! Polemista temibilissimo, vero cavaliere senza paura e senza macchia, non si preoccupava dove e a chi fossero diretti i suoi colpi; tanto che, chi non lo avesse mai avvicinato, si faceva uno strano ed errato concetto dell'intrattabilità del suo carattere. E invece io non ho mai conosciuto un animo più buono e dal tratto così squisitamente signorile, di poche parole, ma dalla conversazione fine, arguta e dotta. Bastava av-

[4] Marcolongo 1930-31, p. 185.

vicinarlo per apprezzarne la cultura, per vedere qual tempra di uomo del vecchio stampo Egli fosse [...] »[5].

Elenco delle pubblicazioni[6]

1886a *Sopra alcuni problemi di assicurazioni sulla vita*, Arezzo, Belletti, 1886.
1886b *Sui sistemi di coniche*, Giornale di Matematiche (Battaglini), 24, 1886, p. 309-333.
1886c *Sistemi i-volte infiniti di quadriche*, Giornale di Matematiche (Battaglini), 24, 1886, p. 334-345.
1888 *Elementi sulla teorica delle funzioni circolari ed applicazioni alla trigonometria piana e sferica*, Bologna, Zanichelli, 1888.
1889a *Sopra un sistema di curve che dividono in n parti eguali gli archi di circolo che passano per due punti fissi*, Giornale di Matematiche (Battaglini), 27, 1889, p. 153-163.
1889b *Applicazioni della geometria projettiva. Gnomonica grafica*, Torino, Loescher, 1889.
1890a *Le linee isofote delle rigate algebriche*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 4, 1890, p. 57-62.
1890b *Sopra il sistema di quadriche che hanno l'n-pla polare comune*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 4, 1890, p. 118-125.
1890c *Applicazioni della geometria descrittiva e proiettiva: lezioni per gli allievi della Reale Accademia Militare del Dottor Cesare Burali-Forti*, Torino, Candeletti, 1890.
1891a *Sulle trasformazioni 2,2 che si possono ottenere mediante due trasformazioni doppie*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 5, 1891, p. 91-99.
1891b *G. Testi, Elementi di geometria*, RdM, 1, 1891, p. 14-17.
1891c *La risoluzione dei problemi di aritmetica nella scuole secondarie inferiori*, RdM, 1, 1891, p. 31-41.
1891d *Osservazioni al "Trattato di aritmetica di C. Bertrand"*, RdM, 1, 1891, p. 85-87.
1891e *Sopra una recensione agli Elementi di Aritmetica del Prof. S. Pincherle*, RdM, 1, 1891, p. 120-121.
1892a *Aritmetica razionale per gli istituti tecnici*, Torino, Petrini, 1892.

[5] Marcolongo 1930-31, p. 185.

[6] Ringraziamo Emma Sallent del Colombo per averci fornito i dati sulle pubblicazioni, tratti dalla sua tesi di dottorato *Cesare Burali-Forti. Contributi alla Fisica Matematica del primo quarto del XX secolo*, Universitat de Barcelona, Department de Física Fonamental, 2007, p. 50-62.

1892b *Sul trattato di Aritmetica Razionale del Dott. G. M. Testi*, RdM, 2, 1892, p. 2-6.
1892c *Oskar Schlömilch, Elementi di geometria metrica*, RdM, 2, 1892, p. 18-19.
1892d *Sopra un metodo generale di costruzioni in geometria descrittiva*, RdM, 2, 1892, p. 96-99.
1892e *E. Sadun e C. Soschino, Lezioni di Aritmetica...*, RdM, 2, 1892, p. 191-192.
1893a *G. Biasi, Elementi di Aritmetica e Algebra, esposti con metodo sintetico*, RdM, 3, 1893, p. 40-43.
1893b *Sulla raccolta di formule*, RdM, 3, 1893, p. 75.
1893c *Sulla teoria delle grandezze*, RdM, 3, 1893, p. 76-101.
1893d *I numeri negativi*, RdM, 3, 1893, p. 138-145.
1894a *Sulle classi derivate a destra e a sinistra*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 29, 1893-94, p. 382-394.
1894b *Logica matematica*, Milano, Hoepli, 1894.
1894c *Sulle classi ordinate e i numeri transfiniti*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 8, 1894, p. 169-179.
1895 *Sul limite delle classi variabili*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 30, 1894-1895, p. 227-243.
1896a *Sur quelques propriétés des ensembles d'ensembles et leurs applications à la limite d'un ensemble variable*, Math. Ann., 47, 1896, p. 20-32.
1896b *Sur la définition de l'intégrale définie*, Nouv. Annales de Mathématiques, 3, 15, 1896, p. 495-502.
1896c *Il metodo di Grassmann nella geometria proiettiva*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 10, 1896, p. 177-195.
1896d (con T. Boggio) *Le classi finite*, Atti R. Acc. delle Scienze Torino, 32, 1896, p. 34-52.
1897a *Le classi finite*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 32, 1896-1897, p. 34-52.
1897b *Sopra un teorema del sig. G. Cantor*, Atti R. Acc. Scienze di Torino, 32, 1896-1897, p. 229-237.
1897c *Note scientifiche e critiche alle Lezioni di aritmetica pratica*, Torino, Petrini, 1897.
1897d *Il metodo di Grassmann nella geometria proiettiva*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 11, 1897, p. 64-82.
1897e *Una questione sui numeri transfiniti*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 11, 1897, p. 154-164.
1897f *Sulle classi ben ordinate*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 11, 1897, 260.
1897g *Lezioni di Aritmetica pratica ad uso delle scuole secondarie inferiori*, Torino, Petrini, 1897.
1897h *Note scientifiche e critiche alle Lezioni di aritmetica pratica*, Torino, Petrini, 1897.

1897i *Postulats pour la géométrie d'Euclide et de Lobatschewsky*, Verh. des ersten Int. Math.-Kongr. (Zürich 1897), Leipzig, Teubner, 1, 1897, p. 247-250.

1897j *Lezioni d'aritmetica pratica*, Torino, Petrini, 1897.

1897k *Introduction à la Géométrie différentielle suivant la méthode de H. Grassmann*, Paris, Gauthier-Villars, 1897.

1898a *Sulla questione XI*, Boll. Assoc. Mathesis, 2, 1897-98, p. 126-129.

1898b *Sopra alcune questioni di geometria differenziale*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 12, 1898, p. 111-132.

1898c *Elementi di algebra*, Torino, Bona, 1898.

1898d (con A. Ramorino) *Aritmetica e norme per l'insegnamento nelle scuole elementari*, Torino, Gallizio, 1898.

1898e (con A. Ramorino) *Elementi di Aritmetica Razionale ad uso della 3ª classe della Scuola Tecnica*, Torino, Petrini, 1898.

1898f *Risposta alla recensione di C. Pacchiani al testo di Burali-Forti, Ramorino, Aritmetica e norme per l'insegnamento nelle scuole elementari]*, Per. Mat., 13, 1898, 230-231.

1899a *Les proprietés formales des opérations algébriques*, RdM, 6, 1896-1899, p. 141-177.

1899b *Sur les rotations*, Bull. Sciences Math. et Astronomiques, II, 23, 1899, p. 82-92.

1899c *Sur l'égalité et sur l'introduction des éléments dérivés dans la science*, L'Enseignement Mathématique, 1, 1899, p. 246-261.

1900a *Sur la formule de Taylor pour les formes géométriques*, Zeitschr. für Mathematik und Physik, 45, 1900, p. 52-54.

1900b *Sui simboli di logica matematica*, Il Pitagora, 6, 1900, p. 1-5, 65-70, p. 130-136.

1900c *Risposta alla domanda n. 1633*, L'Interm. Mathématiciens, 7, 1900, p. 38.

1900d *Risposta alla domanda n. 1637*, L'Interm. Mathématiciens, 7, 1900, p. 245-246.

1900g *Domanda no 1988*, L'Interm. Mathématiciens, 7, 1900, p. 405.

1901a *Sopra alcuni punti singolari della curve piane e gobbe*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 36, 1900-01, p. 935-938.

1901b *Il metodo di Grassmann nella geometria proiettiva*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 15, 1901, p. 310-320.

1901c *Lezioni di aritmetica pratica. Seconda edizione*, Torino, Petrini, 1901.

1901d *Applicazioni del metodo di Grassmann*, Le Matematiche pure ed applicate, 1, 1901, p. 269-278.

1901e *Sur les différentes méthodes logiques pour la définition du nombre réel*, vol. 3, *Logique et Histoire des Sciences*, Paris, Colin, 1901, p. 288-308.

1902a *Le formule di Frenet per le superficie*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 37, 1901-02, p. 233-246.
1902b *Ingranaggi piani*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 37, 1901-02, p. 393-413.
1902c *Sulle radiali*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 16, 1902, p. 185-191.
1902d *Antwort auf eine Frage des Herrn E. N. Barisien im Intermédiaire des Mathématiciens*, Arch. Mathematik und Physik, 3,4, 1902, p. 181-184.
1902e *Sulle linee funicolari*, Le Matematiche pure ed applicate, 2, 1902, p. 184-186.
1903a *Sul moto di un corpo rigido*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 38, 1902-03, p. 155-170.
1903b *I vettori nella geometria elementare*, Il Pitagora, 9, 1903, p. 65-82; 113-122.
1904a *Sulla teoria generale delle grandezze e dei numeri*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 39, 1903-04, p. 256-272.
1904b *Lezioni di aritmetica pratica. Terza edizione*, Torino, Petrini, 1904.
1904c *Lezioni di geometria metricoproiettiva*, Torino, Bocca, 1904.
1904d *S. Catania, Aritmetica razionale ad uso delle scuole secondarie superiori*, Boll. Bibl. Storia Scienze Mat., 7, 1904, p. 91.
1905 *L'integrafo di Abelank-Abokanowicz*, Torino, Soc. Ed. Politecnica, 1905.
1906a *Sopra alcune operazioni proiettive applicabili nella meccanica*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 42, 1905-06, p. 100-120.
1906b *Sulla curva delle probabilità*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 35, 1905-06, p. 155-157.
1906c *Sui principii della meccanica*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 22, 1906, p. 152-160.
1907a *Sulle omografie vettoriali*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 42, 1907, p. 417-426.
1907b *Lezioni di aritmetica pratica*, 4 ed., Torino, Petrini, 1907.
1907c (con R. Marcolongo) *Per l'unificazione delle notazioni vettoriali*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 23 1907, p. 324-328.
1907d (con R. Marcolongo) *Per l'unificazione delle notazioni vettoriali*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 24, 1907, p. 65-80, 318-332.
1907f (con R. Marcolongo) *Per l'unificazione delle notazioni vettoriali*, Nuovo Cimento, 5, 13, 1907, p. 488-493.
1908a *Funzioni vettoriali*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 43, 1907-08, p. 13-24.
1908b *I quaternioni di Hamilton e il calcolo vettoriale*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 43, 1907-08, p. 1146-1164.
1908c *L'importance des transformations linéaires des vecteurs dans le calcul vectoriel général*, Enseign. Math., 10, 1908, p. 411-417.
1908d *Corso di geometria analiticoproiettiva*, Torino, Petrini, 1908.

1908e (con R. Marcolongo) *Per l'unificazione delle notazioni vettoriali*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 25, 1908, p. 352-375.
1908f (con R. Marcolongo) *Per l'unificazione delle notazioni vettoriali*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 26, 1908, p. 369-377.
1908g (con R. Marcolongo) *Notations rationelles pour le système vectoriel minimum*, Turin, Bona, 1908.
1909a *Démonstration vectoriel d'une construction des axes d'un ellipse*, Enseign. Math., 11, 1909, p. 301-302.
1909b *Alcune nuove espressioni assolute delle curvature in un punto di una superficie*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 18, 1909, p. 50-55.
1909c *Una dimostrazione assoluta del teorema di Gauss relativo all'invariabilità della curvatura totale nella flessione*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 18, 1909, p. 238-241.
1909d (con R. Marcolongo) *Elementi di calcolo vettoriale con numerose applicazioni alla geometria, alla meccanica e alla fisica-matematica*, Bologna, Zanichelli, 1909.
1909e (con R. Marcolongo) *Omografie vettoriali con applicazioni alle derivate rispetto ad un punto e alla fisica-matematica*, Torino, Petrini, 1909.
1909f (con R. Marcolongo) *Notations rationelles pour le système vectoriel minimum*, Enseign. Math., 11, 1909, p. 41-45.
1909g (con R. Marcolongo) *Réponse a Combebiac*, Enseign. Math., 11, 1909, p. 134.
1909h (con R. Marcolongo) *Réponse à Timerding et Wilson*, Enseign. Math., 11, 1909, p. 459-466.
1910a *Sulla geometria differenziale assoluta delle congruenze e dei complessi rettilinei*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 45, 1909-10, p. 4-22.
1910b *Gradiente, rotazione e divergenza in una superficie*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 45, 1909-10, p. 388-400.
1910c *Sulla rappresentazione sferica di Gauss*, Atti Istituto Veneto, 69, 1909-10, p. 693-723.
1910d *Lezioni di aritmetica pratica. Quinta edizione*, Torino, Petrini, 1910.
1910e (con R. Marcolongo) *Elements de calcul vectoriel avec de nombreuses applications à la geometrie, à la mecanique et à la physique-mathématique*, Paris, Hermann, 1910.
1910f (con R. Marcolongo) *Réponse à Carvallo, Cargill-Knott e Macfarlane*, Enseign. Math., 12, 1910, p. 46-54.
1911a *Alcune applicazioni alla geometria differenziale su di una superficie dell'operatore omografico C*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 46, 1910-11, p. 461-481.
1911b *Sopra una formula generale per la trasformazione di integrali di omografie vettoriali*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 46, 1910-11, p. 745-765.

1911c *Sull'operatore di Laplace per le omografie vettoriali*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 20, 1911, p. 10-16.
1911d *Sopra un nuovo operatore differenziale per le omografie vettoriali*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 20, 1911, p. 641-648.
1911e (con R. Marcolongo) *A proposito dell'articolo di G. Aguglia: I quaternioni, I*, Boll. Mat., 10, 1911, p. 192-194.
1911df (con R. Marcolongo) *À propos d'un article de M. E. B. Wilson*, Enseign. Math., 13, 1911, p. 138-148.
1912a *Sul moto composto*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 47, 1911-12, p. 261-265.
1912b *Fondamenti per la geometria differenziale su di una superficie col metodo vettoriale assoluto*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 33, 1912, p. 1-40.
1912c *Corso di Geometria Analitico-Proiettiva*, Torino, Petrini, 1912.
1912d *Gli enti astratti definiti come enti relativi ad un campo di nozioni*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 21, 1912, p. 677-682.
1912e *Sur les dyads et les dyadics de Gibbs*, Enseign. Math., 14, 1912, p. 276-282.
1912f (con R. Marcolongo) *A proposito dell'articolo di G. Aguglia: I quaternioni, II*, Boll. Mat., 11, 1912, p. 188-189.
1912g (con R. Marcolongo) *Analyse vectorielle générale: I, Transformations linéaires*, Pavia, Mattei, 1912.
1913a *Sur les lois générales de l'algorithme des symboles de fonction et d'operation*, Proceedings of the 5th Int. Congr. Math., Cambridge 1912, 2, 1913, p. 480-491.
1913b *Sopra alcuni operatori lineari vettoriali*, Atti Istituto Veneto, 72, 1913, p. 265-276.
1913c *Questioni sulle forme geometriche di Grassmann-Peano*, Il Pitagora, 20, 1913, p. 15-17.
1913d *Lezioni di aritmetica pratica. Sesta edizione*, Torino, Petrini, 1913.
1913e (con R. Marcolongo) *Analyse vectorielle générale: II, Applications à la mécanique et à la physique*, Pavia, Mattei, 1913.
1914a *Sopra alcune superficie rigate dipendenti dalle indicatrici sferiche di una curva gobba*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 23, 2, 1914, p. 201-208.
1914b *Sopra alcune omografie determinate da formazioni geometriche di seconda specie*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 23, 2, 1914, p. 318-323.
1914c (con R. Marcolongo) *Analyse vectorielle générale*, Isis, 5, 2, 1, 1914, p. 174-182.
1915a *Nuove applicazioni degli operatori*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 50, 1914-15, p. 669-684.
1915b *I numeri reali definiti come operatori per le grandezze*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 24, 1915, p. 489-496.
1916a *Sugli assintoti e piani assintotici di una linea*, Giorn. Mat. (Battaglini), 54, 1916, p. 249-278.

1916b *Sopra alcuni baricentri di linee, aree, volumi*, Rend. Istituto Lombardo, 49, 1916, 23 p.
1916c *Sulla definizione di coppie, terne, ecc.*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 25, 1, 1916, p. 405-413.
1916d *Ancora sulla definizione di coppie, terne, ecc.*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 25, 2, 1916, p. 206-207.
1916e *Sulle derivate delle isomerie vettoriali*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 25, 1, 1916, p. 709-716.
1916f *Sugli operatori differenziali omografici*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 25, 2, 1916, p. 51-59.
1917a *Equivalenti omografiche delle formule di Frenet. Linee e superficie parallele*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 52, 1916-17, p. 834-846.
1917b *I moti relativi nel calcolo assoluto*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 26, 1917, p. 596-602, 632-637.
1918a *Alcuni sistemi di linee su di una superficie*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 53, 1917-18, p. 111-123.
1918b *Linea in ogni cui punto è assegnata una direzione invariabilmente collegata al triedro principale*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 53, 1917-18, p. 347-358.
1918c *Traiettorie ortogonali di un sistema di superficie sferiche*, Rend. Istituto Lombardo, 2 51, 1918, p. 899-908.
1918d *Differenziali esatti*, Atti Acc. Lincei, Rend., 5, 27, 1918, p. 92-96.
1918e *Alcune linee e superficie collegate con una linea gobba*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 27, 1918, p. 109-112.
1918f *Sulle superficie rigate*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 27, 1918, p. 283-287.
1919a *Logica matematica*, Seconda edizione, Milano, Hoepli, 1919.
1919b *Classe derivata di una funzione*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 28, 1, 1919, p. 63-65.
1919c *Definizione geometrica di linea, superficie, solido*, Atti Acc. Lincei, Rend., 5, 28, 1, 1919, p. 253-256.
1919d *Fondamenti per la geometria del triangolo*, Palermo, Capozzi, 1919.
1921a *Sui numeri reali e le grandezze, Nota I*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 30, 1, 1921, p. 175-177.
1921b *Sui numeri reali e le grandezze, Nota II*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 30, 2, 1921, p. 26-28.
1921c *Applicazione del teorema di Guldino*, Boll. Mat., 1, 1921, 2 p.
1921d *Costruzione di un triangolo*, Boll. Mat., 1, 1921, 3 p.
1921e *Polemica logico-matematica. C. Burali-Forti e F. Enriques*, Per. Mat., 4, 1921, p. 354-359.
1921f (con T. Boggio) *Meccanica razionale*, Torino, Lattes, 1921.
1921g (con R. Marcolongo) *Elementi di calcolo vettoriale con numerose applicazioni alla geometria alla meccanica e alla fisica matematica. 2 ediz.*, Bologna, Zanichelli, 1921.

1921h (con R. Marcolongo) *Corso di matematica per il secondo biennio degli istituti tecnici*, Napoli, Perella, 1921.
1922a *Geometria descrittiva*, vol. 1: *Assonometria*, vol. 2: *Projezione quotata, projezione Monge, prospettiva*, Torino, Lattes, 1921-22.
1922b *Operatori per le iperomografie*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 57, 1921-22, p. 285-292.
1922c *Sugli spazi curvi*, Atti Acc. Lincei Rend., 5, 31, 2, 1922, p. 73-76, 181-184.
1922d (con T. Boggio) *Moti relativi e pendolo di Foucault*, Rend. Istituto Lombardo, 55, 1922, p. 310-317.
1923a *Flessione dei raggi luminosi stellari e spostamento secolare del perielio di Mercurio*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 58, 1922-23, p. 149-151.
1923b *Trattrici e catenaria relative ad una linea*, Esercit. Matem. Circ. Mat. Catania, 4, 1923, p. 1-6.
1923c (con R. Marcolongo) *Corso di matematica. Vol. II: Geometria*, Napoli, 1923.
1924a *Sulla definizione della eguaglianza*, Boll. Mat., 19, 1923-24, p. 110-113.
1924b (con T. Boggio) *Espaces Courbes. Critique de la Relativité*, Torino, Sten, 1924.
1925a *Stato cinetico, moto infinitesimo, teorema di Coriolis*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 60, 1925, p. 171-177.
1925b *Estensione all'iperbole di alcune proprietà dell'ellisse*, Boll. Mat., 2, 3, 1925, p. 123-124.
1925c *A proposito di una lettera di Mario Pieri*, Boll. Mat., 2, 4, 1925, p. 136-137.
1925d (con T. Boggio) *Osservazioni sopra un articolo del Prof. P. Straneo*, Boll. Mat., 4, 1925, p. LXVII-LXVIII.
1926 *Geometria analitico proiettiva*, 2 ed., Torino, Petrini, 1926.
1928 *Una questione sui veli elastici*, Atti Acc. Lincei Rend., VI, 8, 1928, p. 549-551.
1929a *Una prima questione di balistica esterna*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 64, 1928-29, p. 146-158.
1929b (con R. Marcolongo) *Elementi di trigonometria: ad uso degli istituti medi superiori e degli istituti industriali*, Napoli, Perella, 1929.
1929c (con R. Marcolongo) *Analisi vettoriale generale e applicazioni.* Vol. I *Trasformazioni lineari, seconda edizione*, Bologna, Zanichelli, 1929.
1930 (con P. Burgatti, T. Boggio) *Analisi vettoriale generale e applicazioni.* Vol. II, *Geometria differenziale*, Bologna, Zanichelli, 1930.
1932 (con T. Boggio) *Esercizi di algebra*, Torino, Petrini, 1932.
1938 *Elementi di calcolo vettoriale*, Enc. Matem. elementari, 2, 2, 1938, Milano, Hoepli, p. 105-119.
1948 (con T. Boggio) *Esercizi di matematica: algebra, geometria, funzioni circolari*, Torino, Petrini, 1934.

Fonti archivistiche

Acc. Lincei Roma, *Fondo Levi-Civita*: carteggio Burali-Forti - T. Levi-Civita, edito in P. Nastasi, R. Tazzioli (a cura di), *Aspetti di Meccanica e di Meccanica applicata nella corrispondenza di Tullio Levi-Civita*, Quaderni Pristem N. 14, Palermo, Bocconi, 2003, a cura di U. Lucia, p. 553-568; AS Pisa: fascicolo personale dello studente Cesare Burali-Forti; ASU Torino: *Verbale dell'adunanza dei Prof. Ordinari e Straordinari della Fac. di Scienze MFN*, 18.6.1894, VII-81, N. 100; *Verbale dell'adunanza dei Prof. Ordinari e Straordinari della Fac. di Scienze MFN*, 3.7. 1894, VII-81, N. 101; BC Cuneo, *Lascito Peano*: carteggio Burali-Forti - L. Couturat, edito in E. Luciano, C.S. Roero (a cura di), *Giuseppe Peano - Louis Couturat. Carteggio (1896-1914)*, Firenze, Olschki, 2005, p. 225-227; BDF Milano, *Fondo Vailati*: carteggio C. Burali-Forti - G. Vailati. Le lettere di C. Burali-Forti a G. Vailati del 22.9.1894, [post novembre 1905], 2 maggio 1906, 6.1.1908 sono edite in E. Luciano, C.S. Roero, *Giuseppe Peano Matematico e Maestro*, Torino, DM, 2008, p. 92-93, 179, 181-182, 183; BSM Torino, *Fondo Peano-Vacca*: carteggio C. Burali-Forti - G. Vacca, edito in P. Nastasi, A. Scimone (a cura di), *Lettere a Giovanni Vacca*, Quaderni PRISTEM, 5, Palermo 1995, p. 14-26; BU Pisa: *Fascicolo tesi* 5421, Tesi di laurea: *Caratteristiche dei sistemi di coniche*, 50 p.

Fonti bibliografiche

Annuari dell'Università di Torino: 1894-95, p. 94; 1895-96, p. 80; R. Marcolongo, *Necrologio*, Bollettino UMI, 9-10, 1930-31, p. 182-185; G. Giorgi, *Metodi di calcolo vettoriale e spaziale, notizie storiche e comparative*, in L. Berzolari, D. Gigli, G. Vivanti, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, III, Milano, Hoepli, 1947, p. 99-124; F. Tricomi, *Matematici italiani del primo secolo dello stato unitario*, Memorie Acc. Scienze Torino, Classe di Scienze MFN, s. 4, 1, 1962, p. 26; H.C. Kennedy, *Burali-Forti Cesare*, Dictionary of Scientific Biography, vol. 2, 1970, p. 593-594; E. Agazzi, *Burali-Forti Cesare*, Dizionario Biografico degli italiani, vol. 15, 1972, p. 376-381; M. Borga, P. Freguglia, D. Palladino, *I contributi fondazionali della scuola di Peano*, Milano, Angeli, 1985, p. 182-189; P. Freguglia, *Cesare Burali-Forti e gli studi sul calcolo geometrico* in *La matematica italiana tra le due guerre mondiali*, Bologna, Pitagora, 1986, p. 173-180; L. Giacardi, C.S. Roero, *Bibliotheca Mathematica*, Torino, Allemandi, 1987, p. 180-181; P. Freguglia, *Dalle equipollenze ai sistemi lineari. Il contributo italiano al calcolo geometrico*, Urbino, Quattroventi, 1992; G. Arrighi (a cura di) *Lettere a Mario Pieri*, Milano, Quaderni Pristem n. 6, 1997, p. 19-35; P. Freguglia, *Geometria e numeri. Storia, teoria elementare e applicazioni del calcolo geometrico*, Torino, Bollati Boringhieri, 2006.

GIOVANNI VAILATI

1863 - 1909

Nato a Crema (Cr) il 23 aprile 1863 dal nobile Vincenzo e da Teresa Albergoni, Vailati frequentò le scuole elementari e medie presso il Collegio S. Maria degli Angeli di Monza e proseguì gli studi al Collegio S. Francesco di Lodi, dove entrò nel 1874 come convittore. Conseguito il diploma di maturità presso il Liceo Verri di Lodi, l'11 novembre 1880 si iscrisse al corso di laurea in Matematica dell'Università di Torino, dove conobbe Peano, all'epoca assistente nel corso di Algebra e Geometria analitica e supplente di A. Genocchi in quello di Calcolo infinitesimale. Ottenuta il 26 ottobre 1882 la licenza Fisico-Matematica, Vailati passò alla Scuola d'applicazione per ingegneri, e si laureò in Ingegneria civile il 19 dicembre 1885. Ripresi quindi gli studi di Matematica, fu ammesso nel 1885-86 al quarto anno e conseguì la laurea il 17 gennaio 1888. Tornato a Crema, vi si trattenne per alcuni anni dedicandosi allo studio della musica e delle lingue classiche e moderne. Si impegnò in questo periodo in alcune istituzioni comunali, manifestando simpatie per il liberismo riformista che non si tradussero però in una vera militanza politica.

Nel 1892 divenne a Torino assistente di Peano sulla cattedra di Calcolo infinitesimale. Nel 1894 iscrisse al Corso superiore di Elettrotecnica presso il R. Museo industriale, ma non sostenne esami. Nel 1895-96 fu assistente di Geometria proiettiva sulla cattedra di L. Berzolari e dal 1896 al 1898 assistente di Meccanica razionale, sulla cattedra di V. Volterra. Su suggerimento di quest'ultimo, Vailati tenne in questi anni tre corsi liberi di Storia della Meccanica, a imitazione di quelli svolti a Vienna da Ernst Mach. Di essi restano le prolusioni pubblicate a Torino, che sono fondamentali per apprezzare le sue competenze di storia e di epistemologia delle scienze e la sua convinzione dell'importanza della conoscenza storica nell'attività di ricerca scientifica e nell'insegnamento.

Il periodo trascorso a Torino lasciò un'impronta duratura sulla produzione di Vailati. Egli strinse contatti con Peano e la sua *equipe* di collaboratori, approfondì la logica matematica ed elaborò le prime riflessioni sul linguaggio e sulla deduzione come strumento di ricerca, coltivando con grande interesse la storia della matematica e la passione per la didattica. Nel vivace ambiente intellettuale del capoluo-

go piemontese Vailati ebbe modo di estendere i suoi orizzonti culturali nelle frequentazioni con C. Lombroso, G. Mosca, P. Jannacone, P. Ricci e G.C. Ferrari e a contatto con il laboratorio di Economia politica fondato da Salvatore Cognetti de Martiis, dove incontrò Luigi Einaudi.

Nel 1899, lasciata l'Università, passò all'insegnamento secondario, come docente di matematica nel Liceo di Siracusa (1899-1900), negli Istituti tecnici di Bari (1900-1901), di Como (1901-1904) e di Firenze (1904). I nuovi impegni professionali non lo distolsero però dai suoi studi: in Sicilia ebbe modo di frequentare F. Brentano, maestro di E. Husserl e di S. Freud, alle cui teorie psico-gnoseologiche dedicò una comunicazione al Congresso internazionale di psicologia di Parigi e nell'estate del 1902 soggiornò in Austria, presso la famiglia di Brentano. Quello stesso anno, consigliato da Volterra di concorrere ad una libera docenza in Storia della matematica, Vailati decise di partecipare a Palermo al concorso in Storia della filosofia, che ebbe però esito negativo. Nel 1903 si recò in Gran Bretagna, a Cambridge ed a Harrow, per incontrare Lady V. Welby, con cui condivideva la predilezione per gli studi di analisi del linguaggio.

In seguito ad un voto espresso dalla Accademia dei Lincei, nel 1904 gli fu affidato l'incarico di curare l'edizione nazionale degli scritti di E. Torricelli e fu trasferito dal Ministro della Pubblica Istruzione presso l'Istituto tecnico G. Galilei di Firenze. Qui strinse rapporti con G. Papini e G. Prezzolini, animatori della rivista *Leonardo*, che fra il 1904 e il 1907 ospitò numerosi suoi interventi su temi di logica e di filosofia della scienza.

Nel novembre del 1905, su suggerimento di G. Salvemini, il Ministro della Pubblica Istruzione L. Bianchi chiamò Vailati a far parte della Commissione Reale per la riforma della scuola media. Il suo impegno in quest'ambito fu intenso [1]: si recò in diversi stati europei per studiare sul campo i sistemi scolastici e il loro funzionamento, coordinò i lavori per la preparazione dei programmi di matematica e intervenne su varie questioni di carattere pedagogico e didattico, pubblicando articoli interessanti, profondi, e ancor oggi attuali. Pur partecipando attivamente alle riunioni della Commissione, la passione per l'insegnamento indusse Vailati a chiedere nell'autunno del

[1] Cfr. l'articolo di L. Giacardi in questo volume.

1908 di tornare all'Istituto Galileo di Firenze. Nel dicembre di quell'anno si ammalò di cancro e ritornò a Roma, dove le sue condizioni si aggravarono ed egli morì il 14 maggio 1909.

Gli amici G. Peano, A. Padoa, R. Marcolongo e A. Conti lo commemorarono sul *Bollettino di Matematica* e su alcuni quotidiani, sottolineando la versatilità delle sue doti scientifiche e la singolare generosità e affabilità del suo carattere. Poco dopo la scomparsa fu aperta una sottoscrizione, cui aderirono oltre duecentocinquanta intellettuali, per raccogliere in un volume i numerosissimi suoi scritti. L'opera apparve nel 1911, a cura di G. Vacca, M. Calderoni e U. Ricci.

Uomo di cultura vasta ed eclettica, Vailati si occupò di matematica, filosofia, storia della scienza, didattica della matematica, filosofia del linguaggio, logica, economia politica, linguistica, sociologia e psicologia, spingendosi fino allo studio di fenomeni paranormali, come la telepatia e lo spiritismo. La sua ampia produzione scientifica, che annovera oltre duecento titoli, comprende accanto ad articoli e saggi, numerose recensioni, pubblicate in varie lingue su importanti riviste italiane e straniere, che costituiscono il distillato della sua fine ed acuta critica, espressione di autentica profondità ed originalità.

I primi lavori di logica e metodologia della scienza risalivano agli anni torinesi, sotto l'influsso di Peano, ed erano volti ad approfondire il carattere di sistemazione assiomatica della matematica e la teoria delle definizioni e delle dimostrazioni, secondo Aristotele, Euclide e i filosofi e matematici moderni. Con accurate note di carattere storico e filologico sulla logica simbolica, Vailati contribuì alla redazione delle prime due edizioni del *Formulario di Matematica* e collaborò alla *Rivista di Matematica* diretta da Peano, su cui apparvero una decina di suoi articoli. Fra questi spicca la recensione dell'opera di L. Couturat, *La logique de Leibniz* (1901), nella quale Vailati mise a frutto i suoi studi sulla filosofia di Leibniz, contribuendo a illustrare la grandezza speculativa del filosofo e matematico tedesco, visto come 'precursore' della moderna logica ideografica. Nel 1901 Vailati aderì pure alla stesura del *Dizionario di Matematica* di Peano, un progetto, presentato alla Mathesis e rimasto incompiuto, che mirava alla creazione di un linguaggio matematico uniforme da usare nell'istruzione scolastica. Con entusiasmo egli si impegnò anche nella promozione e diffusione dell'indirizzo di ricerca di Peano, pubblicando sulla *Revue de Metaphysique et de Morale* l'importante saggio *La Logique Mathématique et sa nouvelle phase de développement*

dans les écrites de M. J. Peano (1899), nel quale analizzava le fasi storiche di sviluppo della logica deduttiva, partendo da Aristotele, G.W. Leibniz, J.H. Lambert e J. Segner, per giungere ai suoi sviluppi ottocenteschi, ad opera di G. Boole, G. Peacock, A. De Morgan e Peano.

Appartengono al periodo torinese, oltre agli studi di logica e filosofia della scienza, anche quelli di economia politica e di storia della meccanica. Nei primi egli lamentava il fatto che l'economia politica non facesse parte delle materie insegnate nelle scuole. Gli altri, su cui ritornò a più riprese nel corso della vita, erano incentrati sui principi della meccanica e mettevano a frutto le sue notevoli competenze di storico, acquisite in biblioteche di tutta Europa e nei contatti con i più autorevoli studiosi e le loro opere. Le citate prolusioni di Vailati ai corsi liberi tenuti all'Università e i successivi lavori su Archimede, Aristotele, Erone, Benedetti, Giordano Nemorario e G. Galilei – precedenti alla produzione di P. Duhem – così come le monografie su G. Saccheri ed E. Torricelli, sono fra i contributi di maggior pregio, per acribia e senso critico, e gli valsero notorietà a livello internazionale, tanto da far asserire a R. Marcolongo:

> « bastano già queste sole prolusioni, così originali e diverse dalle solite, a testimoniare della profondità e maturità di mente del Vailati, della sua svariata cultura, delle sue conoscenze filologiche, dell'acutezza delle sue vedute. Esse contengono già, in germe, le idee ch'egli svilupperà con altri venti anni di lavoro; rivelano la padronanza di Lui in tutti quei campi che, con sintesi potente e ben rara oggidì, Egli saprà abbracciare e percorrere. Questi scritti, benché dettati come prolusioni ad un corso di storia della meccanica, sono contributi geniali alla storia della cultura e della scienza... » [2].

Per quanto concerne il versante filosofico della sua opera, Vailati fu, insieme all'allievo ed amico Calderoni, tra i maggiori esponenti del pragmatismo italiano, e il suo intento fu quello di instaurare una stretta collaborazione tra logica e pragmatismo, opponendosi sia al volontarismo di W. James e di F.C.S. Schiller, sia al pragmatismo magico di Papini. Maturando una posizione filosofica originale, egli rivendicò il carattere essenzialmente logico del pragmatismo, secondo la concezione di C. Pierce. Secondo Vailati il compito del logico, così come quello dello scienziato e del filosofo, consiste nel « demo-

[2] MARCOLONGO 1908-09, p. 207-208.

lire l'impero delle verità assolute e dei principi primi, sostituendo ad essi l'istanza di rigorosi controlli metodologici e logici » e nel condurre « una costante verifica del sapere sul terreno della realizzabilità e della pratica. I problemi della storia e della teoria della scienza vanno dunque affrontati come problemi di metodologia, di logica, e di analisi del linguaggio ». In questo carattere scientifico dell'attività filosofica di Vailati fu ravvisato da Tricomi uno dei principali pregi della sua opera che « contribuì a mostrare la vanità di ogni studio della storia della filosofia che prescinda dalla scienza, ciò che, ai suoi tempi, era lungi dall'essere una verità da tutti accettata » [3].

Oltre che per gli studi di storia della matematica e di filosofia, il nome di Vailati si affermò a livello internazionale anche per la sua attività nel settore della didattica della matematica. Come giustamente afferma L. Giacardi la sua riflessione sui problemi dell'insegnamento:

« è un'originale sintesi che si sviluppa in una fitta trama di riferimenti che attingono [...] a molteplici motivi culturali. In essa istanze positivistiche, gli assunti epistemologici della scuola di Peano e il principio herbartiano per cui l'apprendimento intellettuale deve essere tutt'uno con la formazione del carattere, si uniscono armonicamente al pragmatismo, all'esigenza di democratizzazione della cultura e alla convinzione profonda dell'unità del sapere. La scuola laboratorio che Vailati propone, dove l'allievo è « un campo da seminare, una pianta da coltivare, un fuoco da eccitare » e dove l'*humanitas* scientifica ha un ruolo centrale, credo possano costituire ancora oggi [...] uno stimolante riferimento » [4].

Appassionato di linguistica e convinto estimatore del progetto di *latino sine flexione*, ideato da Peano, Vailati intervenne sul tema dell'insegnamento del latino nelle scuole secondarie nella nota *La psicologia di un dizionario* (1908e) ed esaminò « ciò che nelle formule dell'algebra corrisponde alla grammatica comune » (1908h).

Il ventaglio di interessi culturali di Vailati, quanto mai esteso e sfaccettato, trova la sua massima espressione nel ricco epistolario, conservato a Milano, che raccoglie le corrispondenze con oltre duecento personalità del mondo della scienza e della cultura, fra cui F. Brentano, C. Burali-Forti, B. Croce, H. Diels, G. Eneström, F. En-

[3] TRICOMI 1962, p. 113.
[4] GIACARDI 1999, p. 348-350.

riques, J.L. Heiberg, E. Mach, A. Padoa, G. Papini, V. Pareto, G. Peano, A. Pojero, O. Premoli, E. Rignano, G. Vacca, V. Volterra, E. Wohlwill, H. Zeuthen. In relazione all'attività svolta a Torino risulta di particolare interesse il fitto carteggio con Vacca, relativo agli anni 1899-1909, che mostra i contorni della loro collaborazione alla stesura del *Formulario*, con l'apporto di note, aggiunte, correzioni e integrazioni storico-bibliografiche.

Membro dell'associazione Mathesis, della Federazione Nazionale degli Insegnanti della Scuola Media e della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, Vailati fu una presenza costante e carismatica nei maggiori simposi dell'epoca, dove interveniva spesso con osservazioni puntuali, penetranti e suggestive. Nel 1899 a Monaco di Baviera al convegno degli scienziati incontrò nella sezione di matematica Georg Cantor e Moritz Cantor. Nominato nei congressi internazionali di filosofia di Parigi (1900) e di Heidelberg (1908) membro della commissione internazionale permanente, Vailati partecipò al convegno internazionale di Scienze storiche a Roma nel 1903, al congresso di Filosofia di Ginevra (1904), a quello regionale degli insegnanti di matematica delle Scuole medie (Pavia 1904) e al congresso internazionale dei Matematici di Roma (1908), durante il quale fu presidente della sezione relativa alle Questioni filosofiche, storiche e didattiche.

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1891a *Un teorema di logica matematica - estratto di lettera dell'Ing. G. Vailati al Direttore*, RdM, 1, 1891, p. 103.

1891b *Le proprietà fondamentali delle operazioni della logica deduttiva*, RdM, 1, 1891, p. 127-132.

1892a *Sui principi fondamentali della geometria della retta*, RdM, 2, 1892, p. 71-75.

1892b *Dipendenza fra le proprietà delle relazioni*, RdM, 2, 1892, p. 161-164.

1893 *A. Nagy, Principi di logica esposti secondo le teorie moderne, Torino, Loescher, 1891*, RdM, 3, 1893, p. 62.

1894a *G. Bernardi, Soluzionario degli esercizi di trigonometria piana contenuti nel trattato di trigonometria di G. A. Serret, Firenze, Le Monnier, 1894*, RdM, 4, 1894, p. 42.

1894b *Catalogue of the University of Texas for 1893-94*, RdM, 4, 1894, p. 106-108.

1894c *C. Burali-Forti, Logica matematica, 1894 (Hoepli, Milano)*, RdM, 4, 1894, p. 143-146.

1895a *Sulle relazioni di posizione fra punti d'una linea chiusa*, RdM, 5, 1895, p. 75-78.

1895b *Sulle proprietà caratteristiche delle varietà a una dimensione*, RdM, 5, 1895, p. 183-185.

1896a *E. Perez, El cultivo de la matematica y la forma deductiva de la inferencia*, RdM, 6, 1896, p. 17-18.

1896b *La discussione sulla telepatia al III congresso internazionale di psicologia*, Rivista di studi psichici, 1896.

1897a *Sull'importanza delle ricerche relative alla Storia delle scienze. Prolusione a un corso sulla storia della meccanica*, Torino, Roux Frassati, 1897.

1897b *Der logische Algorithmus in seinen Wesen, in seiner Anwendung, und in seiner philosophischen, Bedeutung von Josef Hontein*, RdM, 6, 1897, p. 42-47.

1897c *Il principio dei lavori virtuali da Aristotele a Erone di Alessandria*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 32, 1897, p. 940-962.

1897d *Del concetto di centro di gravità nella statica d'Archimede*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 32, 1897, p. 742-758.

1897e *Di una dimostrazione del principio della leva attribuita ad Euclide*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 1897, p. 21-22.

1898a *C. Baudi di Vesme, Storia dello spiritismo, Torino 1897*, Rivista di studi psichici, genn. 1898.

1898b *Il metodo deduttivo come strumento di ricerca. Lettura d'introduzione al Corso di lezioni sulla storia della meccanica, tenuto all'Università di Torino l'anno 1897-98*, Torino, Frassati & C., 1898, 44 p.

1898c *Programma riassuntivo del corso sulla Storia della Meccanica tenuto nell'Università di Torino l'anno 1897-98*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 1, 1898, p. 101-106.

1898d *Le speculazioni di Giovanni Benedetti sul moto dei gravi*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 33, 1898, p. 559-583.

1898e *Fisionomie criminali ed Aristotile*, Arch. psichiatria, sci. penali ed antrop. crim., 19, 1898, p. 136.

1898f *G.B. Gerini, Gli scrittori pedagogici italiani del secolo decimo sesto, Torino 1897*, Il Nuovo Risorgimento, 8, 1898.

1898g *A proposito dell'ipotesi telepatica e dell'ipotesi spiritica*, Rivista di studi psichici, 4, 1898.

1898h *R. Pictet, Etude critique du matérialisme et du spiritualisme par la physique expérimentale, 1896*, Arch. psichiatria, sci. penali ed antrop. crim., 19, 1898 p. 323-324.

1898i *G. Schiaparelli, Studio comparativo tra le forme organiche naturali e le forme geometriche pure, Milano, Hoepli, 1898*, Arch. psichiatria, sci. penali ed antrop. crim., 19, 4, 1898, p. 451-456.

1898j *C. Guastella, Saggi sulla teoria della conoscenza, Palermo 1898*, Il Nuovo Risorgimento, 8, 1898, p. 169.

1898k *M.J. Monrad, Die menschliche Willensfreiheit und das Böse, Leipzig 1898*, Arch. psichiatria, sci. penali ed antrop. crim., 19, 5-6, 1898, p. 638-639.

1898l *A. Pappalardo, Spiritismo, Milano, Hoepli, 1898*, Arch. psichiatria, sci. penali ed antr. crim., 19, 5-6, 1898, p. 662-663.

1898m *G. Scotti, Lo spiritismo e i nuovi studi psichici, Bergamo, Libraria C. Conti, 1898*, Arch. psichiatria, sci. penali ed antr. crim., 19, 5-6, 1898, p. 663.

1898n *L. Von Schröder, Buddhismus und Christentum, was sie gemein haben und was sie unterscheidet, Reval, 1898*, Arch. psichiatria, sci. penali ed antr. crim., 19, 6-7, 1898, p. 664.

1898o (Trad.) G. Sorel, *La necessità e il fatalismo nel marxismo*, La Riforma sociale, 8, 6, 1898, p. 708-732.

1898p *La méthode déductive comme instrument de recherche*, Rev. de Mét. et de Morale, 6, 1898, p. 667-703.

1898q *Der logische Algorithmus in seinem Wesen, in seiner Anwendung und in seiner philosophischen Bedeutung von Joseph Hontheim*, RdM, 6, 1898, p. 42-47.

1899a *Alcune osservazioni sulle questioni di parole nella Storia della scienza e della cultura. Prolusione al Corso libero di Storia della Meccanica letta il 12 Dicembre 1898 nell'Università di Torino*, Torino, Bocca, 1899, 39 p.

1899b *La logique mathématique et sa nouvelle phase de développement dans les écrits de M. G. Peano*, Rev. de Mét. et de Morale, 7, 1899, p. 86-102.

1899c *D. Mobac, Genio, scienza, arte e il positivismo di Max Nordau*, Rivista di studi psichici, 5, marzo 1899.

1899d *B. Riemann, Œuvres mathématiques, traduite par L. Laugel, avec une préface de M. Hermite et un discours de M. Felix Klein, Paris, 1898*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 2, 1899, p. 10-12.

1899e *L.M. Billia, Sulle dottrine psicofisiche di Platone, Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Modena, 1899*, Rivista di studi psichici, 5, giugno-luglio 1899.

1899f *C. Trivero, Classificazione delle scienze, Milano, Hoepli, 1899*, Riv. sociologia, 3, 4, 1899.

1899g *P. Rossi, L'animo della folla, Cosenza, Riccio, 1898*, Riv. sci. biologiche, 1, 7, 1899.

1899h *K.B.R. Aars, ber die Beziehung zwischen apriorischem causalgedetz und der Tatsache der Reizhöne, Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane vol. 19*, Arch. psichiatria, sci. penali ed antr. crim., 20, 4, 1899.

1899i *G. George, Esistono delinquenti nati?, Monatshefte, giugno 1899*, Arch. psichiatria, sci. penali ed antr. crim., 20, 4, 1899.
1899j *C. Laisant, La mthématique: philosophie, enseignement, Paris, Carré et Naud, 1898*, Il Nuovo Risorgimento, 9, 8, agosto 1899.
1899k *A. Bersano, Pazzia, genio e delinquenza nella filosofia platonica, Torino 1899*, Riv. sci. biologiche, I, 9, ottobre 1899.
1899l *W. James, The Will to Believe and other Essays in popular Philosophy, New York1897*, Riv. sper. freniatria, 25, 3-4, 1899.
1899m *W. James, The Will to Believe and other Essays in popular Philosophy*, Riv. It. sociologia, 3, 6, nov.-dic. 1899.
1899n *C. Guastella, Saggi sulla teoria della conoscenza, Palermo 1898*, Riv. studi psichici, 5, nov.-dic. 1899.
1899o *W. James, Principii di psicologia, trad. di G.C. Ferrari, Milano 1900*, Riv. studi psichici, 5, nov.-dic. 1899.
1900a *W. James, The Will to Believe and other Essays in popular Philosophy*, Rivista filosofica, 2, 3, gen.-feb. 1900.
1900b *J.P. Durand de Gros, Aperçus de taxinomie générale, Paris 1899*, Riv. sci. biologiche, 2, 1900, p. 153-158.
1900c *F. Paulsen, Einleitung in die Philosophie, Berlin 1899*, Riv. fil., ped. e scienze affini, 1, 2, 2, febbraio 1900.
1900d *W. James, Principii di psicologia, Milano, 1900*, Riv. sci. biologiche, 2, 1900, p. 239-240.
1900e *L. De Vincolis, La riforma della scuola classica davanti alla scienza e alla civiltà, Potenza 1899*, Riv. it. sociologia, 4, 2, 1900, p. 257-258.
1900f *J.P. Durand de Gros, Nouvelles recherches sur l'esthétique et la morale, Paris 1900*, Riv. studi psichici, 6, marzo-aprile 1900.
1900g *A. Groppali, La dottrina del piacere in Platone ed Aristotele, Mem. Ist. Lombardo 1900*, Riv. it. sociologia, 4, 3, 1900, p. 398-399.
1900h *W. Lutoslavski, Seelenmacht. Abriß einer zeitgemäßen Weltanschauung, Leipzig 1899*, Riv. sci. biologiche, 2, 1900, p. 551-553.
1900i *C. Trivero, La teoria dei bisogni, Torino 1900*, Riv. sci. biologiche, 2, 1900, p. 553-554.
1900j *I. Petrone, I limiti del determinismo scientifico, Modena 1900*, Rivista di filosofia, pedagogia e scienze affini, I, vol. 2, 6-7, giugno-luglio 1900.
1900k *C. Royer, La constitution du monde, Paris 1900*, Riv. it. sociologia, 4, 4, luglio-agosto 1900.
1900l *A. Bersano, Per la storia della teoria sui rapporti tra genio e pazzia, Archivio di psichiatria 1900*, Riv. sci. biologiche, 2, 1900, p. 638-640.
1900m *I. Petzold, Einführung in die Philosophie der reinen Erfahrung, Leipzig 1900*, Rivista di filosofia, 2, 4, settembre-ottobre 1900.
1900n *W. Lutoslavski, Seelenmacht, Leipzig 1899*, Riv. studi psichici, 6, 1900.

1900o *U. Tombesi, L'industria cotoniera italiana alla fine del secolo XIX*, Riv. it. sociologia, 4, 6, novembre-dicembre 1900, p. 790-791.

1900p *P. Tannery, Pseudonymes antiques, Revue des études grecques, X, 38, Juin 1897; P. Tannery, Sur Héraclide du Pont, ibidem; P. Tannery, Ecphante de Syracuse, Archiv für die Geschichte der Philosophie, B. IX, H. 2*, Janus, 5, 15-31 dicembre 1900.

1900q F.B. Meyer, *Un tempio sacro!*, trad. di G. Vailati, Firenze, Jalla, 1900.

1901a *Des difficultés qui s'opposent à une classification rationnelle des sciences*, Bibl. du Congrès Int. de Philosophie, Paris 1900, vol. 3, Paris, Colin, 1901, p. 603-632.

1901b *Sulla portata logica della classificazione dei fatti mentali proposta dal prof. Franz Brentano*, Rivista filosofica, 3, 4, 1, gennaio-febbraio 1901; Comptes rendus du III Congrès de psychologie (Paris 1900), Paris, Alcan, 1901.

1901c *G. Salvadori, Herbert Spencer e l'opera sua, Firenze 1900*, Riv. it. sociologia, 5, 1, gennaio-febbraio 1901.

1901d *M. Begey, Del lavoro manuale educativo, Torino 1900*, Rivista di biologia generale, 5, 1-2, gennaio-febbraio 1901.

1901e *E. Mach, Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen, Jena 1900*, Rivista di biologia generale, 1-2, gennaio-febbraio 1901.

1901f *L. Stein, An der Wende des Jahrhunderts, Versuch einer Kulturphilosophie, Freiburg 1899*, Rivista filosofica, 3, 4, 2, marzo-aprile 1901.

1901g *J. Pikler, J. Somló, Der Ursprung des Totemismus, Berlin 1900*, Rivista di biologia generale, 5, 3-4, aprile-maggio 1901.

1901h *J.P. Durand de Gros, Variétés philosophiques, Paris 1901*, Rivista di biologia generale, 5, 4-5, aprile-maggio 1901.

1901i *A. Groppali, I caratteri differenziali della morale e del diritto secondo la scuola positiva inglese, Verona 1901*, Riv. it. sociologia, 5, 3, giugno 1901.

1901j *V.E. Juvalta, Prolegomeni a una morale distinta dalla metafisica, Pavia 1901*, Riv. it. sociologia, 5, 3, giugno 1901.

1901k *P. Visani-Scozzi, La medianità*, Revue des études psychiques, s. 2, 1, juin-juillet, 1901.

1901l *Heronis Alexandrini, Operae quae supersunt omnia*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 4, 1901, p. 79-81.

1901m *U. Tombesi, Le condizioni dell'industria laniera italiana e le sue attuali condizioni, Pesaro 1901*, Riv. it. sociologia, 5, 5-6, settembre-dicembre 1901, p. 790-792.

1901n *Teofrasto, La storia delle piante, volgarizzata ed annotata da Filippo Ferri Mancini, Roma 1901*, Bollettino di filologia classica, 8, ottobre 1901.

1901o *E. Dumontel, Contributo alle ricerche di Woolhouse e di Makehan, Milano 1901*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 4, 1901, p. 121-122.

1901p *L. Couturat, La logique de Leibniz d'après des documents inédits, Paris 1901*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 4, 1901, p. 103-110.

1901q *L. Couturat, La logique de Leibniz d'après des documents inédits*, RdM, 7, 1901, p. 148-159.

1901r *B. Varisco, Scienza e opinioni, Roma, Società editrice Dante Alighieri, 1901*, Rivista filosofica, 3, vol. 4, 5, novembre-dicembre 1901.

1901s *Di un modo di riattaccare la teoria delle proporzioni fra segmenti a quella dell'equivalenza*, Atti II Congresso degli insegnanti di matematica delle scuole secondarie, Livorno 17-22.8.1901, Livorno, Giusti, 1902.

1902a *A proposito d'un recente tentativo di basare la teoria delle proporzioni sul teorema di Pascal relativo all'esagono inscritto in una conica*, Boll. di Matematica (Conti), 1, 1902, p. 24-27.

1902b *G. Gargnelli, Giacomo Leopardi, novello Epicuro, Palermo, Stab. Era Nuova, 1901*, Rivista popolare di politica, lettere e scienze, Roma, 8, 15 febbraio 1902.

1902c *J. Thirion S.I., L'évolution de l'astronomie chez les Grecs, Paris 1901*, Bollettino di filologia classica, 8, 8 febbraio 1902.

1902d *W. James, Principi di psicologia, trad. di G.C. Ferrari, Milano 1900*, La riforma sociale, 9, vol. 12, 1902.

1902e *V. Volterra, Sui tentativi di applicazione delle matematiche alle scienze biologiche e sociali, Bologna 1901*, Riv. it. sociologia, 6, 1, febbraio 1902.

1902f *V. Henry, Le langage martien, Paris, J. Raisonneuve, 1901*, Revue des études psychiques, s. 2, 2, 3-4, 1902, p. 113-115.

1902g *Scienza e filosofia*, Rivista popolare di politica, lettere e scienze sociali, 8, 15, aprile 1902.

1902h *M. Calderoni, I postulati della scienza positiva e il diritto penale, Firenze 1901*, Riv. it. sociologia, 4, 2-3, marzo-giugno 1902.

1902i *A. Naville, Nouvelle classification des sciences, Paris 1901*, Rivista di biologia generale, 4, 3, luglio 1902.

1902j Rec.: *N.G. Pierson, Problemi fondamentali dell'economia e delle finanze, Torino*, La riforma sociale, 9, 12, 1902.

1902k *L. Einaudi, Studi sugli effetti delle imposte, Torino 1902*, Riv. it. sociologia, 6, 4, settembre-dicembre 1902.

1902l *W. James, Principii di psicologia*, La riforma sociale, 9, 12, 4, 1902.

1903a *Aggiunte alle note storiche del Formulario*, RdM, 8, 1903, p. 57-63.

1903b *G. Gallucci, Saggio d'introduzione alla filosofia delle matematiche, Caltanisetta 1902*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 5, gennaio-marzo 1903, p. 19-21.
1903c *U. Tombesi, L'industria del ferro in Italia, Pesaro 1903*, Riv. it. sociologia, 7, 1-2, gennaio-aprile 1903.
1903d *I sistemi socialisti*, La riforma sociale, 10, 13, 4, 1903.
1903e *G. Salvadori, Saggio di uno studio sui sentimenti morali, Firenze 1903*, Riv. it. sociologia, 7, 4, luglio 1903.
1903f *Congresso storico - Sezione di Storia delle Scienze*, Boll. di Mat., 2, 1903, p. 91-92.
1903g *Sull'applicabilità dei concetti di causa e di effetto nelle scienze storiche*, Riv. it. sociologia, 7, 3, maggio-giugno 1903 - Atti Congresso int. di scienze storiche, Roma aprile 1903, Roma, 1906, p. 581-586.
1903h *Di un'opera dimenticata del P. Gerolamo Saccheri (Logica demonstrativa)*, Rivista filosofica, 5, 6, 4, settembre-ottobre 1903.
1903i *La teoria aristotelica delle definizione*, Rivista di filosofia e scienze affini, 5, 2, nov.-dic. 1903.
1904a *La dimostrazione del principio della leva data da Archimede nel libro primo sull'equilibrio delle figure piane*, in *Atti del congresso internazionale di scienze storiche (Roma, 1-9 aprile 1903)*, vol. 12, Roma, tip. della R. Acc. Lincei, 1904, p. 243-249 – Boll. bibliografia e storia scienze matematiche (Loria), 7, 1904, p. 33-39.
1904b *F. Enriques, U. Amaldi, Elementi di geometria ad uso delle scuole secondarie superiori, 1903*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 7, 1904, p. 16-24.
1904c *F. Orestano, Le idee fondamentali di Federico Nietzsche nel loro progressivo svolgimento, 1903*, Riv. it. sociologia, 7, 2-3, marzo-giugno 1904.
1904d *A proposito d'un passo del Teeteto e di una dimostrazione di Euclide*, Rivista di filosofia e scienze affini, VI, 1, maggio-giugno 1904.
1904e *Sur une classe remarquable de raisonnements par réduction à l'absurde*, Rev. de Mét. et de Morale, 12, 1904, p. 799-809.
1904f *La più recente definizione della matematica*, Leonardo, 2, 1904.
1904g *L.A. Rostagno, Le idee pedagogiche nella filosofia cinica e specialmente in Antistene, 1904; A. Levi, Delitto e pena nel pensiero dei Greci, 1903*, Riv. it. sociologia, 8, 4, lug.-ag. 1904.
1904h *Il secondo Congresso internazionale di filosofia. Sezioni di logica e di storia delle scienze*, Riv. filosofica, 6, 7, 4, 1904.
1904i *L. Couturat, L. Leau, Histoire de la langue universelle, Paris 1904*, Rivista filosofica, 6, 7, 4, 1904.
1904j *Sulla lingua internazionale*, 1904.

1904k *Relazione sul II Congresso di filosofia*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 7, 1904, p. 127-128.

1904l *E. Rignano, Un socialisme en accord avec la doctrine économique libérale, Paris 1904.*

1905a *Intorno al significato della differenza tra gl'assiomi ed i postulati nella geometria greca*, in *Verhand. III int. Math.-Kongr. Heidelberg August 1904*, Leipzig, Teubner, 1905, p. 575-581.

1905b *Le rôle des paradoxes dans la philosophie*, Revue de philosophie, janvier 1905 - Comptes rendus du II Congrès Int. de philosophie, Genève 1904, Genève, Kundig, 1905.

1905c *Scuole speciali per ragazzi dotati d'intelligenza eccezionale*, Riv. psicol. Appl. ped. e psicop., 1, 1, 1905.

1905d *I tropi della logica*, Leonardo, 3, 1905 - Journ. Phil., Psyc. and Sci. Meth., 5, 12, 12 giugno 1906.

1905e *W. James, Gli ideali della vita, trad. di G.C. Ferrari, Torino 1901*, Leonardo, 3, 1905.

1905f *W. James, Humanism and Truth, 1904; A world of Pure Experience, 1904; The Thing and its relations, The experience of Activity, 1905*, Riv. Psic. appl. ped. e alla psicop., 1, 2, mar.-ap. 1905.

1905g *G. Torres, Willensfreiheit and wahre Freiheit*, Riv. it. sociologia, 9, 2, mar.-ap. 1905.

1905h *La caccia alle antitesi*, Leonardo, 3, 1905; Journ. Phil., Psyc. and Sci. Meth., 4, 25, 5 dicembre 1907.

1905i *E. Bodrero, Il principio fondamentale del sistema di Empedocle, Roma 1905*, Leonardo, 3, 1905.

1905j *C. Ranzoli, Dizionario di scienze filosofiche, Milano 1905*, Leonardo, 3, 1905.

1905k *P. Duhem, La théorie physique, Revue de philosophie, 1 avril 1905*, Leonardo, 3, 1905.

1905l *W. James, The essence of Humanism, The Journal of Philosophy, march 1905*, Leonardo, 3, 1905.

1905m *Gli psicologi a congresso*, Il Regno, 2, 13.5.1905.

1905n *G. Fraccaroli, La questione della scuola, Torino 1905*, Riv. Psic. appl. ped. e alla psicop., 1, 3, mag-giu 1905.

1905o *L'influenza della matematica sulla teoria della conoscenza nella filosofia moderna*, Rivista filosofica, 7, 8, 3, 1905.

1905p *Sul carattere del contributo apportato da Leibniz allo sviluppo della logica formale*, Rivista di filosofia e scienza affini, 7, 1 (12), 5-6, maggio-giugno 1905.

1905q *La distinzione fra conoscere e volere*, Leonardo, 3, 1905; Rev. de phil., juin 1905; Atti del V Congr. Int. di psicologia (Roma 1905), Roma, Forzani e C., 1905.

1905r *H. Poincaré, La valeur de la science, Paris 1905*, Leonardo, 3, 1905.
1905s *F. Orestano, L'originalità di Kant, Palermo 1904*, Leonardo, 3, 1905.
1905t *Ch. S. Pierce, What Pragmatism is, Monist, April 1905*, Leonardo, 3, 1905.
1905u *Th. Ribot, La logique des sentiments, Paris 1905*, Riv. it. sociologia, 9, 3-4, maggio-agosto 1905.
1905v *La concezione della coscienza di William James*, Riv. Psic. appl. ped. e alla psicop., 1, 4, luglio-agosto 1905.
1905w *G.B. Halsted, Rational Geometry. A textbook for the science of Space, based on Hilbert's foundations, New York, 1906*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 8, 1905, p. 74-77.
1905x *C. Guastella, Saggi sulla teoria della conoscenza, Palermo 1905*, Rivista di psicologia applicata alla pedagogia e alla psicopatologia, I, 5, settembre-ottobre 1905.
1905y *A. Meinong, Untersuchung über Gegenstandstheorie und Psychologie*, Rivista di psicologia applicata alla pedagogia ed alla psicopedagogia, I, 5, 1905.
1905z *G. Heymans, Einführung in die Metaphysik auf Grundlage der Erfahrung, Leipzig 1905*, Rivista di psicologia applicata alla pedagogia e alla psicopatologia, I, 5, settembre-ottobre 1905.
1905 *E. Rignano, La question de l'héritage, Paris 1905*, Riv. it. sociologia, 9, 5-6, 1905.
1905 *A. Landry, L'intérêt du capital, Paris 1904*, Riv. it. sociologia, 9, 5-6, 1905.
1905 *La ricerca dell'impossibile*, Leonardo, 3, 1905.
1905 *E. Mach, Erkenntnis und Irrtum. Skizzen zur Psychologie der Forschung, 1905*, Leonardo, 3, 1905.
1906a *La teoria del definire e del classificare in Platone e i rapporti di essa colla teoria delle idee*, Rivista filosofica, 8, 9, 1906; Mind, n.s., 15, 60, 1906.
1906b *E. Troilo, I moderni precursori di Kant, Torino 1904*, Riv. Psic. appl. ped. e alla psicop., 2, 1, 1906.
1906c *D. Ruitz, Genealogia de los simbolos, Barcelona 1905*, Riv. Psic. appl. ped. e alla psicop., 2, 1, 1906.
1906d *P. Duhem, Les origines de la statique, Paris 1905*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 9, 1906, p. 13-18.
1906e *Il pragmatismo e la logica matematica*, Leonardo, 4, 1906.
1906f *M. Calderoni, Disarmonie economiche e disarmonie morali, Firenze 1906*, Riv. it. sociologia, 10, 2, 1906.
1906g *F. Ravizza, Psicologia della lingua, Torino 1906*, Riv. Psic. appl. ped. e alla psicop., 2, 2, 1906.
1906h *Per un'analisi pragmatistica della nomenclatura filosofica*, Leonardo, 4, 1906; Mind, 15, 60, 5 aprile 1906.

1906i *L. Couturat, Les principes des mathématiques, Paris 1905*, Leonardo, 4, 1906.
1906j *Idee pedagogiche di H.G. Wells*, Riv. Psic. appl. ped. e alla psicop., 2, 3, 1906.
1906k *H. Poincaré, Les mathématiques et la logique*, Leonardo, 4, 1906.
1906l *E. Schröder, Vorlesungen über die Algebra der Logik, Leipzig 1905*, Leonardo, 4, 1906.
1906m *M. Calderoni, Disarmonie economiche e disarmonie morali*, Avanti della Domenica, 4, 29, 29 luglio 1906.
1906n *F. Enriques, I Problemi della scienza, Bologna 1906*, Leonardo, 4, 1906.
1906o *R. Bonola, La geometria non euclidea. Esposizione storico-critica del suo sviluppo, Bologna 1906*, Leonardo, 4, 1906.
1906p *Uno zoologo pragmatista. A. Giardina, Le discipline zoologiche e la scienza generale delle forme organizzate*, Leonardo, 4, 1906; The Monist, 18, 1, gennaio 1908.
1906q *A Study of Platonic Terminology*, Mind, 10, 60, 5 aprile 1906.
1906r *On material representations of deductive processes*, Journ. Phil., Psyc. and Sci. Meth., 5, 12, 12.6.1906, p. 309-316.
1906s *Pragmatisme et Logique mathématique*, Monist, octobre 1906.
1907a *Per la preistoria del principio dei momenti virtuali*, Bibliotheca Mathematica, 3, 8, 1907, p. 225-232.
1907b *O. Effertz, Les antagonismes économiques, Paris 1906*, Rivista di Scienza (Scientia), 1, 1, 1907, p. 156-160.
1907c *O. Effertz, Les antagonismes économiques*, Il Rinnovamento, I, febbraio 1907.
1907d *Un nuovo evangelista del socialismo* [*Otto Effertz*], Leonardo, 5, 1907.
1907e *De quelques caractères du mouvement philosophique contemporain en Italie*, La Revue du Mois, 3, février 1907, p. 162-185.
1907f *Un manuale per i bugiardi. G. Prezzolini, L'arte di persuadere, Firenze 1907*, Riv. Psic. appl. ped. e alla psicop., 3, 2, 1907.
1907g *Un nuovo ramo della psicologia: la psicologia comparata delle classi sociali*, Riv. Psic. appl. ped. e alla psicop., 3, 3, 1907.
1907h *Dal monismo al pragmatismo*, Riv. Psic. appl. ped. e alla psicop., 3, 4, 1907.
1907i *W. James, Pragmatism, London 1907*, Riv. Psic. appl. ped. e alla psicop., 3, 4, 1907.
1907j *L. Limentani, La previsione dei fatti sociali, Torino 1907*, Rivista di scienza (Scientia), 1, 2, 1907, p. 199-204.
1907k *Sul miglior modo di definire la massa in una trattazione elementare della meccanica*, Nuovo Cimento, 5, 4, 1907.
1907l *L'insegnamento della matematica nel primo triennio della scuola secondaria*, Boll. di Mat., 6, 1907, p. 137-146.

1907m *Sull'insegnamento della matematica nello stadio superiore della scuola secondaria*, Boll. di Mat., 6, 1907, p. 187-202.

1907n *La réforme de l'enseignement secondaire en Italie*, L'Enseignement secondaire, 28, 15, 1 ottobre 1907.

1907o *Le vedute di Platone e di Aristotele sugli inconvenienti di un insegnamento prematuro della filosofia*, Riv. Psic. appl. ped. e alla psicop., 3, 6, nov.-dic. 1907.

1907p *Intorno alle opere di Otto Effertz*, Riv. it. sociologia, 11, 6, novembre-dicembre 1907.

1907q *La scoperta della condizione d'equilibrio d'un grave scorrevole lungo un piano inclinato*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 7, 1907, p. 65-72.

1907r *Studi di semiologia latina*, Bollettino pedagogico, 1907.

1907s *The attack on distinctions*, Journ.Phil., Psyc. & Sci. Meth., 4., 25, [1907], p. 701-709.

1907t *Espoydaiotes tes latinikes semasiologias, Pubblicazioneen Athenais ek toy Typonrafeiou toy Panell Kratoys, Amosmasma Paidagogikon Deltion ekdidomenon ypo toy en Athenais ellenikoy didaskalikoy Syllogoy, tomos deyterhos*, 14 p.

1908a *L'opinione di due filosofi sui pericoli di un insegnamento prematuro della logica e dell'etica*, Questioni filosofiche, Bologna, Formiggini, 1908 - A. Schopenhauer, *La filosofia delle Università*, Lanciano, Carabba, 1909.

1908b *Le distinzioni e la tendenza alle generalizzazioni*, Riv. it. sociologia, 12, 1, 1908.

1908c *A proposito di una recente pubblicazione sulla storia della statica*, Nuovo Cimento, s. 5, 15, 1908, p. 45-56.

1908d *G. Fazzari, Breve storia della matematica, Palermo, Sandron, 1908*, L'Enseignement mathématique, 10, 1, 1908, p. 82-83.

1908e *La psicologia di un dizionario*, Rivista di psicologia applicata, 4, 1, 1908.

1908f *Per la preistoria del principio dei momenti virtuali*, Bibliotheca Mathematica, s. 3, 8, 31 marzo 1908.

1908g *Il posto da assegnare al principio dei lavori virtuali in una esposizione elementare della statica*, Nuovo Cimento, 5, 15, 1908, p. 505-515.

1908h *La grammatica dell'algebra*, Rivista di psicologia applicata, 4, 4, 1908; Atti SIPS, Roma, 1909.

1908i *A. Landry, Manuel d'économie, Paris, Giarde t Brière, 1908*, Riv. it. sociologia, 12, 6, nov-dic. 1908.

1908j *Il linguaggio come ostacolo alla eliminazione di contrasti illusori*, Il Rinnovamento, 2, 5-6, 1908.

1908k *Il III Congresso internazionale di filosofia*, Rivista di psicologia applicata, 4, 6, nov.-dic. 1908.

1908l *M. Calderoni, Disarmonie economiche e disarmonie morali*, Rivista di scienza (Scientia), 4, 1908, p. 186-188.
1908m *Il Congresso internazionale di filosofia di Heidelberg*, Riv. it. sociologia, 12, 4-5, 1908.
1909a *Pour un étude de l'Algèbre au point de vue linguistique*, Rivista di scienza (Scientia), 6, 1909, p. 364-372.
1909b *Sullo sviluppo storico della distinzione tra Peso e Massa*, Arch. für Gesch. d. Naturwis. und Tech., 1, 1909, p. 48-51.
1909c *Prefazione a* E. Mach, *I principii della meccanica esposti criticamente e storicamente nel loro sviluppo*, trad. di D. Gambioli, Roma, Albrighi-Segati, 1909.
1909d trad. *Aristotele, Metafisica Libro I*, Lanciano, Carabba, 1909.
1909e *F. Dannemann, Der Naturwissenschaftliche Unterricht auf praktisch-heuristischer Grundlage, 1907*, Rivista di scienza (Scientia), 5, 1909, p. 185-188.
1909f *Le origini e l'idea fondamentale del pragmatismo*, Rivista di psicologia applicata, 5, 1, genn.-febbr. 1909 - M. Calderoni, G. Vailati, *Il pragmatismo*, a cura di G. Papini, Lanciano, Carabba, 1918, p. 19-49.
1909g *Sugli attuali programmi per l'insegnamento della matematica nelle scuole secondarie italiane*, in G. Castelnuovo (a cura di), *Atti 4 congresso int. matematici, Roma 1908*, vol. 3, Roma, Tip. Acc. Lincei, 1909, p. 482-487.
1909h (con M. Calderoni), *Il pragmatismo e i vari modi di non dir niente*, Riv. psicologia appl., 5, 9, luglio-agosto 1909.
1909l di A. Schopenhauer, *La filosofia delle università, traduzione dal tedesco con introduzione di G. Papini e un'appendice di G. Vailati*, Lanciano, Carabba, 1909.
1909m *Gli strumenti della conoscenza*, pref. di M. Calderoni, Lanciano, Carabba, 1909.
1910 *L'insegnamento della matematica nel nuovo ginnasio riformato e nei tre tipi di licei*, Boll. di Mat., 9, 1910, p. 36-59.
1911 *L'arbitrario nel funzionamento della vita psichica*, Rivista di psicologia applicata, 7, 2, 1911.
1912 *Sulla teoria delle proporzioni* in F. Enriques (a cura di), *Questioni riguardanti le matematiche elementari*, vol. 1, 1912, Bologna, Zanichelli, 3 ed. 1924, p. 143-191.

Fonti archivistiche

Acc. Naz. Lincei, *Archivio Volterra*, 31 lettere di G. Vailati a V. Volterra e 1 lettera di Teresa Albergoni Vailati a V. Volterra; ASPoli Torino, *Registro immatricolazione Studenti*, *1880-83-MA-VV*, n. 275; *Registro immatricolazione Corsi Speciali, 1893-96-MA-SP*, corso Superiore di Elettrotecnica, n.

45;ASU Torino, *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN anno 1880-81*, IX A 118, n° matr. 52, p. 48; *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 9.6.1882 al 20.2.1890*, XD 192, p. 69 (Non è riportato il titolo della dissertazione, voto 56/80); BDF Milano, *Fondo Giovanni Vailati*, descritto in L. RONCHETTI (a cura di), *L'Archivio Giovanni Vailati*, Milano, Dip. di Filosofia, Quaderni di Acme, 34, 1998. BSM Torino, *Fondo Peano-Vacca*, Carteggio fra G. Vailati e G. Vacca (1899-1909).

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1881-82, p. 169; 1882-83, p. 191; 1886-87, p. 290; 1888-89, p. 271; 1892-93, p. 91; 1893-94, p. 86; 1895-96, p. 80; 1896-97, p. 69; 1897-98, p. 72; 1898-99, p. 62; *Scritti di G. Vailati 1863-1909*, Leipzig, J. A. Barth; Firenze, Successori B. Seeber, 1911; G. PEANO, R. MARCOLONGO, A. PADOA, A. CONTI, *In memoria di Giovanni Vailati*, Bollettino di Matematica (A. Conti), 7-8, 1908-09, p. 206-216; V. VOLTERRA, *Giovanni Vailati*, Periodico di Matematiche, 24, 1909, p. 289-291; F. TRICOMI, *Matematici italiani del primo secolo dello stato unitario*, Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino, Cl. Scienze MFN, s. 4, 1, 1962, p. 113; G. LANARO (a cura di), *Giovanni Vailati Epistolario 1891-1909*, Torino, Einaudi, 1971; H.C. KENNEDY, *Peano storia di un matematico*, Torino, Boringhieri 1983, p. 123-124; M. QUARANTA (a cura di), *Giovanni Vailati, Scritti*, Bologna, Forni, 3 voll., 1987; L. GIACARDI, C.S. ROERO, *Bibliotheca Mathematica*, Torino, Allemandi, 1987, p. 179-180; M. QUARANTA, *Inedita et Rara*, Rivista di psicologia, LXXIV, 1989, p. 73-77; G. LOLLI (a cura di), *Vailati Giovanni*, Grande Dizionario Enciclopedico Utet, vol. 20, p. 664; L. GIACARDI, *Matematica e humanitas scientifica Il progetto di rinnovamento della scuola di Giovanni Vailati*, Bollettino UMI, sez. A, 1999, p. 317-352; AA.VV., *Lezioni su Giovanni Vailati*, a cura del Centro Studi Vailati, Crema, 1999; P. CANTÙ, *Una lettera inedita di Giuseppe Veronese a Giovanni Vailati sull'insegnamento della geometria nelle scuole medie inferiori*, Il Voltaire, 5, 2000, p. 109-18; M. DE ZAN, *I Mondi di Carta di Giovanni Vailati*, Milano, Angeli, 2000; L. GIACARDI, *Il progetto di rinnovamento della scuola di Giovanni Vailati. Le reazioni dei matematici* in E. Gallo, L. Giacardi, O. Robutti (a cura di), *Conferenze e seminari*, *2001-2002*, Mathesis, Torino, 2001, p. 233-255; P. VALORE, *L'educazione intellettuale. Pedagogia e didattica in Giovanni Vailati*, I problemi della pedagogia, 47, 2001, p. 429-449; M. FERRARI, *Non solo idealismo. Filosofi e filosofie in Italia tra Ottocento e Novecento*, Firenze, Le Lettere, 2006, p. 141-204; F. MINAZZI (a cura di), *Giovanni Vailati intellettuale europeo*, Milano, Thélema, 2006; C. RIZZA (a cura di), *B. Croce - G. Vailati Carteggio (1899-1905)*, Acireale-Roma, Bonanno, 2006; P. CANTÙ, *Il carteggio Padoa-Vailati. Un'introduzione alle lettere inviate da Chioggia*, Chioggia. Rivista di Studi e ricerche, 30, 2007, p. 45-

70; L. GIACARDI, *La scuola come « laboratorio ». Giovanni Vailati e il progetto di riforma dell'insegnamento della matematica*, Annali del Centro Pannunzio, anno 2007-2008, p. 321-334; M. DE ZAN, *La Formazione di Giovanni Vailati*, Congedo, Lecce, 2009; M. DE ZAN (a cura di), *Centro di Studi su Giovanni Vailati*, Crema, http://www.giovanni-vailati.net; *Annuari del Centro Studi Giovanni Vailati* 2003.

GAETANO CANESI

1864 - 1945

Nato a Monza (Mi) il 19 maggio 1864 da Michele e Maria Silva, dopo aver frequentato il locale ginnasio, completò gli studi secondari presso il Liceo classico di Milano e il collegio Celana di Bergamo, conseguendo con ottimi voti il diploma di maturità nel luglio del 1883.

Nel biennio 1883-84 e 1884-85 frequentò la Scuola di applicazione dell'Università di Torino e qui conobbe Peano, di cui fu allievo nel corso di Calcolo infinitesimale, come si evince dalla chiusa di una sua lettera, in cui accanto alla firma scriveva:

« vecchio suo allievo che poco Le ha fatto onore perché poco studiava alla scuola e ora vegeta nel più disperato impiego governativo » [1].

Ottenuta la licenza Fisico-Matematica il 31 ottobre 1885, proseguì gli studi nella Scuola di applicazione per Ingegneri e conseguì la laurea in Ingegneria civile il 31 dicembre 1889.

Nel 1890, in seguito alla vincita del concorso, fu nominato Ingegnere nell'amministrazione del Catasto del Regno di Italia e operò in varie sedi fra cui Como, Bergamo, Brescia, Cagliari, Milano, poi nuovamente Bergamo, Brescia e quindi Reggio Emilia, Treviso, Bologna, fino al 1914, quando ritornò a Torino e vi rimase fino al collocamento a riposo nell'aprile del 1933. Nei suoi 43 anni di servizio, come è ricordato nell'elogio apparso su *Schola et Vita* per il suo settantesimo compleanno:

[1] G. Canesi a G. Peano, 9.8.1917, BC Cuneo, *Lascito Peano*, Nr. 103139, visibile anche sul cd *L'Archivio G. Peano.*

« Canesi non limita suo activitate ad labore de officio, sed, nam nota plure deficentia in vario ramos de servitio de Cadasto, stude ut meliora servitio ipso, et, ad isto scopo, in annos 1925-1931, publica opuscolo de critica acuto et animoso » [2].

Fin dal 1889 Canesi si era interessato al problema delle lingue internazionali: al Volapük, all'Esperanto dal 1895 e infine all'Ido e al *latino sine flexione* di Peano. Alla propaganda di quest'ultimo progetto si dedicò intensamente dal 1912, quando entrò in contatto con Ugo Basso, che lo invitò ad iscriversi all'*Academia pro Interlingua* e ne segnalò il nominativo a Peano:

« ho indotto un altro mio abbonato a farsi socio dell'Academia: l'Ing. Gaetano Canesi – Ufficio Catasto – Bologna. Gli mandi quanto deve avere, anche la mia Grammatica, che desidera, e di cui io non ho più copie. È un ex Universalista » [3].

Divenuto socio nel 1913, Canesi fu tesoriere dell'A.p.I. fra il 1921 e il 1925, e direttore e tesoriere dal 1926 al 1954. Nel 1924 Peano gli affidò la redazione del notiziario A.p.I. *Circulares* e con l'uscita nel 1926 del nuovo periodico *Schola et Vita*, diretto a Milano da N. Mastropaolo, anche Canesi si prodigò pubblicandovi articoli di divulgazione scientifica e brevi componimenti. Egli curò anche la stampa di una serie di cartoline postali illustrate, con didascalie in *latino sine flexione*, e un *Vocabolario interlingua, italiano, inglese*, edito nel 1921 con la prefazione di Peano. Negli anni successivi vi furono però attriti fra Canesi, che nel 1923 si era iscritto al partito fascista, e Peano per motivi connessi alla politica editoriale delle riviste dell'A.p.I. La sua proposta di pubblicare in *latino sine flexione* i discorsi di Mussolini venne ad esempio recisamente stroncata da Peano, e così pure il suo intento di propagandare l'Interlingua come prettamente 'latina, romana e italiana', in contrasto con gli ideali cosmopoliti sostenuti da Peano e Mastropaolo. Questi screzi non minarono tuttavia il loro rapporto di amicizia. Canesi fu tra i più attivi organizzatori delle celebrazioni per il 70° compleanno del mate-

[2] *LXX anno de ing. Canesi*, S.&V., 9, 1934, p. 32.

[3] U. Basso a G. Peano, 8.9.1912, BC Cuneo, *Lascito Peano*, Nr. 103292, visibile anche sul cd *L'Archivio G. Peano.*

matico, coordinando la raccolta di contributi per il Supplemento speciale di *Schola et Vita* in suo onore.

Alla morte di Peano, la vedova affidò a lui, Cassina, Gliozzi e Mastropaolo la biblioteca scientifica e interlinguista del matematico, affinché ne disponessero nel modo più opportuno, ed essi istituirono il *Fundo Peano pro Interlingua.* Fra il 1933 e il 1938 Canesi si assunse il compito di curare il regesto della biblioteca e completò cinque cataloghi manoscritti, denominati con le lettere A, B, C, D, E, relative alle seguenti sezioni: (A) Pubblicazioni di Peano, (C) Interlingua, (D) Matematica, (E) editoria varia, (B) Bibbie. La *Biblioteca del Professore*, così inventariata, comprendeva 203 libri di matematica, 35 vocabolari, 9 grammatiche e 48 Bibbie in lingue diverse, cui si aggiungeva una raccolta di estratti e opuscoli, alcune collezioni di riviste e l'archivio delle corrispondenze, descritti in modo sommario.

Dall'esame dei cataloghi e dei carteggi di Canesi con Mastropaolo, Cassina, G. Meazzini, S. Levi e altri linguisti e soci dell'A.p.I. risulta che i libri, le riviste, i vocabolari e alcuni estratti di matematica furono venduti fra il 1935 e il 1937 alla Biblioteca di Matematica di Milano, che all'epoca aveva Cassina come direttore. È da una lettera di Canesi a Meazzini del 1938 che possiamo desumere l'impegno profuso dall'ingegnere in questa operazione e il ricordo ch'egli conservava del suo amico matematico e linguista:

« Io sto sistemando la Biblioteca Interlinguistica del nostro Peano molto abbondante perché iniziata verso il 1890. Contiene opere pubblicate verso la metà del secolo scorso e molte Grammatiche, Riviste, Opuscoli, Opuscoletti ecc. relativi alla Lingua Internazionale in tutte le lingue comprese la russa, la turca, l'ungherese ecc.; vi sono anche molti giornali politici, con articoli pro o contro, di numerosissimi scrittori ed autori che discutono delle Lingue Ausiliarie. Tutto conservava con cura il Peano. Si tratta di alcuni quintali di carta stampata e scritta. Quando alla meglio avrò tutto ordinato per classe (Volapuk, Esper., Ido, Interl., ... e molte altre lingue minori, spesso nate morte), dattilograferò un catalogo per studiare se potremo collocare il tutto presso qualche Biblioteca od Istituto con vantaggio morale e materiale. Mi rimane da riordinare la abbondante corrispondenza ricevuta dal caro Peano da studiosi di tutto il mondo. Desidererei che tanto le pubblicazioni che la corrispondenza – frutto di moltissima pazienza e diligenza – non andassero dispersi. La Stimat.ma Sig.ra Ved. Peano ha generosamente affidato a me ed ai Prof. Mastropaolo, Cassina e Gliozzi la Biblioteca scientifica e quella interlinguistica con piena fiducia che noi procureremo di fare tutto il

possibile per realizzare il nobile ideale del suo carissimo Marito. I miei colleghi sono assorbiti dagli studi e dalla famiglia, perciò hanno poco tempo disponibile. Io sono un vecchio pensionato; vivo solo soletto in un modesto appartamento; è per me un piacere ed un dovere fare qualcosa per il Grande Peano col quale ho serenamente trascorso moltissime ore fra le migliori della mia vita (dal 1920 fino alla sua morte – Aprile 1932 – ci siamo trovati assieme tutte le settimane alcune ore; Lui illustre scienziato mi trattava cordialmente, amichevolmente, come fossi un suo collega) » [4].

Inutili furono invece gli sforzi di Canesi, Mastropaolo, Gliozzi e Cassina per collocare in una sede adeguata anche la *Biblioteca interlinguistica* e l'archivio di corrispondenze e manoscritti. Conservati nella villa di Cavoretto fino alla morte della vedova Peano nel 1940, questi materiali furono poi trasferiti a Torino nelle abitazioni di Canesi e Gliozzi, rispettivamente tesoriere e segretario dell'A.p.I. Nell'aprile del 1954, con la cessazione di ogni attività dell'*Academia* Cassina e Gliozzi donarono alla Biblioteca Civica di Cuneo questo lascito di Peano [5].

Dopo la morte di Canesi nel 1945, anche il suo archivio di corrispondenze e manoscritti relativo all'A.p.I. fu affidato dal suo erede, l'ing. Luigi Tagliabue, a Gliozzi e Cassina che lo consegnarono unitamente a quello di Peano, alla Biblioteca Civica di Cuneo, dove è tuttora conservato [6].

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1921 *Interlingua, lingua internazionale con ortografia latina: Vocabolario interlingua, italiano, inglese e italiano, interlingua*, Torino, Paravia, 1921.

[4] G. Canesi a G. Meazzini, Torino 25.1.1938, BC Cuneo, *Lascito Peano*, MSC 1897, c. 1v. Nel febbraio del 1938 l'opera di catalogazione non era ancora conclusa. Rispondendo ad una richiesta di L. Weber, Canesi scriveva infatti (Torino 18.2.1938, MSC 1897, c. 1r): « Nella Biblioteca lasciata dal Prof. Peano ho trovato parecchi fascicoli di "Discussiones" ma ancora non ho potuto mettere assieme l'opera completa ».

[5] Cfr. BC Cuneo, *Lascito Peano*, U. Cassina a P. Camilla (all'epoca direttore della BC di Cuneo), 1.2.1954; P. Camilla a U. Cassina, 12.2.1954; U. Cassina a P. Camilla, 2.3.1954; U. Cassina a P. Camilla, 7.4.1954; P. Camilla a U. Cassina, 16.4.1954.

[6] Cfr. BC Cuneo, *Lascito Peano*, L. Tagliabue a U. Cassina, 7.1.1954.

1922 *Interlingua*, A.p.I. *Circ.*, 1922, n. 3, 10 Septembre, pp. 3-5.
1923a *Aqua, vino, birra, etc.*, A.p.I. *Circ.*, 1923, n. 1, 15 Martio, pp. 8-9.
1923b *Vocabulario de commercio*, A.p.I. *Circ.*, 1923, n. 3, 25 Septembre, pp. 14-15.
1923c (con G. Peano), *Circulare ad socios*. A.p.I. *Circ.*, 1923, n. 4, 8 Decembre, p. 1, 1923d.
1923d *Identificatione de lineas de ferrovia cum numero fixo*, A.p.I. *Circ.*, 1923, n. 4, 8 Decembre, pp. 12-13.
1924a *Propaganda de Interlingua cum Chartas postale*, A.p.I. *Circ.*, 1924, n. 2, 27 Aprile, pp. 9-10.
1924b *Circulare ad Socios*, A.p.I. *Circ.*, 1924, n. 4, 1 Augusto, p. 2.
1924c *Scriptura in cifras*, A.p.I. *Circ.*, 1924, n. 5, 20 Octobre, pp. 6-8.
1924d *Characteres anaglyptographico (incavato) Braille pro caecos*, A.p.I. *Circ.*, 1924, n. 6, 10 Decembre, pp. 2-6.
1925a *Ad consocios*, A.p.I., 1925, n. 1, 1 Februario, p. 1.
1925b *Conventione Italo-Helvetico*, A.p.I., 1925, n. 2, 15 Martio, pp. 26-27.
1926a *Nobile nuntio de Mussolini...*, A.p.I., 1926, n. 1, pp. 14-15.
1926b *Interlingua es utile ad lectores, ad editores et ad acquirentes de libros*, A.p.I., 1926, n. 2, pp. 35-36.
1926c *Parco Nationale Italiano vocato Il Gran Paradiso*, A.p.I., 1926, n. 3, pp. 59-61.
1926d *Proverbios ex lingua latino*, A.p.I., 1926, n. 5, pp. 105-108.
1926e *Virtutes de Interlingua*, A.p.I., 1926, n. 5, p. 117.
1926f *Alessandro Volta*, A.p.I., 1926, n. 5, pp. 119-120.
1926g *Virtutes de Interlingua*, S.&V., 1, 1926, pp. 65-66.
1927a *Proverbios ex plure lingua*, A.p.I., 1927, n. 1, pp. 5-8.
1927b *Chanousia*, A.p.I., 1927, n. 3, p. 59.
1927c *Ad heroes que transvola continentes, oceanos*, A.p.I., 1927, n. 3, p. 72.
1927d *Iconographia mycologica. Importante publicatione in Latino*, A.p.I., 1927, n. 4, p. 87.
1927e *Interlingua et progressu es synonimo*, A.p.I., 1927, n. 5-6, p. 107.
1927f *Cinemathecas publico in Italia*, S.&V., 2, 1927, p. 18.
1927g *Electrogenetica*, S.&V., 2, 1927, pp. 197-200.
1928a *Pro Missione internationale de Museos*, S.&V., 3, 1928, pp. 22-23.
1928b (con G. Peano), *Vocabulos internationale non latino*, S.&V., 3, 1928, pp. 113-115, 1928d.
1928c (con S. Levi), *Posta internationale*, S.&V., 3, 1928, pp. 137-138.
1928d *Per disce delineatione*, S.&V., 3, 1928, pp. 147-148.
1928e *Publicatione de vocabulos internationale non latino*, S.&V., 3, 1928, pp. 182-184.
1928f *De proesente publicatione*, Supplemento 27 augusto 1928 *Collectione de scripto in honore de Prof. G. Peano in occasione de suo 70° an-*

no, edito per cura de interlinguistas, collegas, discipulos, amicos, S.&V., 3, 1928, pp. 82-83.
1928g *Facile signatura personale de proprietate et de identificatione*, S.&V., 3, 1928, pp. 236-238.
1928h *Alphabeto internationale Braille pro cæcos*, S.&V., 3, 1928, pp. 275-276.
1929a *Praemio pro dissertatione critico circa theoria quanta*, S.&V., 4, 1929, pp. 4-5.
1929b *Machina teletypo*, S.&V., 4, 1929, p. 222.
1929c *Radio-signale internationale S.O.S. de nave in periculo*, S.&V., 4, 1929, pp. 173-174.
1929d *Unione internationale pro Succursus ad Infantes*, S.&V., 4, 1929, pp. 271-272.
1930a *Facetias*, S.&V., 5, 1930, p. 54.
1930b *Cryptographia Scriptura secreto, Cifrario simplice et ultra securo*, S.&V., 5, 1930, pp. 210-212.
1930c (con J.B. Pinth, F.C. Van Aken), *Varia et Levia*, S.&V., 5, 1930, pp. 214-216.
1930d *Solutione de exercitatione utile*, S.&V., 5, 1930, p. 274.
1930e *Astronautica*, S.&V., 5, 1930, pp. 286-287.
1930f *Ad sincero fautores de lingua auxiliare internationale*, S.&V., 5, 1930, pp. 321-322.
1930g *Correctione*, S.&V., 5, 1930, p. 369.
1930h *Facetias*, S.&V., 5, 1930, p. 375.
1930i *Vocabulos moderno in Interligua*, S.&V., 5, 1930, pp. 379-380.
1931a *Dante et numero 14*, S.&V., 6, 1931, p. 51.
1931b *Propaganda*, S.&V., 6, 1931, pp. 123-124.
1931c *Facetias*, S.&V., 6, 1931, pp. 179-181.
1931d *Cifrario extra semplice*, S.&V., 6, 1931, pp. 250-251.
1931e *Facetias*, S.&V., 6, 1931, pp. 252-255.
1931f *Plus minusculo aeroplano*, S.&V., 6, 1931, pp. 303-304.
1932a *Facetias*, S.&V., 7, 1932, pp. 62-63.
1932b *Elogio funebre*, S.&V., 7, 1932, p. 108.
1932c (con N. Mastropaolo, U. Cassina), *Ad Socios*, S.&V., 7, 1932, pp. 159-160.
1932d *Curiositate de arithmetica*, S.&V., 7, 1932, pp. 205-206.
1932e *Duratione medio de vita humano*, S.&V., 7, 1932, pp. 206-207.
1932f *Facetias*, S.&V., 7, 1932, pp. 207-208.
1932g *Facetias*, S.&V., 7, 1932, pp. 282-283.
1933a *Correspondentia inter juvenes de vario nationes*, S.&V., 8, 1933, pp. 48-49.
1933b *Facetias*, S.&V., 8, 1933, pp. 63-64.

1933c *Invocatione de auxilio in zona alpino*, S.&V., 8, 1933, pp. 188-189.
1933d *Facetias*, S.&V., 8, 1933, pp. 197-198.
1933e *Facile joco inter parvo amicos*, S.&V., 8, 1933, pp. 262-263.
1933f *De studio et usu de Latino. Ad Socios et Lectores*, S.&V., 8, 1933, pp. 285-286.
1933g *Facetias*, S.&V., 8, 1933, pp. 331-332.
1933h *Activitate de Academia*, S.&V., 8, 1933, pp. 333-334.
1934a *Tabula de numero de dies inter duo data*, S.&V., 9, 1934, pp. 27-30.
1934b (con U. Cassina, N. Mastropaolo, M. Gliozzi, F. Bresadola, O. Chisini), *Communicatione officiale*, S.&V., 9, 1934, p. 31.
1934c *Facetias*, S.&V., 9, 1934, pp. 100-102.
1934d *Phrasi de salutatione de vario populus*, S.&V., 9, 1934, pp. 158-159.
1934e *Facetias*, S.&V., 9, 1934, pp. 161-162.
1934f *Gratis ad omnes*, S.&V., 9, 1934, pp. 165.
1934g *Facetias*, S.&V., 9, 1934, pp. 221-222.
1935a *Alimentos commune et suo digeribilitate*, S.&V., 10, 1935, pp. 31-33.
1935b *Facetias*, S.&V., 10, 1935, pp. 34-36.
1935c *Ad Dominicellas: Amore (Symbolos de flores)*, S.&V., 10, 1935, pp. 103-105.
1935d *Facetias*, S.&V., 10, 1935, pp. 107-108.
1935e *Cursu de Interlingua*, S.&V., 10, 1935, p. 109.
1935f *Liberalitate de prof. Peano*, S.&V., 10, 1935, pp. 110-111.
1935g *Latino non es, non pote es lingua internationale*, S.&V., 10, 1935, p. 112.
1935h *Communicatione de monetas*, S.&V., 10, 1935, pp. 158-160.
1935i *Proeparatione domestico de yogurt*, S.&V., 10, 1935, pp. 161-162.
1935j *Millibar*, S.&V., 10, 1935, pp. 162-163.
1935k *Facetias*, S.&V., 10, 1935, pp. 164-166.
1935l *Memento*, S.&V., 10, 1935, p. 171.
1935m *Calendario perpetuo*, S.&V., 10, 1935, p. 174.
1936a *Facetias*, S.&V., 11, 1936, pp. 28-29.
1936b *Novo systema pro numeratione civico de domos*, S.&V., 11, 1936, pp. 58-60.
1936c *Facetias*, S.&V., 11, 1936, pp. 89-90.
1936d *Compositione de Quadratos magico*, S.&V., 11, 1936, pp. 121-126.
1937a (con N. Mastropaolo), *Glossario internationale non latino classico*, S.&V., 12, 1937, p. 1.
1937b *Facetias*, S.&V., 12, 1937, p. 18.
1937c *Latino non pote es lingua internationale*, S.&V., 12, 1937, pp. 21-24.
1937d *Curiositates arithmetico*, S.&V., 12, 1937, pp. 70-71.
1937e *Facetias*, S.&V., 12, 1937, p. 71.
1937f *Facetias*, S.&V., 12, 1937, pp. 89-90.

1938 *Facetias*, S.&V., 13, 1938, pp. 23-24.
1942 *Interlingua: Lingua ausiliaria per le Relazioni internazionali*, Biblioteca del popolo, Milano, Sonzogno, 1942, 64 p.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASPoli Torino: *Scuola di applicazione per ingegneri, Libretti di iscrizione 1885-1888, Diploma di licenza in Scienze Mat. Fis. Per Ingegneria; Registro immatricolazione Studenti, 1883-86-MAC1*, n° matr. 233, p. 17; BC Cuneo, *Lascito Peano*: carteggio G. Canesi - G. Peano e cartella *Academia pro Interlingua*, Documenti del periodo 1926-32, visibili anche sul cd-rom *L'Archivio Giuseppe Peano*, Torino, Dipartimento di Matematica, 2002, 2ª ed. 2008; BC Cuneo, *Lascito Peano, Canesi*: carteggi di Canesi con linguisti e con i soci dell'A.P.I., documenti dell'A.p.I. relativi agli anni 1921-1945; manoscritti, dattiloscritti, bozze di articoli e opuscoli con *marginalia* autografi. BSM Torino, *Fondo Peano-Mastropaolo*, Carteggio N. Mastropaolo - G. Canesi. BSM Torino, *Fondo Gliozzi*, lettere, manoscritti e opuscoli relativi all'attività dell'A.p.I., descritti in G. Gagliardi, *Giuseppe Peano e il latino sine flexione*, Tesi di laurea (rel. Prof. F. Pennacchietti), Università di Torino, Facoltà di Lettere e Filosofia, a.a. 2007-2008.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

N. MASTROPAOLO, *LXX anno de ing. Canesi*, S.&V., 9, 1934, pp. 32-33.

MARCO NASSÒ

1864 - 1920

Marco Nassò nacque a Busca (Cn) il 2 febbraio 1864 da Giuseppe e Maria Gallo. A undici anni entrò nell'oratorio di Valdocco sotto la direzione di Don Bosco e nel 1880 divenne chierico presso l'Istituto salesiano di S. Benigno Canavese. Conseguita la licenza liceale, dopo un periodo trascorso a S. Benigno e a Torino, Nassò si recò a Firenze, dove si iscrisse nel 1885 al primo anno di Lettere e Filosofia presso l'Istituto Superiore. Senza concludere gli studi, ritornò a S. Benigno come insegnante di matematica e presi i voti sacerdotali nel 1887, si trasferì a Torino all'Istituto Valsalice. Si iscrisse allora alla Facoltà di Scienze MFN dell'Università di Torino, conseguendo la laurea in Fisica l'8 luglio 1891 e quella in Matematica il 18 luglio 1892.

Dal 1887 fino alla morte, avvenuta a Torino il 5 gennaio 1920, Nassò si dedicò all'insegnamento presso l'Istituto Valsalice. Dal 1899 fu direttore dell'omonima Scuola normale e dal 1905 preside del Liceo-ginnasio. Si occupò pure della creazione e dell'ordinamento dell'apparato didattico e scientifico di queste istituzioni, costituendo pregevoli collezioni, gabinetti e biblioteche e si impegnò a fondo per ottenere il pareggiamento alle scuole statali.

Egli nutrì un particolare interesse per la didattica della matematica, la geometria pratica e la celerimensura.

L'apice della sua produzione scientifica fu il manuale *Algebra elementare ad uso dei Licei e degli Istituti tecnici*, apparso nel 1898. Il testo, pur tradizionale nella scelta dei contenuti e nella loro disposizione, adottava l'impostazione del *Formulario Matematico* di Peano e si distingueva per il rigore con cui erano illustrati i fondamenti dell'aritmetica e per la chiarezza e la semplicità di esposizione. Corredata di 2300 esercizi, l'*Algebra* di Nassò presentava un vasto apparato di note storiche, in parte mutuate dai *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* di Moritz Cantor, che includevano indicazioni su testi classici di aritmetica cinesi, indiani e arabi. Per questo ebbe ottime recensioni non solo in Italia, ma anche in Francia, Spagna, Inghilterra, Germania e Polonia. Il manuale conobbe un ampio successo editoriale, tanto che nel 1919 raggiunse la decima edizione e nel 1925 si preparò una nuova ristampa postuma, riveduta e aggiornata, a cura di Agostino Borio.

Fra il 1900 e il 1903 Nassò collaborò pure all'edizione del *Formulario* di Peano, apportandovi aggiunte e correzioni. Si deve a lui la traduzione in simboli di alcune proposizioni di aritmetica inerenti il prodotto e le diseguaglianze fra numeri interi, la trattazione dei numeri transfiniti, la divisibilità e il massimo comun divisore, i numeri primi, la funzione mantissa e i numeri perfetti, temi pubblicati sulla *Rivista di Matematica* e confluiti poi nella terza edizione del *Formulario.*

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1898a *Algebra elementare ad uso dei Licei e degli Istituti tecnici (1° biennio)*, Torino, Salesiana, 1898.

1898b *Aritmetica generale ed Algebra ad uso dei Licei secondo il programma governativo*, Torino, Salesiana, 1898.

1899a *Elementi di Calcolo Algebrico ad uso delle Scuole Normali*, Torino, Salesiana, 1899.

1899b *Un nuovo tacheometro autoriduttore per le distanze e le differenze di livello*, Torino, Bona, 1899.
1899c *Sulle formule di approssimazione usate in Tacheometria per la misura delle distanze e delle differenze di livello*, Rivista di Topografia e Catasto, Torino, 12, 1899.
1901 *Alcuni teoremi di aritmetica*, RdM, 7, 1900-01, pp. 42-55.
1902 *Un nuovo modello di tacheometro autoriduttore per le distanze e le differenze di livello*, Rivista di Topografia e Catasto, Torino, 15, 1902.
1903 *Rodolfo Bettazzi, Aritmetica Razionale ad uso dei Ginnasi*, Periodico di Matematica, s. 2, 5, 1903, pp. 68-69.
1909 *Analisi indeterminata di 1° grado, Binomio di Newton, I logaritmi ricavati dalle progressioni*, Torino, Salesiana, 1909.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN 1887-88*, IX A 124, n° matr. 59, p. 59. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 30.6.1890 al 5.5.1902*, XD 193, p. 20 e p. 46.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1887-88, p. 312; 1888-89, pp. 265, 327; 1889-90, pp. 299, 354; 1890-91, p. 290; 1891-92, pp. 218, 274; 1892-93, p. 250; A. CAVIGLIA, *Don Marco Nassò, Preside-Direttore delle Scuole Pareggiate "Valsalice"*, Torino, Società Editrice Internazionale, 1920; *Bollettino Salesiano, Periodico mensile dei Cooperatori di Don Bosco*, XLIV, 2, 1920; E. LUCIANO, *Aritmetica e Storia nei libri di testo della scuola di Peano*, in L. GIACARDI (a cura di), *La matematica nella scuola italiana da metà '800 a fine '900: problemi, metodi, libri di testo e riforme*, Livorno, Centro Studi Enriques 6, Agorà, 2006, pp. 294-297.

ALESSANDRO PADOA

1868 - 1937

Nato a Venezia il 14 ottobre 1868 da Pellegrino e Pasqua Levi, Alessandro Padoa frequentò l'Istituto Tecnico P. Sarpi di Venezia, conseguendo la licenza nel 1885.

Dopo aver iniziato gli studi di Ingegneria presso l'Università di Padova nel 1885, per motivi di famiglia passò a quella di Torino nel gennaio del 1889 e, nel marzo dello stesso anno, a quella di Bologna. Nel 1894-95 ritornò infine a Torino, dove si iscrisse al quarto anno

del corso di laurea in Matematica. Qui seguì due insegnamenti tenuti da G. Peano, la cui statura scientifica ne influenzò le successive ricerche. Il primo corso era quello di Calcolo infinitesimale e il secondo un corso libero di Geometria superiore, dedicato al Calcolo geometrico di H. Grassmann. Padoa conseguì la laurea il 26 novembre 1895 e il diploma della Scuola di Magistero, nella sezione di Matematica, il 20 giugno 1896, riportando la votazione massima.

Conclusi gli studi universitari, intraprese la carriera di insegnante di Matematica nel Liceo pareggiato e nell'Istituto tecnico Buniva di Pinerolo e la proseguì ininterrottamente, vincendo vari concorsi generali e speciali, dapprima nelle Scuole tecniche di Sondrio (1898-99), di Bosa e di Roma (1899-1904), poi nell'Istituto nautico di Chioggia (1904-06), nell'Istituto tecnico di Cagliari (1906-1908) e, infine, nell'Istituto tecnico Vittorio Emanuele di Genova, dove insegnò dal 1908 al 1924. In seguito alla riforma Gentile, Padoa si trasferì al Liceo Colombo di Genova fino al suo collocamento a riposo nel 1935. Per molti anni tenne anche per incarico i corsi di Analisi algebrica (1911-12 e 1913-14), di Calcolo infinitesimale (1912-13) e di Analisi matematica (1914-1930) presso il biennio propedeutico della R. Scuola navale superiore di Genova, alternandosi nell'insegnamento con il matematico Giuseppe Vitali. Fu inoltre più volte richiesto come commissario negli esami di licenza e di maturità in varie sedi italiane.

Pur impegnato come docente di scuola secondaria, Padoa aspirò costantemente alla carriera universitaria e a più riprese tentò di conseguire il titolo di libero docente: nel 1901 in Logica matematica, nel 1909 in Geometria descrittiva e nel 1912 in Filosofia teoretica. Solo nel 1932 coronò il suo desiderio, conseguendo la libera docenza in Logica matematica presso l'Università di Genova [1]. Dal 1932 al 1935, data del suo collocamento a riposo per raggiunti limiti d'età, Padoa tenne per incarico presso l'Ateneo ligure corsi di Logica Matematica (1932-34), di Logica ideografica (1934-37) e di Geometria descrittiva (1935-36). Attivo anche dopo il pensionamento, ancora nel 1935 manifestava al Rettore dell'Università di Genova la sua disponibilità a recarsi all'estero, e per esempio in Francia, Belgio, Svizzera, Argen-

[1] Si trattava della prima libera docenza in tale disciplina concessa in Italia in una facoltà scientifica. Cfr. l'articolo di E. Luciano in questo volume.

tina e Brasile, per tenervi corsi sulla *Logica ideografica* e sull'*Aritmetica unificata deduttivamente.*

Padoa fu uno dei più stretti collaboratori di Peano per quel che riguarda la logica simbolica e lo studio dei fondamenti dell'aritmetica e della geometria. La sua produzione scientifica include importanti contributi che gli valsero un'ampia notorietà in Italia e all'estero e il conferimento del premio ministeriale dell'Accademia dei Lincei nel 1934 e del premio di incoraggiamento della R. Accademia d'Italia nel 1935. A lui si deve la dimostrazione dell'indipendenza del sistema di assiomi di Peano per i numeri naturali e la riduzione delle idee primitive della logica ai tre soli concetti di uguaglianza, intersezione e appartenenza. Di particolare rilievo è la scoperta di un metodo di teoria delle definizioni, successivamente dimostrato da A. Tarski nel 1926 e, indipendentemente, da J.C.C. McKinsey nel 1935. Presentato in un ciclo di lezioni all'Università di Roma nel 1900, il 'criterio di definibilità di Padoa' fu così illustrato dall'autore nella conferenza *Essai d'une théorie algébrique des nombres entiers, précédé d'une introduction logique à une théorie déductive quelconque* al Congresso internazionale di Filosofia di Parigi nell'estate del 1900:

« Nous disons que le système des symboles non-définis est irréductibile par rapport au système des P non-démontrées, lorsque du système des P non-démontrées, il n'est pas possible de déduir la Df symbolique d'aucun des symboles non-définis [...]. Pour démontrer que le système des symboles non-définis est irréductibile par rapport au système des P non-démontrées, il est nécessaire et suffisant de trouver, pour chaque symbole non-définis, qui vérifie le système des P non-démontrées et qui continue à le vérifier si l'on change convenablement le seule signification du symbole considéré » [2].

Padoa si occupò anche del problema della compatibilità e della non contraddittorietà degli assiomi, seguendo i nuovi indirizzi di B. Russell (*Principles of Mathematics*, Cambridge 1903). Su questi temi si soffermò in particolare in un lungo e profondo articolo apparso su *L'Enseignement Mathématique* nel marzo del 1903, che fu origine di una vivace polemica con D. Hilbert, che nella sua celebre conferenza plenaria al Congresso internazionale dei matematici nel 1900, a Parigi, era già intervenuto sulla questione.

[2] PADOA 1901a.

Oltre che autorevole studioso di logica e fondamenti, Padoa fu anche un instancabile divulgatore e didatta dei risultati conseguiti in questi settori dalla Scuola di Peano e ad essi dedicò numerose conferenze e cicli di lezioni in Italia e all'estero: presso l'Université Nouvelle di Bruxelles nel 1898 e presso gli atenei di Pavia (1899), Roma (1900, 1901, 1903), Padova (1905), Cagliari (1907), Parma (1907) e Ginevra (1911). Oratore di spiccata *verve* e testimone dei fiorenti sviluppi di queste ricerche nel primo trentennio del Novecento, ad opera delle scuole tedesca, inglese, francese ed americana, Padoa intervenne su temi logico-fondazionali nei congressi internazionali di filosofia e di matematica di Parigi (1900), Roma (1908), Bologna (1911 e 1928) e Cambridge (1912), nel primo convegno dell'Unione Matematica Italiana a Firenze nel 1937, nelle riunioni annuali della Società Italiana per il Progresso delle Scienze e nel *Congrès International de Philosophie Scientifique* di Parigi nel 1935, dove si rese protagonista di un brillante scambio di opinioni sulla logica a più valori con A. Reymond, G. Juvet e M. Barzin. Padoa fu infine un pioniere nel campo dell'editoria propedeutica di Logica: a lui si devono la pubblicazione del manuale *La logique déductive dans sa dernière phase de développement* (1912) e la redazione dell'ampio capitolo di *Logica* per l'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* (1930).

Oltre che per gli studi sulle problematiche logico-fondazionali, Padoa fu molto apprezzato per i contributi nell'ambito delle matematiche elementari e della didattica della matematica. Le maggiori riviste per gli insegnanti ospitarono spesso suoi interventi sui temi più svariati, dai poligoni regolari ai triangoli magici, dalla teoria delle frazioni ai numeri complessi. Socio attivissimo della Mathesis fin dalla sua fondazione nel 1896, Padoa mostrò di saper coniugare gli assunti epistemologici e metodologici della Scuola di Peano ai frutti di una riflessione autonoma, maturata nella lunga consuetudine di attività didattica svolta in varie istituzioni. Autore dell'apprezzato libro di testo la *Matematica intuitiva* (1923) e di importanti saggi come quello *Sulla preparazione degli insegnanti di Matematica delle scuole medie*, curato insieme a G. Loria nel 1909, Padoa fu chiamato da G. Castelnuovo a partecipare ai lavori dell'International Commission on Mathematical Instruction. In tale contesto si fece portavoce delle proposte sull'insegnamento formulate nell'ambito della Scuola di Peano, redigendo l'ampia relazione *Osservazioni e proposte circa l'insegnamento della Matematica nelle scuole elementari, medie e di magistero* (1912).

L'adesione di Padoa al programma di ricerca della Scuola torinese di Logica si tradusse nella sua fattiva collaborazione alle iniziative editoriali patrocinate da Peano. Numerose sono le sue aggiunte e correzioni al *Formulario*, inerenti soprattutto i paragrafi di Logica e di Aritmetica, e fra queste spicca l'introduzione del simbolo ∅ nella seconda edizione del trattato (1897-99) e quella dell'assioma secondo cui « l'insieme dei numeri è una classe » (N_0 e Cls) nella terza edizione (1901).

La *Rivista di Matematica*, diretta da Peano, ospitò spesso interventi di Padoa: nel 1896 la nota *Di alcune proposizioni fondamentali relative al mutuo separarsi di coppie di punti*, che proseguiva analoghe ricerche svolte da G. Vailati e, nel 1901, l'articolo *Numeri interi relativi*, che presentava la trascrizione in simboli ideografici di 97 proposizioni sui numeri interi relativi mediante 9 simboli logici e 9 simboli algebrici. Padoa collaborò anche alla stesura del *Dizionario di Matematica*, per la parte relativa alla Geometria elementare, un progetto presentato al secondo Congresso della Mathesis (Livorno 1901), che mirava a creare un linguaggio matematico uniforme nell'istruzione scolastica, ma che rimase incompiuto.

Legato a Peano da un saldo rapporto di stima e amicizia, alla sua morte sottoscrisse una quota del *Fundo pro Interlingua*, volto alla diffusione del *latino sine flexione* e alla stampa della rivista *Schola et Vita* e ne commemorò la figura e l'opera in alcuni scritti, pregevoli per la precisione di dettagli, seppure a tratti viziati da accenti eccessivamente celebrativi.

Sposato con Elisabetta Padoa e padre di tre figli – Baldo, Gino e Giovanna – Padoa aveva ampi interessi culturali anche per l'arte, la poesia e la politica e si impegnò come rappresentante degli insegnanti medi nell'Unione Ligure di Mobilitazione Civile. Ebreo osservante e praticante, fu attivo in seno alla comunità di Genova e seguì con attenzione le vicende del movimento sionista.

Morì a Genova, per una malattia cardiaca, il 25 ottobre 1937.

Elenco delle pubblicazioni

1894 *Riforma generale didattica proposta ed approvata nelle sedute generali dei giorni 16 e 17 aprile 1894 del III congresso universitario nazionale*, Torino, Candeletti, 1894, 28 p.

1896 *Di alcune proposizioni fondamentali relative al mutuo separarsi di coppie di punti*, RdM, 6, 1896, pp. 35-41.

1898a *Ideografia delle frazioni irriducibili*, RdM, 6, 1898, pp. 90-94.
1898b *Discorso pronunciato in occasione della distribuzione dei premi agli alunni delle scuole civiche di Pinerolo, 28 marzo 1898*, Pinerolo, Chiantore-Mascarelli, 1898, 28 p.
1898c *Conférences sur la logique mathématique*, Bruxelles, Université nouvelle de Bruxelles, 1898, 80 p.
1898d *Dall'Université Nouvelle di Bruxelles. L'insegnamento del diritto*, Vita internazionale, I, 1898, n. 21, p. 274.
1898e *Vita belga. L'Université Nouvelle e la libertà della scienza*, Vita internazionale, I, 1898, n. 24, pp. 362-365.
1899a *Note di logica matematica. Modificazioni ed aggiunte a F2 §1 proposte da Alessandro Padoa*, RdM, 6, 1896-1899, pp. 105-121.
1899b *Note critiche agli* Elementi di geometria *di Giuseppe Veronese*, Pinerolo, Chiantore-Mascarelli, 1899, 22 pp.
1899c *Note critiche al* Libro di aritmetica e di algebra elementare *di Paolo Gazzaniga*, Pinerolo, Chiantore-Mascarelli, 1899, 17 p.
1899d *Algebra elementare logicamente esposta. Conferenze tenute nella R. Università di Pavia l'anno 1898-99*, Pavia, 1899, 35 p.
1900a *Riassunto delle conferenze su l'algebra e la geometria quali teorie deduttive tenute nella R. Università di Roma l'anno 1900.* Parte I, Roma, 1900, 60 p.
1900b *Question 1566 (1899, 170), A. Korselt*, L'intermédiaire des mathématiciens, 7, 1900, pp. 36-37.
1901a *Essai d'un théorie algébrique des nombres entiers précédé d'une introduction logique à une théorie déductive quelconque*, in *Bibliothèque du Congrès international de Philosophie*, Paris 1900, vol. III, *Logique et Histoire des Sciences*, Paris, Colin, 1901, pp. 309-365.
1901b *Numeri interi relativi*, RdM, 7, 1900-1901, pp. 73-84.
1901c *Albino Nagy*, Rivista Filosofica, 3, 1901, pp. 425-432.
1901d *Albino Nagy*, RdM, 7, 1900-1901, p. 111.
1901e *Additions et corrections au Formulaire a. 1901*, RdM, 7, 1900-1901, pp. 85-110.
1901f *Matematica elementare (Riassunto delle lezioni tenute nella Università Popolare di Roma l'anno 1901)*, L'Università Popolare, I, 15.7.1901, n. 11, pp. 1-6.
1902a *Logica matematica e matematica elementare*, in *Atti del II Congresso dei Professori di Matematica delle Scuole secondarie, Mathesis, Livorno 1901*, Livorno, Giusti, 1902, pp. 186-200.
1902b *Un nouveau système irréductible de postulats pour l'algèbre*, in *Compte Rendu du deuxième Congrès International des Mathématiciens (Paris 6-12 août 1900)*, Paris, Gauthier-Villars, 1902, pp. 249-256.

1902c *Un nouveau système des définitions pour la géométrie euclidienne*, in *Compte Rendu du deuxième Congrès International des Mathématiciens (Paris 6-12 août 1900)*, Paris, Gauthier-Villars, 1902, pp. 353-363. Trad. italiana *Un nuovo sistema di definizioni per la geometria euclidea*, Periodico di Matematica, s. 3, 19, 1904, pp. 74-80. Trad. spagnola *Un nuevo sistema de definiciones para la geometria euclidea*, El Progreso Matemàtico, s. 2, 2, 1900, pp. 364-368.

1902d *Per la compilazione di un dizionario di matematica*, Periodico di Matematica, s. 2, 17, 1902, pp. 262-269.

1902e *Théorie des nombres entiers absolus (remarques et modifications au Formulaire)*, RdM, 8, 1902, pp. 45-54.

1903a *Nuove relazioni sulle soluzioni solide e sugli isomorfismi*, Atti R. Accademia dei Lincei, s. 5, 12, 1903, pp. 391-397.

1903b *Poligoni regolari di 34 lati. Trattazione elementare*, Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico didattico per l'incremento degli Studi Matematici nelle scuole Medie, 2, 1903, pp. 2-10.

1903c *Le problème n. 2 de M. David Hilbert*, L'Enseignement mathématique, 5, 1903, pp. 85-91.

1903d *Quistione 633*, Periodico di Matematica, s. 2, 18, 1903, pp. 290-299.

1904a *Esposizione elementare del metodo di Steiner per la risoluzione grafica delle equazioni di secondo grado*, Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico-didattico per l'incremento degli Studi Matematici nelle scuole Medie, 3, 1904, pp. 1-4.

1904b *Le formole per l'addizione e la sottrazione degli archi dedotte dal teorema di Tolomeo*, Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico-didattico per l'incremento degli Studi Matematici nelle scuole Medie, 3, 1904, pp. 4-5.

1904c *Per un articolo del Prof. Roberto Nicoletti*, Roma, 1904.

1906a *Che cos'è una relazione?*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 41, 1905-06, pp. 1084-1092.

1906b *Ideografia logica. Riassunto della comunicazione fatta dal prof. Alessandro Padoa nell'adunanza accademica del 1 marzo 1906*, Ateneo Veneto, s. 3, 29, 1906, pp. 323-340.

1907 *Sul teorema Cantor-Bernstein-Peano*, Periodico di Matematica, s. 3, 22, 1907, pp. 23-28.

1908a *Dell'astrazione matematica. Concetto ed applicazioni*, in *Questioni filosofiche a cura della Società Filosofica Italiana, Relazioni al II Congresso della Società Filosofica Italiana (Parma 1907)*, Bologna, Chiantore-Formiggini, 1908, pp. 91-104.

1908b *Une question de maximum (Méthode synthétique)*, Nouvelles Annales de Mathématiques, s. 4, 8, 1908, pp. 529-535.

1909a *Necrologio di Giovanni Vailati. Estratto da il Secolo XIX (di Genova) del 17 maggio 1909*, Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico-didattico per l'incremento degli Studi Matematici nelle Scuole Medie, 8, 1909, pp. 211-212.
1909b *Inscriptibilité des polygones articulés dans une circonference*, L'Enseignement mathématique, 11, 1909, pp. 105-109.
1909c *Introduzione alla teoria delle frazioni*, Bollettino della Mathesis, 1, 1909, pp. 66-81.
1909d *Sulla riforma delle scuole di Magistero*, Bollettino di Matematica, 8, 1909, pp. 107-111.
1909e *Relazione sul decreto Orlando*, Bollettino della Mathesis, 1, 1909, pp. 42-45.
1909f *Per la riforma*, Catania, Nuovi Doveri, 1909.
1909g (con G. Loria), *Preparazione degli insegnanti di matematica per le scuole medie*, Atti del II Congresso della Mathesis, Allegato A, Padova, 1909, pp. 1-10.
1910a *Appendice alla teoria delle frazioni*, Bollettino della Mathesis, 2, 1910, pp. 4-7.
1910b *Osservazioni e proposte circa l'insegnamento della matematica nelle scuole elementari, medie e di magistero*, Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico-didattico per l'incremento degli Studi Matematici nelle Scuole Medie, 9, 1910, pp. 73-94 – Bollettino della Mathesis, 4, 1912, pp. 215-234.
1910c *Dalle frazioni alla libertà d'insegnamento*, Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico-didattico per l'incremento degli Studi Matematici nelle Scuole Medie, 9, 1910, pp. 124-128.
1910d *Conferenze di A. Padoa. Programma delle Conferenze, tenute sotto gli auspici dell'Università di Ginevra, dal prof. Alessandro Padoa del R. Istituto tecnico di Genova (9-20 gennaio 1911)*, Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico-didattico per l'incremento degli Studi Matematici nelle Scuole Medie, 9, 1910, pp. 310-312.
1910e *Frazioni, relazioni ed astrazioni*, Periodico di Matematica, s. 3, 25, 1910, pp. 257-258.
1910f *Alcune considerazioni di geometria elementare*, Bollettino della Mathesis, 2, 1910, pp. 38-44.
1911a *D'où convient-il commencer l'arithmétique*, Revue de Métaphysique et de Morale, 19, 1911, pp. 549-554.
1911b *Conferenze tenute dal Prof. Alessandro Padoa nel Gennaio 1911, Università di Ginevra*, Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche, 13, 1911, pp. 37-44.
1911c *Sur le principe de l'induction mathématique*, Revue de Métaphysique et de Morale, 19, 1911, pp. 246-249; p. 395.

1911d *Réponse à M. Goblot*, Revue de Métaphysique et de Morale, 19, 1911, pp. 657-658.
1912a *La logique déductive dans sa dernière phase de développement*, Revue de Métaphysique et de Morale, 19, 1911, pp. 828-883; 20, 1912, pp. 48-67, 207-231; con prefazione di G. Peano, Paris, Gauthiers-Villars, 1912.
1912b *Frequenza, previsione, probabilità*, Atti R. Accademia Reale delle Scienze di Torino, 47, 1911-12, pp. 878-886.
1912c *Analisi della sillogistica*, Rivista di Filosofia Neo-Scolastica, 4, 1912, pp. 337-345.
1912d *Che cos'è la matematica?*, Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico-didattico per l'incremento degli Studi Matematici nelle Scuole Medie, 11, 1912, pp. 209-221.
1913a *Sui massimi e minimi delle funzioni algebriche elementari*, Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico-didattico per l'incremento degli Studi Matematici nelle Scuole Medie, 12, 1913, pp. 194-213.
1913b *Une question de maximum ou de minimum*, in *Proceedings of the 5th International Congress of Math.*, Cambridge, University Press, 1913, vol. I, pp. 337-340.
1913c *La valeur et les rôles du principe d'induction mathématique*, in *Proceedings of the 5th International Congress of Mathematicians*, Cambridge, University Press, 1913, vol. II, pp. 471-479.
1913d *Legittimità ed importanza del metodo introspettivo*, Rivista di Filosofia, 5, 1913, pp. 181-205.
1916a *Progresso scientifico e progresso morale. Conferenza all'Università Popolare di Genova il 7 novembre 1915*, Genova, Coop. Grafica Bellini, 1916, 20 p.
1916b *Trigonometria piana e sferica*, Pavia, 1916.
1917a *Des conséquences d'un changement d'idées primitives dans une théorie déductive quelconque*, Revue de Métaphysique et de Morale, 24, 1917, pp. 315-325.
1917b *Radici razionali delle equazioni intere a coefficienti interi*, Periodico di Matematica, s. 3, 14, 1917, pp. 163-167.
1917c *Aritmetica ed Algebra per l'Istituto tecnico*, Genova, 1916-17.
1917d *Lezioni di analisi infinitesimale per la scuola di ingegneria navale*, Genova, 1917.
1917e *Patria*, Genova, 1917.
1917f *Eugenio Elia Levi*, Bollettino della Mathesis, 9, 1917, pp. 89-92.
1918a *Le imprese di Buccari, Pola, Premuda*, Genova, Tip. Commerciale, 1918, 8 p.
1918b *Pro mutilati*, Genova, 1918.
1923a *Risoluzione del paralogisma di Russell*, Genova, 1923.

1923b *Aritmetica intuitiva per le scuole medie di primo grado*, Milano, Sandron, 1923-25, vol. 1: *Aritmetica intuitiva per le scuole medie*, 1923; vol. 2: *I numeri razionali con applicazioni geometriche in conformità dei Programmi ufficiali del 14 ottobre 1923*, 1924; vol. 3: *I numeri reali in conformità dei Programmi ufficiali del 14 ottobre 1923*, 1925; ried. 1928, 1935, 1936.

1924 *Sui Massimi e Minimi delle funzioni algebriche elementari*, in F. Enriques (a cura di), *Questioni riguardanti le matematiche elementari*, 3 ed., Bologna, Zanichelli, 1924-27, vol. 2, parte 3, pp. 99-199.

1925a *Una questione di minimo*, Periodico di Matematiche, s. 4, 5, 1925, pp. 80-85.

1925b *Velocità nel moto uniformemente vario*, Rassegna di Matematica e Fisica, 5, 1925, pp. 119-129.

1925c *Una nuova dimostrazione di un vecchio teorema*, Rassegna di Matematica e Fisica, 5, 1925, p. 240.

1925d *Sezioni triangolari di un cono circolare, retto od obliquo*, Periodico di Matematiche, s. 4, 5, 1925, pp. 347-359.

1925e *Le terne eroniane, irriducibili e ordinate*, Pavia, 1925.

1926a *Numeri e figure per la 1. classe del corso integrativo in conformità dei programmi ufficiali del 1 ottobre 1923: l'arte dei computi e la geometria...*, Palermo, Sandron, 1926.

1926b *Postilla ad una questione di minimo*, Periodico di Matematiche, s. 4, 6, 1926, pp. 38-40.

1926c *Aree e volumi calcolati col metodo del Cavalieri*, Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico-didattico per l'incremento degli Studi Matematici nelle Scuole Medie, s. 2, 5, 1926, pp. 1-17.

1926d *Due osservazioni didattiche sul calcolo differenziale*, Periodico di Matematiche, s. 4, 6, 1926, pp. 350-351.

1926e *Matematica intuitiva. Aritmetica e geometria, per le scuole medie di primo grado; Volume I. I numeri naturali; Vol. II. I numeri razionali*, Palermo, Sandron, 2° ed. 1926, 4° ed. 1934.

1927 *Un'equazione indeterminata di nono grado*, Periodico di Matematiche, s. 4, 7, 1927, pp. 349-350.

1930a *Quadrangoli piani e sghembi*, Periodico di Matematiche, s. 4, 10, 1930, pp. 31-35.

1930b *Un problema insidioso*, Periodico di Matematiche, s. 4, 10, 1930, pp. 123-124.

1930c *Un duplice sistema indeterminato*, Atti del Congresso internazionale dei Matematici (Bologna, 1928), vol. 2, Bologna, Zanichelli, 1930, pp. 25-30.

1930d *Proposizioni assiomatiche*, Atti del Congresso internazionale dei Matematici (Bologna, 1928), vol. 3, Bologna, Zanichelli, 1930, pp. 381-387.

1930e *Logica*, in L. Berzolari, G. Vivanti e G. Gigli (a cura di), *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, vol. 1, parte 1, Milano, Hoepli, 1930, pp. 1-79.
1932a *Il problema di Alhazen studiato elementarmente*, Periodico di Matematiche, s. 4, 12, 1932, pp. 113-118.
1932b *Il metodo deduttivo*, Rendiconti R. Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti, s. 2, 65, 1932, pp. 666-672.
1932c *Una regola generale di divisibilità*, Periodico di Matematiche, s. 4, 12, 1932, pp. 52-55.
1932d *L'Asteroide studiato elementarmente*, Periodico di Matematiche, s. 4, 12, 1932, pp. 270-274.
1932e *Un antico problema insidioso*, Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico didattico per l'incremento degli Studi Matematici nelle Scuole Medie, s. 2, 11, 1932, pp. 127-134, s. 2, 12, 1933, pp. 21-28.
1932f *I triangoli magici*, Rendiconti della Unione Professori, 3, 1932, pp. 88-89.
1933a *Il contributo di G. Peano all'ideografia logica*, Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, 1933, p. 99.
1933b *Confronto di numeri complessi*, Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, 1933, pp. 126-127.
1933c *Il contributo di G. Peano all'ideografia logica*, Periodico di Matematiche, s. 4, 13, 1933, pp. 15-22.
1933d *Le unità frazionarie*, Periodico di Matematiche, s. 4, 13, 1933, pp. 87-98.
1933e *Proposizioni primitive indipendenti*, Periodico di Matematiche, s. 4, 13, 1933, pp. 244-248.
1933f *Una proprietà dei numeri naturali*, Periodico di Matematiche, s. 4, 13, 1933, pp. 292-295.
1933g *Logica ideografica. I. Che cosa sia ed a che cosa giovi. II. Idee indefinibili e idee primitive. III. Proposizioni indimostrabili e proposizioni postulate. IV. Eguaglianze*, Rivista di Filosofia Neo-Scolastica, 25, 1933, pp. 75-90, pp. 188-190, 26, 1934, pp. 277-284.
1934a *Le frazioni scindibili in due unità frazionarie*, Periodico di Matematiche, s. 4, 14, 1934, pp. 47-53.
1934b *Una proposizione di Erone ridimostrata e completata*, Periodico di Matematiche, s. 4, 14, 1934, pp. 114-118.
1934c *Due postulati geometrici*, Atti SIPS, 1934, A, p. 181.
1935a *Intensità della risultante*, Atti SIPS, 1935, A, p. 203.
1935b *Lunule quadrabili*, Atti SIPS, 1935, A, p. 203.
1935c *Sui poligoni incostruibili*, Atti SIPS, 1935, A, p. 203.
1935d *Sull'impossibilità di estendere il corpo dei numeri complessi ordinari*, Periodico di Matematiche, s. 4, 15, 1935, pp. 63-64.

1936a *Classes et pseudoclasses*, in *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique, Paris 1935*, vol. 3, *Langage et pseudo-problèmes*, Paris, Hermann, 1936, pp. 26-28.
1936b *Les extensions successives des ensembles des nombres au point de vue déductif*, in *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique, Paris 1935*, vol. 7, *Logique*, Paris, Hermann, 1936, pp. 53-59.
1936c *Ce que la logique doit à Peano*, in *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique, Paris 1935*, vol. 8: *Histoire de la logique et de la philosophie scientifique*, Paris, Hermann, 1936, pp. 31-37.
1936d *Lezioni di Geometria descrittiva, a.a. 1935-36*, Genova, Regia Università di Genova, litografia.
1936e *Logica, Aritmetica, Geometria*, Periodico di Matematiche, 16, 1936, pp. 15-16.
1937a *Automatismo deduttivo*, Il Bollettino di Matematica. Giornale scientifico-didattico per l'incremento degli Studi Matematici nelle Scuole Medie, s. 2, 16, 1937, pp. 51-55.
1937b *Le proprietà fondamentali dell'eguaglianza logica*, 2 aprile 1937.
1937c *Geometria intuitiva per l'Istituto Magistrale Inferiore*, Palermo, Sandron, 1937.
1938a *Un teorema esistenziale concernente i poligoni*, in *Atti del I Congresso UMI*, Firenze 1937, Bologna, Zanichelli, 1938, pp. 318-320.
1938b *Automatismo deduttivo*, in *Atti del I Congresso UMI, Firenze 1937*, Bologna, Zanichelli, 1938, pp. 503-507.
1938c *Come si deduce*, Periodico di Matematiche, s. 4, 18, 1938, pp. 228-236.
1938d *La loi de la causalité*, Revue de Métaphysique et de Morale, 50, 1938, pp. 203-212.

Fonti archivistiche

Acc. Naz. Lincei, *Archivio Volterra*: 4 lettere di A. Padoa a V. Volterra (4.7.1908, 7.10.1916, 6.11.1916, 17.6.1924); *Archivio Storico*: Fondo R. Accademia d'Italia, Tit. Allegati Scienze Fisiche, B. 7, Fasc. 54: 10 mss. inediti di Padoa; *Archivio Storico*, Fondo Reale Accademia dei Lincei, Pos. 11, Premi Ministeriali, B. 42, Fasc. 149, S. fasc. 7: *Elenco* [datato 27 dicembre 1901 e firmato] *dei lavori presentati all'Accademia dei Lincei per il concorso al premio ministeriale del 1901 per la matematica.* ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN*, IX D 193, n° matr. 70, pp. 92, 114. BDF Milano, *Archivio Giovanni Vailati*: 35 lettere di A. Padoa a G. Vailati (1896-1908) schedate in L. Ronchetti (a cura di), *L'Archivio Giovanni Vailati*, Milano, Dipartimento di Filosofia, Quaderni di Acme, 34, 1998, pp. 72-73. Le lettere del 24.2.1902, 27.2.1902, 25.8.1902, 4.12.1899, 31.1.1900 e 12.1.1901 sono edite in E. Luciano, C.S. Roero, *Giuseppe Peano Matematico e Maestro*, Torino, DM, 2008, pp. 52-55, 59-61; le lettere del

14.11.04, 19.3.05, 23.3.05 e 31.3.05 sono edite in P. CANTÙ, *Osservazioni sulla relazione di uguaglianza. Le lettere di Alessandro Padoa a Giovanni Vailati (1904-05)*, Annuario del Centro Studi Giovanni Vailati, 2007, pp. 65-67. BDM Genova, *Fondo Alessandro Padoa*: libri, estratti, articoli di A. Padoa, catechismi, testi religiosi, periodici ebraici; manoscritti con riflessioni teologiche; ms. *A proposito di un nuovo sistema fondamentale della geometria elementare*; ms. *Interpretazione aritmetica della logica matematica (Teoria dei numeri interi a fattori primi fra loro diversi)*, 1897, ms. *Saggio di una teoria delle proposizioni. Considerazioni generali*, [1897], editi in GIANNATTASIO 1968, pp. 317-336. Il fondo è descritto in M. BORGA, G. FENAROLI, A.C. GARIBALDI, 2008, pp. 150-151. BSM Torino, *Fondo Peano-Vacca*: lettere di A. Padoa a G. Vacca (1900-1912), edite in P. NASTASI, A. SCIMONE (a cura di), *Lettere a Giovanni Vacca*, Quaderni PRISTEM, 5, Palermo 1995, pp. 131-136.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1894-95, p. 340; 1895-96, p. 239; [*Alessandro Padoa*], Bollettino UMI, 15-16, 1936-37, p. 248; [*Alessandro Padoa*], Revue de Métaphysique et de morale, 45, 1938, suppl. Apr., 32; A. BELTRAMI, *Relazione del Presidente nella seduta inaugurale del 20 gennaio 1938*, Atti della Società di Scienze e Lettere di Genova, 3, 1938, pp. 1-5; E. NANNEI, *Necrologio di Alessandro Padoa*, Bollettino di Matematica, n.s., 17, 1938, pp. 30-32; G. LORIA, *Alessandro Padoa*, Annuario dell'Università di Genova a.a. 1937-38, pp. 369-372; F. TRICOMI, *Matematici italiani del primo secolo dello stato unitario*, *Matematici italiani del primo secolo dello stato unitario*, Memorie Accademia delle Scienze di Torino, Cl. Scienze FMN, s. 4, 1, 1962, p. 81; A. GIANNATTASIO, *Due inediti di A. Padoa*, Physis, 10, 1968, pp. 309-336; H.C. KENNEDY, *Alessandro Padoa*, Dictionary of Scientific Biography, vol. 10, 1974, p. 274; H.C. KENNEDY, *Peano storia di un matematico*, Torino, Boringhieri, 1983, p. 126; M. BORGA, P. FREGUGLIA, D. PALLADINO, *I contributi fondazionali della scuola di Peano*, Milano, Franco Angeli, 1985, pp. 61-68 e 95-101; G. ARRIGHI (a cura di), *Lettere a Mario Pieri* (1884-1913), Quaderni PRISTEM, 6, Milano, 1997, pp. 84-85 (lettere di A. Padoa a M. Pieri del 25.7.1899, 6.1.1901); P. CANTÙ, *Osservazioni sulla relazione di uguaglianza. Le lettere di Alessandro Padoa a Giovanni Vailati (1904-05)*, Annuario del Centro Studi Giovanni Vailati, 2007, pp. 57-73; M. BORGA, G. FENAROLI, A.C. GARIBALDI, *Ricordo di Alessandro Padoa (1868-1937)*, Epistemologia, 31, 2008, pp. 133-152; E. LUCIANO, *I dibattiti sull'insegnamento della Logica da Peano a Bourbaki*, in *Associazione Subalpina Mathesis Conferenze e Seminari 2008-09*, a cura di F. Ferrara, L. Giacardi, M. Mosca, Torino, Kim Williams Book, 2009, pp. 211-245.

ANGELO RAMORINO

1869 - ?

Angelo Ramorino nacque a Pesaro (Ur) il 9 febbraio 1869 da Giuseppe e Mariana Sfigenia. Dopo aver frequentato il Liceo Cavour di Torino, nel 1887 si iscrisse all'Università, ottenendo per tre anni, dal 1888 al 1891, un posto gratuito nel R. Collegio delle Province. Conseguì la laurea in Matematica il 31 gennaio 1893 e fu assistente alla Scuola di Algebra e Geometria Analitica diretta da Enrico D'Ovidio nel 1893-94 e 1895-96 e assistente alla cattedra di Calcolo infinitesimale, tenuta da Peano.

La produzione scientifica di Ramorino fu influenzata dai contatti con Peano e con Cesare Burali-Forti e comprende due corposi scritti di geometria, uno di taglio storico e l'altro, dal titolo *Sopra alcune proprietà delle curve nello spazio in relazione con la loro curvatura e torsione*, presentato da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino il 7 marzo 1897. Nel primo l'autore ripercorreva la storia degli enti immaginari a partire dall'antichità, passando attraverso le opere di René Descartes, Isaac Newton, Colin MacLaurin, Gaspard Monge, Lazare Carnot, Jean-Victore Poncelet, Michel Chasles, John Wallis, Carl F. Gauss, Jean Argand, per giungere allo studio dei contributi di Carl G. Staudt, Edmond Laguerre, Otto Stolz, Felix Klein e Corrado Segre. Nel secondo saggio egli fornì invece aggiunte e correzioni alla dimostrazione, presentata da Gaston Darboux nelle *Leçons sur la Théorie générale des surfaces et les applications géométriques du Calcul infinitésimal* (Paris 1896), sulla determinazione del volume del tetraedro che ha per vertici quattro punti M_1, M_2, M_3, M_4 di una curva gobba, infinitamente prossimi a un punto M della medesima.

Insieme a Burali-Forti scrisse il libro *Aritmetica e norme per l'insegnamento nelle scuole elementari - Elementi di algebra*, edito nel 1898, che fu oggetto di aspre critiche. Il testo tuttavia presentava un aspetto originale interessante per l'attenzione alla tematica dei fondamenti e per le indicazioni pedagogiche su temi spinosi, come l'introduzione del concetto di numero cardinale ed ordinale e le procedure del conteggio, rivolte agli studenti delle Scuole normali cioè ai futuri maestri elementari.

Ramorino collaborò inoltre alla terza (1901) e alla quarta edizione (1902-03) del *Formulaire de Mathématiques* di Peano, segna-

lando correzioni e aggiunte ai capitoli di Logica e di Aritmetica e ai paragrafi sulle funzioni analitiche, sui numeri complessi, sui vettori e sulla funzione *sin.*

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1897a *Sopra alcune proprietà delle curve nello spazio in relazione con la loro curvatura e torsione*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 32, 1896-97, pp. 471-483.

1897b *Gli elementi immaginari nella Geometria. Monografia storica*, Giornale di Matematiche (Battaglini), 35, 1897, pp. 242-258, 317-345.

1898 (con C. Burali-Forti), *Aritmetica e norme per l'insegnamento nelle scuole elementari - Elementi di algebra*, Torino, Pellarano, 1898.

1901 (con Arbicone, T. Boggio, E. Cantoni, F. Castellano, C. Ciamberlini, G. Eneström, A. Padoa, O. Stolz, G. Vacca), *Additions et corrections au Formulaire a. 1901*, RdM, 7, 1900-1901, pp. 85-110.

1902 *Lezioni di algebra elementare date nell'Università popolare di Torino*, anno 1901-02, s.l. [Torino], s.e., 1902.

1912 *La borsa: sua origine, suo funzionamento*, Bari, Laterza, 1912.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN 1887-88*, IX A 124, n° matr. 71, p. 71. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 30.6.1890 al 5.5.1902*, XD 193, p. 52 (non è riportato l'argomento della tesi e delle sottotesi di laurea).

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1887-88, p. 312; 1888-89, pp. 265, 327, 347; 1889-90, pp. 299, 354, 375; 1890-91, pp. 289, 309; 1893-94, pp. 86, 259; 1894-95, p. 94; 1895-96, p. 80; 1896-97, p. 69; 1897-98, p. 129; E. LUCIANO, *Aritmetica e Storia nei libri di testo della scuola di Peano*, in L. GIACARDI (a cura di), *La matematica nella scuola italiana da metà '800 a fine '900: problemi, metodi, libri di testo e riforme*, Livorno, Agorà, 2006, pp. 292-296.

GINO FANO

1871 - 1952

Gino Fano nacque a Mantova il 5 gennaio 1871 da Ugo ed Angelica Fano e, dopo aver frequentato per quattro anni il Collegio militare di Milano, completò gli studi secondari presso l'Istituto tecni-

co di Mantova. Nel 1888 si iscrisse all'Università di Torino come allievo ingegnere, ma successivamente passò agli studi di Matematica. Durante gli anni universitari fu allievo di Corrado Segre, di cui seguì nel 1890-91 il celebre corso *Sulla geometria degli enti algebrici semplicemente infiniti* che avrebbe avuto fondamentale importanza nello sviluppo della geometria algebrica italiana. L'incontro con Segre fu decisivo per il successivo orientamento scientifico di Fano. Quando era ancora studente nel 1890 egli curò per gli *Annali di Matematica* la traduzione del *Programma di Erlangen* di F. Klein, accogliendo l'invito del Maestro, che in quell'occasione rivelava in nota l'importanza di diffondere in Italia le ricerche tedesche (1890, pp. 307-308). Il 22 giugno 1892 conseguì la laurea in Matematica con il massimo punteggio e la lode, discutendo una tesi di Geometria iperspaziale sotto la direzione di Segre, che fu pubblicata quello stesso anno nel *Giornale di Matematiche* di Battaglini. Lo studio si collocava nell'ambito delle ricerche svolte da M. Pasch, G. Peano e F. Amodeo, ma recava nel contempo nuovi contributi, ripresi in seguito da Fano stesso, da D. Hilbert e da O. Veblen.

Dopo un anno di assistente sulla cattedra di Algebra e Geometria analitica, tenuta da E. D'Ovidio, nel 1893-94 Fano si recò a Gottinga per seguire un corso di perfezionamento con F. Klein. Durante questo soggiorno prese contatti anche con H. Weber di cui seguì, nel semestre invernale, le lezioni sulla teoria dei numeri algebrici, e tenne alcune conferenze molto apprezzate alla *Mathematische Gesellschaft* nelle quali illustrò le ricerche e i risultati della scuola italiana di geometria, favorendone, in tal modo, la diffusione. Nel 1894, su invito di Peano, scrisse un articolo per la *Rivista di Matematica*, in cui illustrava le caratteristiche dell'insegnamento della matematica nelle università tedesche e collaborò, come vedremo, all'edizione del 1895 del *Formulario.*

Tornato in Italia, dal 1894 al 1899 Fano fu assistente di G. Castelnuovo all'Università di Roma. Nel 1899 Felix Klein gli offrì un posto di docente in Germania, che egli però rifiutò, avendo nel frattempo vinto il concorso a cattedra di Algebra e Geometria analitica all'Università di Messina, dove restò fino al 1901. Si trasferì allora a Torino, in qualità di professore straordinario di Geometria proiettiva e descrittiva e nel 1904, ottenuta per concorso la nomina a professore ordinario di questa displina presso l'Università di Parma, rinunciò e chiese di avere questa promozione all'Università di Torino,

che gli fu concessa nel 1905. Fano fu dunque titolare della cattedra di Geometria proiettiva e descrittiva presso l'Ateneo torinese fino al 1935. Le sue lezioni, impartite all'Università e alla Scuola di Ingegneria dall'a.a. 1908-09, diedero origine al pregevole volume *Lezioni di geometria descrittiva* (1909b), che ebbe varie edizioni e ristampe. A Torino Fano fu anche incaricato di Geometria superiore (1924-25), di Geometria analitica con elementi di proiettiva e Geometria descrittiva con disegno (1935-38), fu Direttore della Scuola di Geometria proiettiva e descrittiva (1911-26), Direttore della Biblioteca Matematica (1924-1938), membro della Commissione permanente della Biblioteca Nazionale Universitaria, in qualità di rappresentante della Facoltà di Scienze (1926-38), e Direttore della Scuola operaia serale femminile.

Nel 1938 fu costretto a lasciare l'Italia a causa delle persecuzioni antisemite e si rifugiò in Svizzera, dove tenne quattro conferenze al *Cercle Mathématique* di Losanna e alcuni corsi per gli studenti italiani rifugiati nel *Camp Universitaire Italien.* Nella primavera del 1945 insegnò anche Geometria descrittiva all'École d'Ingénieurs di quella città come supplente di Jules Marchand. A guerra conclusa fece ritorno a Torino e fu nominato professore emerito, ma la sua attività si ridusse ad alcune conferenze, poiché visse alternativamente in Italia e negli Stati Uniti dove risiedevano i suoi figli Ugo e Roberto.

L'opera scientifica di Fano può essere suddivisa in tre fasi, ognuna delle quali influenzata dai suoi maestri: C. Segre, F. Klein e G. Castelnuovo. Al primo periodo appartengono gli studi sulla geometria della retta che portarono alla formulazione della teoria generale delle congruenze del terzo ordine. Di questa fase fanno parte anche le ricerche sulla teoria dei gruppi continui di trasformazioni cremoniane. Successivamente Fano si occupò della determinazione delle equazioni differenziali lineari omogenee dotate di curve integrali appartenenti a varietà algebriche. Il *leit-motiv* di tutta la sua attività scientifica fu però lo studio delle varietà algebriche a tre dimensioni, settore cui Fano si dedicò per quarant'anni, svolgendo una vera opera di pioniere. Le sue ricerche culminarono con la dimostrazione, nel 1942, dell'irrazionalità della forma cubica generale dello spazio a quattro dimensioni, una questione rimasta aperta per cinquant'anni.

Fra gli altri suoi lavori meritano di essere menzionati, anche per le pregevoli note storiche in essi contenute, gli articoli scritti nel

1907 per l'*Encyklopädie der Mathematischen Wissenshaften* e il saggio dedicato alle geometrie non euclidee e non archimedee dell'*Enciclopedia delle matematiche elementari* di L. Berzolari, G. Vivanti e D. Gigli.

Nonostante la produzione scientifica di Fano si sia dipanata interamente nell'alveo della geometria algebrica, negli anni 1894 e 1895 strinse rapporti con Peano, di cui fu allievo nel corso di Calcolo infinitesimale e collaborò alla *Rivista di Matematica* e al *Formulario Matematico* (1895), curando la redazione del capitolo IX relativo ai numeri algebrici. Il denominatore comune dei suoi interessi con la Scuola di Peano fu il suo soggiorno a Gottinga nel 1893-94 e i contatti con Felix Klein, che era in corrispondenza con Peano. Come afferma lo stesso Fano nella nota *Sulla parte IX del Formulario. Contributo alla teoria dei numeri algebrici* (RdM, 5, 1895, pp. 1-8), il capitolo da lui redatto era frutto delle lezioni di H. Weber, che egli aveva seguito a Gottinga, e degli studi degli scritti di Klein, fra cui il programma di Erlangen, di L. Kronecker, K. Kummer e H. Weber, e soprattutto dell'opera di J.P.G.L. Dirichlet e R. Dedekind, *Vorlesungen über Zahlentheorie* (Brauschweig, 4ª ed, 1894).

In un'epoca in cui, in Italia, gli studi algebrici languivano, l'inserimento nel *Formulario* di una teoria fortemente innovativa, riassunta sulla base di testi recentissimi, costituì un elemento di pregio della trattazione che includeva, accanto alla matematica tradizionale, parti di ricerca avanzata. Da una lettera di Peano a F. Klein del 29 agosto 1894 emergeva con chiarezza che tale sezione era stata inserita in virtù di una precisa riflessione non solo sui suoi contenuti specifici, ma anche sulla loro concatenazione con il resto dell'opera:

« Il Dott. Fano deve già essere ritornato, secondo quanto mi scrisse da Gottinga. Egli ha intrapreso la pubblicazione della parte IX del *Formulario di Matematica*; questa parte tratta dei numeri algebrici, secondo Dirichlet-Dedekind, e secondo le lezioni del prof. Weber. Questo lavoro è in corso di stampa, e sarà pubblicato quanto prima. E qui mi arresto un momento, onde fermare la sua attenzione sulla Logica matematica, e sul Formulario. [...] Questo *Formulario* non potrebbe essere attuato col linguaggio ordinario. Diventa invece possibile, e relativamente semplice colle notazioni della logica matematica. Queste non solo abbreviano la scrittura, ma fanno vedere che molte proposizioni che, col linguaggio ordinario, paiono distinte, si trasformano in simboli nello stesso modo, e quindi non sono che una stessa proposizione. Potrei citare molte cosiddette teorie, le quali, tradotte in simboli,

svaniscono; esse svaniscono solo in apparenza perché si è cambiato nome ad un'idea vecchia. Mi limiterò a dire che parecchie parti della teoria dei *corpi*, moduli, di *Dedekind*, non sono che proposizioni di logica, e quindi contenute nella parte I del Formulario » [1].

La sezione del *Formulario* sui numeri algebrici, a sua volta connessa al paragrafo VI di *Teoria degli insiemi*, curato da Giulio Vivanti, scomparì però nelle successive edizioni del *Formulario.*

Nella 'riduzione in simboli' di un'intera teoria matematica essa testimoniava, fra l'altro, la perfetta padronanza da parte di Fano del linguaggio logico-ideografico, le cui basi egli aveva appreso da Peano nel corso di Calcolo infinitesimale. Di questa competenza tuttavia Fano non si valse più nel seguito della sua produzione: il paragrafo sui numeri algebrici non fu mai ripreso, né egli tornò ad occuparsi di algebra e di logica matematica.

Anche la seconda nota di Fano apparsa sulla RdM fa riferimento esplicito all'esperienza del suo soggiorno in Germania. L'articolo *Sull'insegnamento della matematica nelle Università tedesche e in particolare nell'Università di Gottinga* si presenta come un affresco dettagliato dei corsi tenuti in quell'università, dell'organizzazione del centro di ricerca, delle condizioni di studio, degli esami, del problema della formazione dei futuri insegnanti, per concludersi con una descrizione della pratica dei seminari, delle strutture universitarie (biblioteche, sale di lettura, ecc.) e della « vita che si vive a Gottinga » (1894b, p. 185). La nota ben si attaglia agli scopi eminentemente didattici della RdM, che ospitava recensioni di libri di testo tedeschi e traduzioni di articoli come quelli di G. Cantor atti a innovare la presentazione didattica di certe parti della matematica. La *Rivista* di Peano, del resto, svolgeva un'opera pionieristica nella circolazione delle informazioni sui metodi e sui contenuti dell'insegnamento della matematica in Italia e all'estero e, di fatto, la nota di Fano precorreva di un lustro quelle analisi comparative dettagliate apparse poi su periodici, quali *L'Enseignement Mathématique* o il *Bollettino* della Mathesis.

La collaborazione scientifica fra Fano e Peano costituì una fase circoscritta della vita del matematico mantovano e si interruppe con

[1] M. SEGRE, *Le lettere di Giuseppe Peano a Felix Klein*, Nuncius. Annali di Storia della Scienza, 12, 1997, p. 118-119.

il 1895. Benchè colleghi per molti anni all'Università di Torino e con un comune interesse per le problematiche didattiche, che li videro collaborare, talora con posizioni convergenti, alle attività e ai dibattiti della Mathesis, le loro posizioni si distanziarono, nel corso degli anni, per interessi di ricerca, affinità culturali e impostazioni didattiche, come emerse nella seduta di Facoltà del 17 marzo 1910, in cui Fano era il segretario [2].

Tuttavia nel 1932, alla morte del logico, sottoscrisse una quota per il *Fundo Peano pro Interlingua* e nel 1934, diede questo giudizio sulla figura di Peano (1934b, p. 168):

> « [Grassmann] Aveva forse doti comuni col nostro Peano: grande ingegno, grande versatilità nelle questioni più svariate, tendenze solitarie, predilezione per speciali algoritmi; Peano era però ottimo insegnante, né gli mancò anche in vita un largo, adeguato riconoscimento dei suoi meriti ».

Insignito di numerosi titoli onorifici (Ufficiale dell'Ordine della Corona d'Italia, Socio nazionale residente della R. Accademia delle Scienze di Torino, della R. Accademia dei Lincei, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e lettere, Socio della R. Accademia Virgiliana di Scienze, lettere ed arti di Mantova e dell'Accademia Peloritana di Messina e Medaglia d'oro dei benemeriti della Pubblica Istruzione nel 1928), Fano morì a Verona l'8 novembre 1952.

Elenco delle pubblicazioni

1890 *Considerazioni comparative su ricerche geometriche recenti. Programma pubblicato in occasione dell'accoglimento nella Facoltà filosofica e nel Senato dell'Università di Erlangen*, Annali di Matematica pura ed applicata, s. 2, 17, 1890, pp. 307-343.

1892 *Sui postulati fondamentali della geometria proiettiva in uno spazio lineare a un numero qualunque di dimensioni*, Giornale di Matematiche, 30, 1892, pp. 106-132.

1893a *Studio di alcuni sistemi di rette considerati come superficie dello spazio a cinque dimensioni*, Annali di Matematica pura ed applicata, s. 2, 21, 1893, pp. 111-192.

[2] I verbali sono trascritti in E. Luciano, C.S. Roero, *Giuseppe Peano, matematico e maestro*, Torino, Dipartimento di Matematica, 2008, pp. 135-137.

1893b *Sopra le curve di dato ordine e dei massimi generi in uno spazio qualunque*, Memorie R. Accademia delle Scienze di Torino, s. 2, 41, 1893, pp. 335-382.

1894a *Sulle congruenze di rette del III ordine prive di linea singolare*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 29, 1894, pp. 474-493.

1894b *Sull'insegnamento della matematica nelle università tedesche e in particolare nell'università di Gottinga*, RdM, 4, 1894, pp. 170-188.

1895a *Uno sguardo alla storia della matematica*, Atti dell'Accademia Virgiliana, Mantova, 1895, pp. 3-34.

1895b *Contributo alla teoria dei numeri algebrici, osservazioni varie e parte IX del Formulario*, RdM, 5, 1895, pp. 1-10.

1895c *Sopra alcune considerazioni geometriche che si collegano alla teoria delle equazioni differenziali lineari*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 5, 4, 1895, pp. 18-25.

1895d *Sopra certe curve razionali di uno spazio qualunque, e sopra certe equazioni differenziali lineari, che con queste curve si possono rappresentare*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 5, 4, 1895, pp. 51-57.

1895e *Sulle equazioni differenziali del IV ordine, che definiscono curve contenute in superficie algebriche*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 5, 4, 1895, pp. 232-239.

1895f *Ancora sulle equazioni differenziali del IV ordine, che definiscono curve contenute in superficie algebriche*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 5, 4, 1895, pp. 292-300.

1895g *Sulle equazioni differenziali lineari di ordine qualunque che definiscono curve contenute in superficie algebriche*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 5, 4, 1895, pp. 322-330.

1895h *Sui postulati fondamentali della geometria proiettiva (due lettere al prof. F. Enriques)*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 9, 1895, pp. 79-82 e 84-85.

1895i *Sulle superficie algebriche con infinite trasformazioni proiettive in se stesse*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 5, 4, 1895, pp. 149-156.

1896a *Über endliche Gruppen linearer Transformationen einer Veranderlichen*, Monatshefte für Mathematik, 7, 1896, pp. 297-320.

1896b *Sulle varietà algebriche con un gruppo continuo non integrabile di trasformazioni proiettive in sé*, Memorie R. Accademia delle Scienze di Torino, s. 2, 46, 1896, pp. 187-218.

1896c *Sulle varietà algebriche dello spazio a quattro dimensioni con un gruppo continuo integrabile di trasformazioni proiettive in sé*, Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti, s. 7, 7, 1896, pp. 1069-1103.

1896d *Sulle superficie algebriche con un gruppo continuo transitivo di trasformazioni proiettive in sé*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 10, 1896, pp. 1-15.
1896e *Sui gruppi continui di trasformazioni cremoniane del piano e sopra certi gruppi di trasformazioni proiettive*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 10, 1896, pp. 16-29.
1896f *Lezioni di geometria della retta*, (Dispense Litog.), Roma, 1896.
1897a *Un teorema sulle superficie algebriche con infinite trasformazioni proiettive in sé*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 11, 1897, pp. 241-246.
1897b (con F. Enriques), *Sui gruppi continui di trasformazioni cremoniane dello spazio*, Annali di Matematica pura e applicata, s. 2, 26, 1897, pp. 59-98.
1898a *Über Gruppen, insbesondere continuierliche Gruppen von Cremona Transformationen der Ebene und des Raumes*, Monatshefte für Mathematik, 9, 1897, 17-29; *Verhandl. Ersten Internationalen Mathematiker-Kongresses in Zürich ... 1897*, Leipzig, Teubner, 1898, pp. 251-255.
1898b *I gruppi di Jonquières generalizzati*, Memorie R. Accademia delle Scienze di Torino, s. 2, 48, 1898, pp. 221-278.
1898c *Sopra alcuni gruppi continui imprimitivi di trasformazioni puntuali dello spazio*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 5, 7, 1898, pp. 302-308.
1898d *Le trasformazioni infinitesime dei gruppi cremoniani tipici dello spazio*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 5, 7, 1898, pp. 332-340.
1898e *I gruppi continui primitivi di trasformazioni cremoniane dello spazio*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 33, 1898, pp. 480-504.
1898f *Lezioni di geometria non euclidea*, (Litog.), Roma, 1898.
1899a *Sulle equazioni differenziali lineari che appartengono alla stessa specie delle loro aggiunte*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 34, 1899, pp. 260-281.
1899b *Osservazioni sopra alcune equazioni differenziali lineari*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 5, 8, 1899, pp. 285-291.
1899c *Sulle equazioni differenziali lineari del V ordine, le cui curve integrali sono contenute in varietà algebriche*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, s. 2, 32, 1899, pp. 843-866.
1899d *Sulle equazioni differenziali lineari del V e del VI ordine, le cui curve integrali sono contenute in una quadrica*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 34, 1899, pp. 285-315.
1899e *Un teorema sulle varietà algebriche a tre dimensioni con infinite trasformazioni proiettive in sé*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 5, 8, 1899, pp. 362-365.

1899f *W. Killing: « Einführung in die Grundlagen der Geometrie*, Bollettino di bibliografia e storia della Matematica, 2, 1899, pp.

1900 *Über lineare homogene Differentialgleichungen mit algebraischen Relationen zwischen den Fundamentallasungen*, Mathematische Annalen, 53, 1900, pp. 493-590.

1901a *Nuove ricerche sulle congruenze di rette del III ordine prive di linea singolare*, Memorie R. Accademia delle Scienze di Torino, s. 2, 51, 1901, pp. 1-79.

1901b *Sopra alcune particolari congruenze di rette del III ordine*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 36, 1901, pp. 366-379.

1901c *Sui modi di calcolare la torsione di una linea geodetica sopra una superficie qualunque*, Atti R. Accademia delle Scienze Peloritana, 16, 1901, pp. 198-199.

1901d *Le congruenze di rette del III ordine composte di tangenti principali di una superficie*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 37, 1901, pp. 501-519.

1903 *Lezioni di geometria descrittiva*, (Litog.), Torino, 1903.

1904a *Sulle superficie algebriche contenute in una varietà cubica dello spazio a quattro dimensioni*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 39, 1904, pp. 597-613.

1904b *Sul sistema di rette contenuto in una varietà cubica generale dello spazio a quattro dimensioni*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 39, 1904, pp. 778-792.

1904c *Ricerche sulla varietà cubica generale dello spazio a quattro dimensioni e sopra i suoi spazi pluritangenti*, Annali di Matematica pura e applicata, s. 3, 10, 1904, pp. 251-285.

1904d *Sopra una varietà cubica particolare dello spazio a quattro dimensioni*, Rendiconti R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, s. 2, 37, 1904, pp. 554-566.

1905a *Sul sistema di rette contenuto in una quadrica dello spazio a quattro dimensioni*, Giornale di Matematiche, 43, 1905, pp. 1-5.

1905b *Un po' di matematica per i non matematici. Geometria descrittiva. Calcolo infinitesimale*, Rivista d'Italia, 1905.

1906 *Sopra alcune superficie del IV ordine rappresentabili sul piano doppio*, Rendiconti R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, s. 2, 39, 1906, pp. 1071-1086.

1907a *Gegensatz von synthetischer und analytischer Geometrie in seiner historischen Entwicklung im XIX Jahrhundert*, in *Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, 3, 1907, pp. 221-288.

1907b *Kontinuierliche geometrische Gruppen. Die Gruppentheorie als geometrisches Einleilungsprinzip*, in *Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, 3, 1907, pp. 289-388.

1907c *Geometria proiettiva* (a cura di D. Pastore e E. Ponzano), 2 voll. (Litog.), Torino, 1907.
1908a *La geometria non euclidea*, Scientia, 4, 1908, pp. 257-282.
1908b *Sopra alcune varietà algebriche a tre dimensioni aventi tutti i generi nulli*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 43, 1908, pp. 973-984.
1909a *Sulle varietà algebriche che sono intersezioni complete di più forme*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 44, 1909, pp. 633-648.
1909b *Lezioni di geometria descrittiva*, Torino, Paravia, 1909, 2ª ed. 1914, 3ª ed. 1926.
1910a *Sui fondamenti della geometria*, Bollettino della Mathesis, 2, 1910, pp. 119-127.
1910b *Superficie algebriche di genere zero e bigenere uno, e loro casi particolari*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 29, 1910, pp. 98-118.
1910c *A proposito dell'apparecchio elicoidale per volte oblique*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, s. 2, 43, 1910, pp. 177-179.
1911 *Matematica esatta e matematica approssimata*, Bollettino della Mathesis, 3, 1911, pp. 106-126.
1914 *La filosofia contro la scienza. Lettera ad A. Loria*, Nuova Antologia, 1914.
1915a *Osservazioni sopra alcune varietà non razionali aventi tutti i generi nulli*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 50, 1915, pp. 1067-1072.
1915b *Sulle varietà algebriche a tre dimensioni a superficie-sezioni razionali*, Annali di Matematica, s. 3, 24, 1915, pp. 49-88.
1915c *Osservazioni sopra il sistema aggiunto puro di un sistema lineare di curve piane*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 40, 1915, pp. 29-32.
1915d *Sui fondamenti della geometria*, Rivista di Filosofia, 1915.
1915e *Il confine del Trentino e le trattative dello scorso aprile con la Monarchia Austro-Ungarica, conferenza tenuta alla Società di cultura di Torino il giorno 11 giugno 1915*, Roma, Armani e Stein, 1915, 10 p.
1918 *Sulle varietà algebriche a tre dimensioni a superficie-sezioni razionali* in *Scritti matematici offerti ad Enrico d'Ovidio*, a cura di F. Gerbaldi e G. Loria, Torino, Bocca, 1918, pp. 342-363.
1919 *L'opera del Comitato Regionale di Mobilitazione Industriale per il Piemonte*, (settembre 1915-marzo 1919).
1920a *Superficie del IV ordine con gruppi infiniti discontinui di trasformazioni birazionali*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 5, 29, 1920, pp. 108-115, 185-191, 113-118, 175-182, 231-236.

1920b *A proposito di un articolo del giornale « La Sera »*, Bollettino della Mathesis, 1920, pp. 128-131.
1921 *Le Scuole di Magistero*, Periodico di Matematica, 2, 1921, pp. 102-110.
1923a *Sur la congruence des normales à une quadrique*, Comptes Rendus de l'Academie des Sciences Paris 176, 1923, pp. 1866-1868.
1923b *Vedute matematiche su fenomeni e leggi naturali. Discorso letto nella R. Università di Torino per l'inaugurazione dell'anno accademico 1922-23*, Torino, Schioppo, 1923, 31 p.
1923c *A preface to a series of special lectures on Italian Geometry, and 2 general lectures. Intuition in mathematics. All geometry is theory of Relativity*, *Conferences held at the University of Aberystwith*, 1923.
1924a *Cenni necrologici del socio C. Segre*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 5, 33, 1924, p. 460.
1924b *Sulle forme binarie per le quali una delle spinte su se stesse sia identicamente nulla*, Giornale di Matematiche, 62, 1924, pp. 91-98.
1924c *I gruppi di trasformazioni nella geometria*, Scientia, 36, 1924, pp. 145-154.
1924d *L'analysis situs*, Scientia, 36, 1924, pp. 217-230; 289-300.
1924e *Intenti, carattere, valore formativo della matematica*, Conferenza 15.3.1924, Torino, Schioppo, 1924, 26 p.
1924f *Corrado Segre. Cenno necrologico*, Annuario R. Università di Torino, 12, 1924-25, pp. 219-228.
1925a *Sulle superficie dello spazio S_3 a sezioni piane collineari*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 6, 1, 1925, pp. 473-477.
1926a *Sulle superficie di uno spazio qualunque a sezioni iperpiane collineari*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 6, 2, 1926, pp. 115-129.
1926b *Lezioni di geometria analitica e proiettiva*, Torino, Litogr., 1926.
1926c *Sulle superficie di uno spazio qualunque a sezioni omografiche*, Bollettino UMI, 5, 1926, pp. 164-167.
1926d *La varietà delle forme binarie del VII ordine a sesta spinta identicamente nulla*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 6, 4, 1926, pp. 161-166.
1926e *M. D'Ocagne, Notions sommaires de géométrie projective; S. Lefschetz, L'Analysis situs et la géométrie algébrique*, Scientia, 39, 1926, pp. 49-51.
1926f *A. Fraenkel, Einleitung in die Mengenlehre*, Scientia, 39, 1926, pp. 199-202.
1927 *Les cycles de la géométrie non euclidienne au point de vue projectif*, in *In memoriam N. I. Lobatschevskii. Collection des mémoires présentes par les savants de divers pays a la Société Physico-mathématique de Kazan a l'occasion de la célébration du centenaire de la dé-*

couverte de la Géométrie Non-euclidienne par N. I. Lobatcheffsky, Kazan, Glavnauka, vol. 2, 1927, pp. 17-24.

1928a *Trasformazioni di contatto birazionali del piano*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 6, 8, 1928, pp. 445-451.

1928b *Sulla rappresentazione di S. Lie degli elementi lineari del piano sopra lo spazio punteggiato*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 6, 8, 1928, pp. 529-534.

1928c *Congruenze R_o di curve razionali e trasformazioni cremoniane inerenti a un complesso lineare*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 6, 8, 1928, pp. 623-627.

1928d *Onoranze a Corrado Segre*, Suppl. ai Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 1928.

1931a *Trasformazioni di contatto birazionali del piano*, Atti del Congresso internazionale dei matematici [Bologna, 1928], vol. 4, Bologna, Compositori, 1931, pp. 35-42.

1931b *Sulle varietà algebriche a tre dimensioni aventi tutti i generi nulli*, Atti del Congresso internazionale dei matematici [Bologna, 1928], vol. 4, Bologna, Compositori, 1931, pp. 115-121.

1929 *Un esempio di trasformazione birazionale cubica inerente a un complesso lineare*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 6, 9, 1929, pp. 16-19.

1930a *Sulle curve algebriche contenenti serie autoresidue rispetto alla serie canonica*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, s. 2, 63, 1930, pp. 949-967.

1930b (con A. Terracini), *Lezioni di geometria analitica e proiettiva*, Torino, Paravia, 1930.

1930c *Reti di complessi lineari dello spazio aventi una rigata assegnata di rette-centri*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 6, 11, 1930, pp. 227-232.

1930d *Sulle sezioni spaziali della varietà grassmanniana delle rette dello spazio a cinque dimensioni*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 6, 11, 1930, pp. 329-335.

1932a *Osservazioni sopra una nota del prof. H. F. Baker*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, s. 2, 65, 1932, pp. 93-96.

1932b *Trasformazioni birazionali sulle varietà algebriche a tre dimensioni di generi nulli*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 6, 15, 1932, pp. 3-5.

1932c *Spazi di Riemann e geometrie riemanniane. Loro generalizzazione*, *Conferenze di Fisica e di Mat. della R. Univ. e della R. Scuola di Ingegneria di Torino*, 3, 1931-32, pp. 17-60.

1932d *« Geometria ». Parte moderna dal sec. XVII in poi*, in *Enciclopedia Italiana*, 1932.

1933 *Prof. Enrico d'Ovidio*, Annuario R. Università di Torino, 1932-33, pp. 443-449.
1934a *Enrico d'Ovidio*, Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, 12, 1934, pp. 153-156.
1934b *Scorrendo il volume di F. Klein: Vorlesungen uber die Entwicklung der Mathemathik im XIX Jahrhundert*, Conferenze di Fisica e Matematica R. Univ. e Scuola di Ingegneria di Torino, 4, 1932-34, pp. 151-171.
1935a *A proposito della nota del prof. Majorana: « Sull'insegnamento della fisica in Italia »*, Nuovo Cimento, 12, 1935, pp. 49-51.
1935b *Geometria non euclidea*, Bologna,Zanichelli, 1935.
1935c *Complementi di geometria*, (Litog.), Torino, G.U.F., 1935.
1936a *Superficie algebriche e varietà a tre dimensioni a curve-sezioni canoniche*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 6, 23, 1936, pp. 813-818.
1936b *Su alcune varietà algebriche a tre dimensioni aventi curve-sezioni canoniche*, in *Scritti matematici offerti a L. Berzolari*, Pavia, Istituto matematico R. Università, 1936, pp. 329-349.
1936c *A proposito di un lavoro del sig. Ramamurti. (Sulle rigate razionali normali)*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 71, 1936, pp. 105-109.
1937a *Osservazioni su alcune « geometrie finite »*, Rendiconti R. Accademia Naz. Lincei, s. 6, 26, 1937, pp. 55-60, 129-134.
1937b *Sulle varietà algebriche a tre dimensioni a curve-sezioni canoniche*, Memorie R. Accademia d'Italia, 8, 1937, pp. 23-64.
1938a *Sulle varietà algebriche a tre dimensioni a curve-sezioni canoniche*, in *Atti del primo Congresso dell'Unione Matematica Italiana*, Firenze 1937, Bologna, Zanichelli, 1938, pp. 215-250.
1938b *Sulle varietà algebriche a tre dimensioni le cui sezioni iperpiane sono superficie di genere zero e bigenere uno*, Memorie della Società Italiana delle Scienze detta dei XL, s. 3, 24, 1938, pp. 44-66.
1938c *Geometrie non euclidee e non archimedee*, in L. Berzolari, D. Gigli, G. Vivanti (a cura di), *Enciclopedia delle Matematiche elementari*, II, 2, 1938, pp. 135-511.
1940a *Quelques remarques à propos d'une note de M. Amin Yasin*, Comptes Rendus de l'Academie des Sciences, 210, 1940, pp. 284-285.
1940b *Sulle curve ovunque tangenti a una quintica piana generale*, Commentarii Mathematici Helvetici, 12, 1940, pp. 172-190.
1940c *Su alcune particolari reti di quadriche dello spazio ordinario*, Revista Universidad Nacional de Tucumán, 1, 1940, pp. 271-281.
1941 *Sui cerchi ortogonali a due cerchi dati*, Revista Universidad Nacional de Tucumán, 2, 1941, pp. 87-91.

1942a *Osservazioni sulla rappresentazione di corrispondenze birazionali tra varietà algebriche*, Commentarii Mathematici Helvetici, 14, 1942, pp. 193-201.
1942b *Su alcune varietà algebriche a tre dimensioni razionali, e aventi curve-sezioni canoniche*, Commentarii Mathematici Helvetici, 14, 1942, pp. 202-211.
1943a *Sulle forme cubiche dello spazio a cinque dimensioni contenenti rigate razionali del IV ordine*, Commentarii Mathematici Helvetici, 15, 1943, pp. 71-80.
1943b *Superficie del IV ordine contenenti una rete di curve di genere 2*, Commentarii Pontificiae Academiae Scientiarum, 7, 1943, pp. 185-205.
1944a *Alcune questioni sulla forma cubica dello spazio a cinque dimensioni*, Commentarii Mathematici Helvetici., 16, 1944, pp. 274-283.
1944b *Osservazioni varie sulle superficie regolari di genere zero e bigenere uno*, Revista Uníversidad Nacional de Tucumán, 4, 1944, pp. 69-79.
1945 *Nuove ricerche sulle varietà algebriche a tre dimensioni a curve-sezioni canoniche*, Acta Pontificiae Academiae Scientiarum, 9, 1945, pp. 163-167.
1946 *Sulla forma cubica generale dello spazio a quattro dimensioni*, Rendiconti dell'Accademia Nazionale dei Lincei, s. 8, 1, 1946, pp. 463-466.
1947a *Le trasformazioni di contatto birazionali del piano*, Commentarii Mathematici Helvetici, 20, 1947, pp. 181-215.
1947b *Su alcuni lavori di W.L. Edge*, Rendiconti dell'Accademia Nazionale dei Lincei, s. 8, 3, 1947, pp. 179-185.
1948 *Nuove ricerche sulle varietà algebriche a tre dimensioni a curve-sezioni canoniche*, Commentarii Pontificiae Academiae Scientiarum, 11, 1948, pp. 635-720.
1949 *Su una particolare varietà a tre dimensioni a curve-sezioni canoniche*, Rendiconti dell'Accademia Nazionale dei Lincei, s. 8, 6, 1949, pp. 151-156.
1950a *Irrazionalità della forma cubica generale dello spazio a quattro dimensioni*, Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università e Politecnico di Torino, 9, 1950, pp. 21-45.
1950b *Chiarimenti sopra particolari superficie aventi tutti i generi eguali all'unità*, Atti Acc. Scienze Torino, 84, 1950, pp. 94-96.
1950c *Luigi Berzolari*, Atti Acc. Scienze Torino, 84, 1950, pp. 219-220.
1950d *Nozioni sommarie di geometria sulle curve e superficie algebriche*, (Litog.), Torino, Gheroni, 1950.
1953a *Les surfaces du quatrième ordre*, del Seminario Matematico dell'Università e Politecnico di Torino, 12, 1952-53, pp. 301-313.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASUT: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN, 1888-89*, IX A 125, p. 42; *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 30.6.1890 al 5.5.1902*, XD 193, p. 36; BSM Torino, *Fondo Fano*, descritto e schedato in L. GIACARDI, L. RINALDELLI, *I Fondi Fano e Terracini della Biblioteca Speciale di Matematica 'Giuseppe Peano' di Torino*, Quaderni di Storia dell'Università di Torino, 4, 2001, pp. 381-413; Dip. Fis. Univ. Roma La Sapienza, Archivio Persico: lettera a E. Persico (1947).

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1888-89, p. 323; 1889-90, pp. 295, 352; 1890-91, pp. 232, 289; 1891-92, p. 274; 1892-93, pp. 91, 250; 1901-02, pp. 45, 56; 1902-03, pp. 45, 69; 1903-04, pp. 63, 87; 1904-05, pp. 52, 80; 1905-06, pp. 66, 96; 1906-07, pp. 68, 97; 1907-08, pp. 47, 78; 1908-09, pp. 77, 108; 1909-10, pp. 43, 74; 1910-11, pp. 80, 112; 1911-12, pp. 50, 82; 1912 –13, pp. 58, 89; 1913-14, pp. 47, 78; 1914-15, pp. 37, 69; 1915-16, pp. 68, 103; 1917-18, p. 53; 1918-19, p. 37; 1919-20, pp. 110, 139; 1920-21, pp. 41, 64; 1921-22, pp. 32, 56; 1922-23, pp. 58, 88; 1923-24, pp. 58, 92; 1924-25, pp. 49, 52, 82-83; 1925-26, pp. 51, 84, 102; 1926-27, pp. 59, 61, 98, 115; 1927-28, pp. 51, 53, 88, 105; 1928-29, pp. 39, 41, 76, 93, 96; 1929-30, pp. 41, 43, 82, 99, 102; 1930-31, pp. 57, 59, 98, 115, 118; 1931-32, pp. 45, 47, 92, 109, 113; 1932-33, p. 55, 57, 100, 121, 125; 1933-34, pp. 43, 45, 113, 117; 1934-35, pp. 35, 37, 86, 109, 113; 1935-36 e 1936-37, pp. 27, 29, 73, 104, 107; 1937-38, pp. 55, 57, 105, 139, 143; 1945-46, pp. 38, 81, 87, 104; 1946-47 e 1947-48, p. 158; 1948-49, p. 101; 1949-50, p. 138; 1950-51, p. 136; 1951-52, p. 119; Annuari del Politecnico di Torino 1924-25, p. 10; 1926-27, p. 82; 1927-28, p. 46; 1928-29, p. 54; 1929-30, p. 33; 1930-31, p. 59; 1931-32, p. 57; 1932-33, p. 50; 1933-34, p. 60; 1934-35, p. 74; 1935-36 e 1936-37, p. 86; 1937-38, p. 74; A. TERRACINI, *Gino Fano (1871-1952)*, Bollettino dell'UMI, 3, 7, 1952, pp. 485-490; B. SEGRE *Gino Fano, Necrologio*, Archimede, 4, 1952, pp. 262-263; A. TERRACINI, *Gino Fano*, Annuario dell'Università di Torino, 1952/53, pp. 325-328; A. TERRACINI, *Gino Fano (1871-1952). Cenni commemorativi*, Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino, 87, 1952-53, pp. 350-360; F.G. TRICOMI, *Matematici italiani del primo secolo dello stato unitario*, Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino. Cl. Scienze FMN, s. 4, 1, 1962, p. 50; A. TERRACINI, *Ricordi di un matematico Un sessantennio di vita universitaria*, Roma, Cremonese 1968, pp. 27-30; D.J. STRUIK, *Fano Gino*, Dictionnary of Scientific Biography, vol. 4, 1971, pp. 522-523; F. FAVA, *Il contributo dell'Accademia allo sviluppo della geometria*, Convegno BAS vol. 2, pp. 54-55; L. GIACARDI, *Gino Fano*, in L. GIACARDI, C.S. ROERO, *Bibliotheca Mathematica*, Torino, Allemandi, 1987, pp. 173-176; L. BOI, *The influence of the Erlangen Program on Italian geometry 1880-1890: n-dimensional geometry in the*

works of D'Ovidio, Veronese, Segre and Fano, Archives Internationales d'-Histoire des Sciences, 40, 1990, pp. 30-75; F. LERDA, *Fano Gino*, Dizionario Biografico degli Italiani, vol. 44, 1994, pp. 596-597; J.P. MURRE, *On the work of Gino Fano on tree-dimensional algebraic varieties*, in A. BRIGAGLIA, C. CILIBERTO, E. SERNESI (a cura di), *Algebra e geometria (1860-1940): il contributo italiano*, Suppl. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 2, 36, 1994, pp. 219-229; A. BRIGAGLIA, C. CILIBERTO, *Italian algebraic geometry between the two world wars*, Kingston, Queen's University 1995, pp. 126-129; A. BRIGAGLIA, C. CILIBERTO, *Geometria algebrica*, in S. DI SIENO, A. GUERRAGGIO, P. NASTASI (a cura di), *La matematica italiana dopo l'unità. Gli anni tra le due guerre mondiali*, Milano, Marcos y Marcos, 1998, pp. 258-259; L. RINALDELLI, *In nome della razza. L'effetto delle leggi del 1938 sull'ambiente matematico torinese*, Quaderni di storia dell'Università di Torino, 2, 1997-98, pp. 157-163; M. AVELLONE, A. BRIGAGLIA, C. ZAPPULLA, *The foundations of projective geometry in Italy from De Paolis to Pieri*, Archive for History of the Exact Sciences, 56, 2002, 363-425; P. TESTI SALTINI, *Gino Fano* in L. GIACARDI (a cura di), *I quaderni di Corrado Segre*, cartella *Gli allievi*, cd-rom N. 1, Torino, Dipartimento di Matematica, 2002; A. COLLINO, A. CONTE, M. MARCHISIO, *The Fano Conference: organized to commemorate the 50th anniversary of the death of Gino Fano (1871-1952), Torino 29 September - 5 October 2002, Proceedings*, Torino, Dipartimento di Matematica, 2004; A. JANOVITZ, F. MERCANTI, *Sull'apporto evolutivo dei matematici ebrei mantovani nella nascente nazione italiana*, Monografie di Eiris, Epistemologia dell'informatica e ricerca sociale, 2008, pp. 43-61.

NICOLA MASTROPAOLO

1872 - 1944

Nicola Mastropaolo nacque a San Martino in Persilio (Cb) il 13 marzo 1872 da Carlo e Teresa. Dopo aver compiuto gli studi, si trasferì a Milano come maestro elementare, divenendo poi direttore di scuole elementari e insegnante nelle scuole serali. Nel 1911 si unì in matrimonio con Ada Testa, da cui nacquero i figli Gian Carlo, Antonio e Vittoria.

Impegnato nel dibattito pedagogico e organizzativo rivolto alla formazione dei maestri, Mastropaolo aveva una particolare sensibilità per le questioni dell'istruzione considerate dal punto di vista culturale, sociale e politico, cui dedicò diversi scritti negli anni prece-

denti la prima guerra mondiale. Tra questi spiccano i saggi sulla diffusione della cultura tramite le biblioteche del popolo, sull'ordinamento dell'istruzione e sul tema dell'educazione popolare, che lo appassionò al punto da fondare nel 1915 la rivista di « azione magistrale » *L'educazione del popolo.*

Attivo culturalmente e schierato politicamente, Mastropaolo condivideva con Peano ideali pacifisti e democratici. Ben inserito nei circoli socialisti milanesi, fu amico, tra gli altri, di Filippo Turati, che dietro suo invito decise di aderire nel 1926 all'*Academia pro Interlingua* di Torino, di cui Peano era il Presidente. Socio della stessa ApI dal 1920, fin dal 1921 Mastropaolo intrecciò con Peano uno stretto rapporto di collaborazione e nel biennio 1926-28 fu uno dei membri del Consiglio direttivo dell'*Academia* torinese. Tramite Peano entrò in contatto con l'interlinguista ligure Ugo Basso e nel marzo del 1924 pubblicò sulla rivista *Critica sociale* l'ampio articolo *La lingua internazionale, non utopia, ma realtà attuale*, che contribuì a divulgare negli ambienti esperantisti di Milano il progetto linguistico di Peano del *latino sine flexione.* Nel fitto scambio di lettere e cartoline postali di questo periodo Mastropaolo propose al matematico piemontese la fondazione di una nuova rivista internazionale che « s'occupi di problemi educativi – non di quistioni strettamente scolastiche e magistrali – i quali son tutti, più o meno, problemi d'ordine sociale » (24.4.1925). Peano accolse con entusiasmo questa proposta, che si concretizzò nell'ottobre del 1926 con l'uscita del primo fascicolo di *Schola et Vita*, e proseguì con l'intensificarsi del carteggio fra di loro, con una cadenza quasi quotidiana.

Dal 1926 al 1939, data di cessazione del periodico, Mastropaolo fu di fatto il suo principale responsabile, editore, direttore e redattore. Tuttavia, prima di prendere qualunque decisione in merito a ciò che gli giungeva dall'Italia o dall'estero, egli si consultava con Peano e il loro epistolario rende ragione della condivisione di ogni aspetto organizzativo, scientifico, editoriale o tipografico connesso alla rivista.

Coniugando in sé l'interesse didattico e quello metodologico, affiancati alla propaganda interlinguistica, *Schola et Vita* divenne dal 1928 l'organo ufficiale di stampa dell'*Academia pro Interlingua* di Peano, finendo per assorbire le *Discussiones*, le *Circulares* e gli altri bollettini spediti ai soci. Numerosi furono gli intellettuali italiani ed esteri che, sollecitati da Peano, pubblicarono sulla rivista articoli pedagogici, traduzioni, poesie, resoconti di congressi, curiosità e face-

zie, racconti di viaggio e informazioni scientifiche varie, dalle invenzioni di fisica ai rimedi medici, dall'agraria all'educazione alimentare, ecc. Tra gli autori italiani, oltre agli allievi di Peano, si possono citare T. Levi-Civita, F. Enriques, O. Chisini, L. Fantappié, G. Lombardo Radice, G. Vidari, E. Rignano, S. Timpanaro, L. Volta, B. Migliorini, L. Devoto, R. Panebianco, A. Natucci. Sul periodico milanese troviamo anche numerosi articoli di Mastropaolo, sue recensioni e versioni in *latino sine flexione* di brani letterari. A lui si deve inoltre la redazione di una delle sezioni più interessanti della rivista – quella dedicata alle notizie sull'insegnamento in Italia e all'estero – con centinaia di segnalazioni di congressi, corsi di formazione e di aggiornamento per gli insegnanti, informazioni sui programmi e sui metodi pedagogici più all'avanguardia, sulle scuole per bambini malati o disabili, sui libri scolastici, sui lavori minorili, sui diritti delle donne, sulla protezione dell'infanzia, ecc.

A fronte di questa capillare e accurata attività redazionale, si segnalano due soli articoli a firma di Mastropaolo su temi di pedagogia, dedicati rispettivamente al metodo 'attivo' e all'importanza del disegno nell'educazione infantile. Di particolare interesse è la nota *Designos de pueros ex natura* (1929) che rende ragione di un'ampia sperimentazione, condotta fra il 1923 e il 1929, nelle classi V, VI, VII della Scuola elementare Vittoria Colonna di Milano, di cui Mastropaolo era il direttore. In un'epoca in cui l'insegnamento del Disegno avveniva ancora rigidamente *ex cathedra*, attraverso la riproduzione che i fanciulli facevano di ornamenti e modelli in gesso, uguali per tutta la scolaresca, e senza la possibilità di utilizzare i colori, Mastropaolo e il suo collega Benvenuto Zanoli proposero un esperimento didattico nuovo. Consentirono ai bambini di scegliere in modo autonomo l'oggetto da disegnare e li invitarono a portare in classe fiori, frutti e arbusti raccolti da loro. Lasciarono ampia libertà nella tecnica artistica, nelle forme espressive e nell'uso dei colori e, visti gli ottimi risultati, organizzarono nelle aule e nei corridoi dell'istituto una mostra permanente degli elaborati migliori.

Con Ugo Cassina, Mario Gliozzi e Gaetano Canesi, Mastropaolo fu fra i più stretti collaboratori e amici di Peano negli ultimi anni di vita. Insieme a loro coordinò nel 1928 le celebrazioni in onore del settantesimo compleanno di Peano e ne curò il *Supplemento* di *Schola et Vita*, dedicato all'evento, con decine di interventi dall'Italia e dall'estero. Alla morte del matematico, nell'aprile del 1932, con gli

stessi amici Mastropaolo promosse la costituzione del *Fundo Peano pro Interlingua*, i cui proventi dovevano sostenere la prosecuzione editoriale di *Schola et Vita.* La vedova Carola Crosio Peano affidò a loro quattro la biblioteca scientifica e linguistica del marito, l'archivio delle corrispondenze e la ricca raccolta di riviste, fascicoli e opuscoli dell'ApI. Dal 1933 al 1938 Mastropaolo si impegnò strenuamente, ma senza successo, affinché la *Biblioteca del professor Peano* non andasse dispersa e si prodigò per trovare un'istituzione milanese disposta a rilevarla nella sua interezza [1].

Nicola Mastropaolo morì a Rescaldina (Mi), dove si trovava sfollato con la famiglia, il 10 aprile 1944. Dei figli, Gian Carlo divenne ingegnere, Antonio medico e Vittoria insegnante di musica e cantante lirica [2].

Elenco delle pubblicazioni

1902a *Il problema dell'istruzione popolare in Italia. Proposte per una Riforma dell'Ordinamento scolastico*, Milano, Stab. Tip. Lit. Leone Magnaghi, 1902, 90 p.

1902b *L'agitazione dei maestri*, Critica Sociale, 1902.

1905 *Per l'istituzione di biblioteche pel popolo, ai Maestri elementari d'Italia*, Milano, Coop. Ed. Libraria, 1905, 15 p.

1910 *La Scuola rurale e il suo migliore ordinamento. Studi e proposte*, Milano, Uffici della Critica sociale, 1910, 60 p. (Biblioteca della Critica sociale, Estratto dalla *Critica sociale*, 20, 1910, 8-12).

1911 *Le biblioteche e i libri per il popolo. Relazione al II Congresso Internazionale dell'educazione popolare*, Parigi 1-4.10.1908, Milano, Istituto Pro Cultura, 1911, 15 p.

1924 *La lingua internazionale. Non utopia, ma realtà attuale*, Critica sociale, 34, 6, 1924, pp. 93-96.

1925 *Interlingua*, La parola e il libro: Rassegna delle biblioteche popolari e scolastiche, 2, 1925.

[1] Recenti indagini hanno mostrato che la parte scientifica fu acquistata dalla Biblioteca di Matematica dell'Università statale di Milano e quella di linguistica fu donata alla Biblioteca civica di Cuneo. Cfr. E. Luciano 2007 nelle Fonti Bibliografiche.

[2] Ringraziamo Vittoria Mastropaolo per le notizie sulla sua famiglia e per il cospicuo fondo di lettere di suo padre con Peano, Canesi ed altri collaboratori a *Schola et Vita*, i manoscritti, libri e fascicoli donati alla BSM di Torino.

1926a *Organizatione de servitio medico*, ApI, 1, 1926, pp. 7-8.
1926b *Pro diffunde Interlingua*, ApI, 2, 1926, p. 37.
1926c (con Wieslaw de Jezierski), *Interlinguistas ad vos!*, ApI, 2, 1926, pp. 37-38.
1926d *Pro diffunde Interlingua*, ApI, 4, 1926, p. 91.
1926e [*Adnotatione*], Schola et Vita, 1, 1926, pp. 106-107.
1926f *Versione*, Schola et Vita, 1, 1926, pp. 205-207.
1928a (con Charles W. Noddings), *De lingua internationale: De conditionale in interlingua, et de vocabulos commune et locutiones populare*, Schola et Vita, 3, 1928, pp. 42-44.
1928b *Methodo activo in schola secundario: Prof. Pietro Buffa*, Schola et Vita, 3, 1928, pp. 208-212.
1929a *Ad lectores et ad omne Fautore de Lingua Internationale*, Schola et Vita, 4, 1929, pp. 1-3.
1929b *Designos de Pueros ex Natura*, Schola et Vita, 4, 1929, pp. 17-32.
1929c *Interlingua es pro omnes et non solum pro latinistas*, Schola et Vita, 4, 1929, pp. 129-132.
1929d *Pro tolerantia et concordia*, Schola et Vita, 4, 1929, pp. 248-250.
1929e *Specimines de versiones poetico*, Schola et Vita, 4, 1929, pp. 283-286.
1930a *Specimenes de versiones poetico*, Schola et Vita, 5, 1930, pp. 45-49.
1930b [*Commento a Errera*], Schola et Vita, 5, 1930, pp. 94-96.
1930c *Specimines de Versiones poetico*, Schola et Vita, 5, 1930, pp. 127-129.
1930d *De intelligibilitate et de facilitate de Lingua Internationale*, Schola et Vita, 5, 1930, pp. 152-153.
1930e [*Commento*], Schola et Vita, 5, 1930, pp. 224-226.
1930f [*Commento*], Schola et Vita, 5, 1930, pp. 299-301.
1930g *Specimines de versione poetico (ex G. Carducci)*, Schola et Vita, 5, 1930, pp. 370-373.
1930h *Confiteor*, Schola et Vita, 5, 1930, p. 373.
1930i *Repetita juvant*, Schola et Vita, 5, 1930, pp. 377-379.
1931a *Amicale concurrentia interlinguistico*, Schola et Vita, 6, 1931, pp. 1-3.
1931b *Et nos itera!*, Schola et Vita, 6, 1931, pp. 54-55.
1931c *Cantu matutino (versione ex G. Carducci)*, Schola et Vita, 6, 1931, p. 90.
1931d *Ad lectores*, Schola et Vita, 6, 1931, p. 144.
1931e *Specimine de versiones poetico*, Schola et Vita, 6, 1931, pp. 247-249.
1931f *Lingua de Academia*, Schola et Vita, 6, 1931, pp. 333-341.
1932a *Schola et Vita in 1932*, Schola et Vita, 7, 1932, pp. 1-2.
1932b *Interlingua uno in suo varietates*, Schola et Vita, 7, 1932, pp. 72-74.
1932c *Morte de Giuseppe Peano*, Schola et Vita, 7, 1932, pp. 99-100.
1932d (con G. Canesi, U. Cassina), *Ad Socios*, Schola et Vita, 7, 1932, pp. 159-160.

1932e *Latino lingua internationale*, Schola et Vita, 7, 1932, pp. 235-236.
1932f *De derivatione et de grammatica*, Schola et Vita, 7, 1932, pp. 365-371.
1933a *Commune et concorde labore pro Lingua Internationale*, Schola et Vita, 8, 1933, pp. 1-6.
1933b *Pro unione interlinguistico*, Schola et Vita, 8, 1933, pp. 85-92.
1933c *Usu es propaganda optimo*, Schola et Vita, 8, 1933, pp. 157-158.
1933d (di Arturo Graf, trad. a cura di N. Mastropaolo), *Ad culmine (vers.)*, Schola et Vita, 8, 1933, p. 191.
1933e *Et idea progrede*, Schola et Vita, 8, 1933, pp. 221-222.
1933f *Specimine de versiones poetico* (*In vespere, ex A. Fogazzaro, Nubes, ex I. Sanesi*), Schola et Vita, 8, 1933, pp. 252-254.
1934a (con U. Cassina, G. Canesi, M. Gliozzi, F. Bresadola, O. Chisini), *Communicatione officiale*, Schola et Vita, 9, 1934, p. 31.
1934b *Primo Cursu de Interlingua*, Schola et Vita, 9, 1934, p. 49.
1934c *Latino et Interlingua*, Schola et Vita, 9, 1934, pp. 129-131.
1934d *Narrationes populare*, Schola et Vita, 9, 1934, pp. 154-158.
1935 *Latino et Interlingua*, Schola et Vita, 10, 1935, pp. 38-41.
1936a *De latino pro usu moderno*, Schola et Vita, 11, 1936, pp. 93-96.
1936b *Uxore et Paradiso*, Schola et Vita, 11, 1936, pp. 119-120.
1936c *Formatione naturale de Lingua Internationale*, Schola et Vita, 11, 1936, pp. 131-132.
1936d *Le date memorabili: 11 febbraio 1929. Conferenza*, Napoli, Ardenza, Tip. Gila, 1936, 30 p.
1937a (con G. Canesi), *Glossario internationale non latino classico*, Schola et Vita, 12, 1937, p. 1.
1937b *F. C. van Aken*, Schola et Vita, 12, 1937, pp. 49-50.
1942 (con G. Canesi), *Interlingua: Lingua ausiliaria per le Relazioni internazionali*, Milano, Sonzogno, 1942.

FONTI ARCHIVISTICHE

BC Cuneo: *Lascito Peano*: carteggi N. Mastropaolo - G. Peano; N. Mastropaolo - G. Canesi in cartella Academia pro Interlingua, Documenti del periodo 1926-1932, visibili anche sul cd-rom *L'Archivio Giuseppe Peano*; BSM Torino: *Fondo Peano-Mastropaolo*: carteggio G. Peano - N. Mastropaolo; carteggio N. Mastropaolo - G. Canesi; estratti; bozze di stampa; corrispondenza con i collaboratori di *Schola et Vita*; fascicoli della rivista.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

GIUSEPPE PEANO, *Mastropaolo N., La lingua internazionale, « Critica Sociale », marzo 1924, p. 1-2*, ApI *Circulares*, 2, 1924, pp. 1-2, 1924cc; T. TOMMASI, *I socialisti italiani e la scuola (1892-1925)*, Paedagogica Historica, International Journal of the History of Education, 18, 1, 1978, pp. 129-147; E.

LUCIANO, *La biblioteca "ritrovata" di Giuseppe Peano*, in Rendiconti Cuneo 2007 (a cura di L. BONO, S. CHIAVERO, D. DAMIANO), Cuneo, Nerosubianco ed., 2007, pp. 184-188; E. PASINI (a cura di), *Il carteggio tra Giuseppe Peano e Nicola Mastropaolo*, in C.S. ROERO (a cura di), *Le Riviste di Giuseppe Peano*, Torino, Dipartimento di Matematica, cd-rom n. 4, 2008.

GIOVANNI VACCA
1872 - 1953

Giovanni Enrico Eugenio Vacca nacque a Genova il 18 novembre 1872 da Federico ed Ernesta Queirolo, in una distinta famiglia di funzionari e magistrati, coinvolta nei moti per l'indipendenza e per l'unità d'Italia. Ottenuta la maturità classica al Liceo C. Colombo, si iscrisse al corso di studi in Matematica dell'Università di Genova e, fin da studente, manifestò attitudini per la ricerca. Pubblicò infatti un articolo di mineralogia su un cristallo di vesuvianite e la nota di storia della matematica *Intorno alla prima dimostrazione di un teorema di Fermat* (1894), che apparve sulla rivista di G. Eneström *Bibliotheca Mathematica.*

Nel 1897, poco dopo aver conseguito la laurea con una tesi sulla teoria geometrica delle forme cristalline, Vacca fu condannato ad un anno di confino per la sua attività politica nel partito socialista. Questa circostanza influenzò il suo percorso umano e culturale: in agosto conobbe Peano al primo Congresso internazionale dei Matematici (Zurigo 1897) e fu favorevolmente colpito dalla sua logica matematica. Nell'autunno di quell'anno, accettando l'invito di Peano, si trasferì a Torino come suo assistente sulla cattedra di Calcolo infinitesimale, dove rimase fino al 1901-02 e poi ancora nel 1904-05. Il soggiorno a Torino lasciò un'impronta indelebile sulla sua formazione e sull'attività di ricerca. In quel periodo l'*equipe* di Peano era impegnata nella compilazione del *Formulario* e Vacca ebbe modo di mettere a frutto le sue eclettiche competenze di storico della matematica, insieme al suo amico G. Vailati. Iniziò allora ad occuparsi di alcuni teoremi di teoria dei numeri, in particolare di Fermat e di Goldbach, e ad approfondire le ricerche sul numero π e sulla costante di Euler-Mascheroni, di cui studiò l'irrazionalità e la trascendenza. Su questi temi, come si desume dalla collezione dei suoi taccuini

manoscritti conservati a Torino, tornò a più riprese nel corso degli anni, fino alla fine della vita. A Torino Vacca curò l'apparato di note biografiche, storiche e bibliografiche per le varie edizioni del *Formulario* (1897-99, 1901, 1903). La necessità di corredare le varie nozioni e proposizioni con i dati sugli autori che per primi le avevano scoperte, con i rimandi alle opere in cui erano state formulate e, ove possibile, con la trascrizione letterale degli enunciati originali, accrebbe la sua familiarità con i classici della matematica e

« il desiderio di risalire alle fonti lo portò a frequentare le principali biblioteche d'Italia e d'Europa, in cerca dell'edito e dell'inedito, e ad acquistare quella singolare perizia bibliografica sullo sviluppo della matematica, in tutti i suoi rami, che suscitava l'ammirazione di chi aveva occasione di avvicinarlo » [1].

All'atto di redigere le note alla parte di aritmetica, decise, ad esempio, nel 1899, di recarsi ad Hannover per consultare i manoscritti inediti di G.W. Leibniz. I risultati delle sue indagini, confluiti in un breve resoconto apparso sul *Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche* (1899b) e nel *Formulario* (1897-99), furono comunicati da Vacca al filosofo francese L. Couturat durante il primo convegno internazionale di filosofia a Parigi, nel 1900. Questi si recò quindi ad Hannover per proseguire quel tipo di ricerche e nei suoi *Opuscules et fragments inedits de Leibniz* (1903) così sottolineò il suo debito di riconoscenza nei confronti di Vacca:

« Notre ouvrage sur *La Logique de Leibniz* était presque terminé [...] lorsque nous eûmes le plaisir, au *Congrès International de Philosophie* (août 1900), de faire la connaissance de M. Giovanni Vacca, alors assistant de mathématiques à l'Université de Turin, qui avait compulsé, un an auparavant, les manuscrits de Leibniz conservés à Hanovre, et en avait extrait quelques formules de Logique insérées dans le *Formulaire de Mathématiques* de M. Peano. C'est lui qui nous révéla l'importance des œuvres inédites de Leibniz, et nous inspira le désir de les consulter à notre tour. [...] Nous nous faisons un plaisir et un devoir de le déclarer, et d'exprimer à MM. Liard, Bodemann et Vacca toute notre reconnaissance » [2].

[1] CASSINA 1953, p. 303.
[2] L. COUTURAT, *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*, Paris, Alcan, 1903, p. I.

Oltre che al *Formulario*, fra il 1898 e il 1903 Vacca diede contributi importanti alla *Rivista di Matematica* di Peano, pubblicando numerosi articoli di storia della logica. Fra questi spicca la nota sulla logica leibniziana (1903c) in cui, traendo spunto dalla pubblicazione delle opere di Couturat (1901, 1903), si dedicò ad enuclearne i tratti salienti, affermando che nel filosofo tedesco si doveva ravvisare il primo autore che avesse compreso l'importanza di questa disciplina, cercando di costruirne un sistema completo e coerente.

Spinto da motivi familiari e dalla sua passione politica, nel biennio 1902-04 Vacca fece ritorno a Genova, dove fu eletto consigliere comunale socialista e membro della direzione nazionale del partito. In questo periodo ricoprì la carica di assistente di G.B. Negri sulla cattedra di Mineralogia e contemporaneamente nel 1903 tenne un ciclo di Letture sulla Logica matematica presso l'ateneo genovese, i cui *Elementi* furono stampati in forma litografica (1903a). Al rientro a Torino, nell'autunno del 1904, ormai distratto da altri interessi, Vacca interruppe le ricerche di storia delle matematiche a fianco di Peano, il quale così cercò di convincerlo:

« Io rispetto tutti gli studii, e tutte le occupazioni, ma leggo solo i lavori che si riferiscono al cerchio mio di studii. Ed è già questo tanto ampio, che sorpassa la mia vita. Ora da qualche tempo pare che le nostre occupazioni non abbiano più alcun tratto di unione, e quindi noi non ci intendiamo quasi più. ... Ella aveva intenzione di scrivere la storia della matematica. Splendida opera, in cui ci saremmo intesi, e in cui Ella ha tutti i requisiti per ben condurla a termine. L'Amodeo ottenne la libera docenza in storia della matematica a Napoli, pei suoi lavori sull'Università di Napoli stessa. Con probabilità Ella avrebbe potuto ottenere la stessa libera docenza a Torino. Invece abbandonò l'idea. ... Io conosco le sue attitudini e le sue vaste cognizioni, ma occorre che Ella le faccia conoscere ad altri, con pubblicazioni sue. ... Insomma, affinché Ella possa essere utile a Lei stesso, nel campo scientifico, alla Scuola, ed a me, che in questo campo posso anche essere utile a Lei, occorre che Ella dedichi *tutta* la sua attività alla Matematica, ed abbandoni tutte le Sue occupazioni di Genova. Procuri sbrigarsi ... perché per quanto sia grande l'attività che Ella dedicherà alla matematica non sarà mai troppa. Se Ella non riesce a rompere, o ad allentare l'anello che le congiunge alle Società di Genova, esse assorbiranno tutta la sua attività. Noi potremo convivere, perché io rispetto tutte le occupazioni, ma non potremo aiutarci a vicenda » [3].

[3] G. Peano a G. Vacca, 7.12.1904, BSM Torino, *Fondo Peano-Vacca*,

Fin dall'inverno del 1898 Vacca aveva pure iniziato a Torino lo studio della lingua cinese, sollecitato sia dalle considerazioni di Leibniz sull'aritmetica binaria, sia dal legame fra questa lingua, scritta in caratteri ideografici, e la logica simbolica di Peano [4]. Per approfondire la conoscenza della letteratura, della filosofia e della scienza cinesi, nel 1905 si trasferì a Firenze, dove studiò sotto la guida di Carlo Puini, professore ordinario di Storia e Geografia dell'Asia orientale. In questo periodo Vacca strinse amicizia con G. Papini e, insieme a Vailati, collaborò con alcuni articoli alla rivista *Leonardo*, dove cer-

carteggio G. Peano - G. Vacca. Nella minuta di risposta Vacca scriveva a Peano, 17.2.1905 « Ho avuto ... due anni fa per un istante il desiderio di tentare l'esperimento di una libera docenza. Oggi questo mio desiderio non l'ho più, né questo né altri di tale natura ... Ella mi ha detto pure altra volta che il mio metodo è quello dei dilettanti, non degli scienziati. Io le dirò che non sono un dilettante perché dedico la maggior parte della mia attività allo studio: che sono uno studioso che produce poco, anche perché amo la scienza, e non aspetto da essa vantaggi materiali di nessuna specie. Capisco che questo mio stato d'animo le può parere inverosimile. ... Altro non so dirle, se non che professarle ancora una volta la gratitudine che a Lei mi lega, soprattutto perciò che la maggior parte di quel poco che so in matematica la devo a lei ». All'amico Vailati confidò qualche mese più tardi, il 6.4.1905, BDF Milano, Fondo Vailati, DCLXIV: « Nei mesi trascorsi a Torino da novembre a marzo, mi sono trovato ogni giorno di più nella classica situazione: *Nel mezzo del cammin di nostra vita*, ecc., ovvero in quella descritta da Descartes nel suo *Discorso sul Metodo.* Detto altrimenti, ho visto di non poter continuare a lungo nel lavoro che negli ultimi sette anni avevo intrapreso a Torino. Le ragioni sono molteplici e non credo siano personali. È certo che per me Torino senza di te, senza Calderoni, Bersano ... e tutti gli altri amici con i quali mi trovavo a continuo contatto, mi ha ora più che mai l'aria di una città deserta. D'altra parte la mia collaborazione con il prof. Peano non è più così urgente come anni or sono. Ora parecchi già conoscono o almeno cominciano a gustare quelle teorie meravigliose alla nascita delle quali io ho assistito con una gioia che pochi potranno provare ».

[4] In proposito così scrisse ad A. Vassiliev, Torino 28.12.1898-9.1.1899, BSM Torino, *Fondo Peano-Vacca*, corrispondenze di G. Vacca: « Come distrazione, nelle vacanze d'autunno ho cominciato lo studio della lingua Chinese. Mi ha spinto a ciò il desiderio di vedere come le cognizioni matematiche si sono sviluppate in questo popolo, quando ancora tutte le nazioni europee erano in uno stato di barbarie. Inoltre ho voluto profittare della occasione favorevole che mi si era presentata qui a Torino: essendo stato qui per alcuni mesi un missionario italiano che conosce molto bene questa lingua ».

cò in particolare di contrastare l'opposizione di B. Croce alla logica matematica e alla lingua internazionale.

Dal 1907 al 1909 Vacca compì un lungo viaggio di studio attraverso la Cina occidentale e, al ritorno in Italia, conseguì presso l'Università di Firenze la libera docenza in Lingua e Letteratura cinese. Non interruppe però gli studi scientifici e, nei mesi estivi del 1909 e del 1910, svolse all'Università di Genova, insieme al collega A. Garbasso, una serie di esperienze di fisica analoghe a quelle di Bennet e di Volta, di cui pubblicò gli esiti in due note presentate all'Accademia dei Lincei (1911c, 1911d). Dopo la morte di Vailati, insieme a V. Volterra, U. Ricci e M. Calderoni, si occupò inoltre di raccogliere e pubblicare gli scritti dell'amico prematuramente scomparso (1911l).

Incaricato dell'insegnamento di Lingua e Letteratura cinese all'Università di Roma dal 1911 al 1922, durante il primo conflitto mondiale Vacca lavorò anche a fianco dell'amico e collega Vito Volterra presso l'ufficio invenzioni del Ministero della guerra. Nel 1922, in seguito a concorso, divenne titolare della cattedra di Storia e Geografia dell'Asia orientale all'Università di Firenze e nel 1924 si trasferì come ordinario della stessa disciplina a Roma, dove ebbe anche l'incarico del corso di Lingua e Letteratura cinese. Presso l'ateneo romano tenne pure alcuni corsi di Storia della matematica nell'Istituto di Storia della scienza fondato da F. Enriques, e nel 1945 svolse una serie di conferenze all'Istituto Nazionale di Alta matematica, poi raccolte nel volume *Origini della Scienza* (1946). Collocato a riposo per raggiunti limiti d'età nel 1947, Vacca si spense a Roma il 6 gennaio 1953.

Il suo allievo Ettore Carruccio così ne rievocava l'insegnamento di Storia della Matematica negli ultimi anni di vita e i rapporti con i giovani che indirizzava alla ricerca in quest'ambito:

« ricordo con commossa gratitudine le Sue lezioni presso la biblioteca matematica della Facoltà di Scienze dell'Università di Roma, a S. Pietro in Vincoli, e nello studio della Sua casa, fra i molti Suoi libri, raccolti con assidua cura ed inseriti nella sfera della Sua attività scientifica. Attraverso le notizie precise, direttamente ricavate dalle fonti, e le esatte indicazioni bibliografiche, si delineava e riviveva la tradizione dei sommi matematici dall'Antichità ai nostri giorni. [...] Nelle Sue lezioni di Storia delle Matematiche Egli non seguiva un ordine cronologico o comunque un piano sistematico. Dagli spunti che nascevano dalla conversazione con i Suoi allievi, la Sua memoria prodigiosa traeva notizie innumerevoli, interessanti e precise, che aprivano

l'adito a ricerche originali. La guida negli studi personali dei Suoi allievi, specialmente nelle loro prime pubblicazioni, costituiva uno degli aspetti più utili del Suo insegnamento, che giungeva fino a quella che potremmo chiamare la 'tecnica della pubblicazione scientifica'. Egli c'insegnava quelle norme sulla redazione dei manoscritti da inviarsi in tipografia e sulla correzione delle bozze di stampa che fanno parte di una tradizione di serietà negli studi e che si trasmettono oralmente da maestro ad allievo di generazione in generazione » [5].

La produzione scientifica di Vacca – che spazia dalla matematica alla fisica sperimentale, dalla storia della matematica e delle scienze alla mineralogia, alla geografia dei paesi asiatici e alla sinologia – ebbe come tratto caratteristico:

« lo studio del problema particolare, del frammento, od, al contrario, l'impostazione del problema, l'esposizione chiara delle direttive generali, lasciando ad altri il compito di svilupparne le conseguenze o di collegare i singoli problemi particolari da lui risolti. I suoi contributi ... appaiono perciò più come singole piccole pietre preziose, aggiunte al patrimonio scientifico comune, che non come collane o monili complessi » [6].

Interessanti e originali sono soprattutto i suoi contributi monografici alla storia della matematica – purtroppo talora assai sintetici e quasi scarni – che spaziano dall'antichità all'Ottocento. Fra questi ricordiamo gli studi sulla previsione delle eclissi lunari presso i Babilonesi, quelli sulla misura dell'area del cerchio nel papiro Rhind, le ricerche sulla storia dell'aritmetica binaria, sull'*Arenario* di Archimede, sul concetto di probabilità presso i Greci e sulla misura degli angoli solidi e dei poligoni sferici. Un gruppo di lavori riguarda la storia dell'algebra in Italia, dal Medioevo al Rinascimento; un altro gli sviluppi del calcolo infinitesimale, con particolare attenzione per i risultati di P. Mengoli sulle serie infinite, e la storia dei logaritmi. Erano invece indirizzate più direttamente alle scuole superiori l'ottima edizione critica, con testo greco a fronte, del primo libro degli *Elementi* di Euclide (1916e), che fu adottata da Peano nel corso di Matematiche complementari, e l'articolo sulla geometria della carta piegata (1930d).

[5] Carruccio 1953, p. 450.
[6] Cassina 1953, p. 300.

A Vacca fu pure affidata la curatela di alcune voci per l'Enciclopedia italiana Treccani e per l'Enciclopedia cattolica. L'invito, invece, a redigere il saggio di *Storia della Matematica* per l'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari* di Berzolari, Vivanti e Gigli, accettato in un primo tempo, fu poi volontariamente lasciato cadere.

La concezione storiografica di Vacca era maturata nel periodo torinese, a contatto con Peano e con Vailati, ed è ben delineata nella lettera che scrisse a Couturat del 1901:

«Je veux vous faire encore une petite description relative au *F.*, pour les indications historiques. Lorsque j'ai commencé à ajouter des notes, je l'ai fait presque au hasard. En avançant dans le travail j'ai vu qu'il y avait là une nouvelle méthode historiques. Qu'est que c'est l'histoire d'une science? On peut penser que ce soit l'exposé impartial des idées scientifiques de ceux qui nous ont précédé. Mais on ne peut pas les exposer toutes, si l'on veut les exposer toutes ave impartialité il faut les reproduire presque en entier. Ce travail prépare l'histoire, ce n'est pas encore l'histoire. La seule conception qui permettre de choisir dans les travaux des anciens c'est de se mettre à notre point de vue. Faire l'histoire des vérités d'une science, c'est chercher et exposer dans le passé tous les essais qui ont produit successivement les vérités que nous connaissons. Une page d'histoire de ce type est l'histoire du *F.* L'histoire d'une science est alors l'exposition ordonnée des vérités de cette science suivie d'un nome ou d'un date» [7].

Studioso di vasta cultura, acuto e penetrante, Vacca fu una presenza assidua nei maggiori congressi internazionali, cui partecipò insieme al gruppo di Peano: fu a Parigi nel 1900 al congresso di filosofia e di matematica, a Cambridge nel 1912, a Bologna nel 1928. Prese inoltre parte al Congresso Internazionale di Scienze Storiche di Roma (1903), dove presentò l'edizione del 1902-03 del *Formulario*, contenente un dizionario storico dei termini tecnici della matematica, e al terzo Congresso della Mathesis (Genova, 1912). In questa occasione mise in evidenza, nella conferenza *I classici delle matematiche*, il fatto che i grandi matematici della storia non fossero studiati nelle scuole, alla pari dei classici della letteratura e della filosofia.

Buon conoscitore delle lingue classiche e di quelle moderne, Vacca ottenne notorietà internazionale per i suoi contributi di storia

[7] G. Vacca a L. Couturat, [1901] in Nastasi, Scimone 1995, p. 51-52.

della matematica che egli « tutta dominava e conosceva attraverso lo studio delle fonti e delle derivazioni » [8] e per i carteggi che ebbe con molti autorevoli studiosi e direttori di riviste specialistiche, come Gustav H. Eneström, Moritz Cantor, Louis Couturat, Johann L. Heiberg, Florian Cajori, A. von Braunmuhl, W.W. Rouse Ball, Dirk Struik e H. Wieleitner. Anche in anni più avanzati Vacca continuò a frequentare gli eventi più importanti nella comunità matematica; prese ad esempio parte alla sezione di Logica e Storia delle scienze nel primo Congresso dell'UMI (Firenze, 1937). Sostenitore di una concezione platonica della matematica e tenace assertore dei rapporti fra la matematica e le altre scienze, egli non riuscì però ad apprezzare gli sviluppi recenti della logica e della filosofia della matematica, di cui pure fu testimone, e rimase sostanzialmente fedele all'impostazione di stampo ottocentesco, tipica di Peano e del gruppo torinese.

Nonostante gli studi di sinologia lo avessero allontanato dal Piemonte, Vacca mantenne sempre un saldo legame di stima e amicizia con Peano, attestato dalla fitta corrispondenza, iniziata nel 1894 e protrattasi fino alla morte del logico matematico, nel 1932. Egli fece parte del *Comitatu generale pro honores*, formatosi nel 1928 in occasione del suo 70° compleanno, allo scopo di pubblicare sulla rivista *Schola et Vita* un supplemento in suo onore e per dar vita ad una nuova edizione del *Vocabulario Commune*. Alla morte di Peano lo commemorò con toni di sincero affetto, ricordando i lunghi anni della loro collaborazione alla stesura del *Formulario*:

« Durante gli anni della mia convivenza con lui, dal 1897 al 1905, ebbi modo specialmente di intuire il suo modo di lavorare. Mi diceva più di una volta che avrebbe insegnato volentieri il calcolo prendendo come libro di testo la *Théorie des Fonctions Analytiques* di Lagrange. Sapeva a memoria, e recitava volentieri, lunghe pagine dei *Principia* di Newton e delle famose due lettere del 1676 di Newton a Leibniz. Ammirava (con Abel) il limpido volume di Cauchy, il *Cours d'Analyse* del 1821. Le sue lezioni, variate ogni anno, rappresentavano uno sforzo continuo di raggiungere esposizioni più lucide. Ricordo la prima parte del corso del 1903, iniziato seguendo i metodi della geometria degli indivisibili di Bonaventura Cavalieri. Ricordo le lezioni sulla teoria dei numeri irrazionali, illustrati col V Libro di Euclide, le lezioni sulla rettificazione delle curve, partendo dalla esposizione di Archimede. Ricordo in-

[8] CASSINA 1953, p. 301.

fine la lettura delle pagine di Galileo e di Torricelli sulla caduta dei gravi, e le lezioni sul calcolo delle variazioni, che interpretavano in forma nuova le classiche memorie di Eulero e di Lagrange. Ma ho presente alla mente specialmente le lunghe discussioni davanti ai testi classici, da Archimede, Euclide, Apollonio, fino ai più moderni, Gauss, Dirichlet, Weierstrass, Dini, Cantor ... durante gli anni di compilazione dei cinque volumi del *Formulario* » [9].

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1893 *Sopra un notevole cristallino di vesuvianite*, Riv. Mineralog. Cristall. it., 1, 89, p. 88-91.
1894 *Intorno alla prima dimostrazione di un teorema di Fermat*, Bibl. Math., 2, 1894, p. 46-48.
1897 *Nota sopra una dimostrazione geometrica relativa alla legge di razionalità degli indici*, Riv. Mineralog. Cristall. it., 18, 1897, p. 19-22.
1899a Rec.: *A.N. Whitehead, treatise on universal algebra*, RdM, 6, 1896-99, p. 101-104.
1899b *Sui manoscritti inediti di Leibniz*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 2, 1899, p. 113-116
1899c *Sui precursori della logica matematica*, RdM, 6, 1896-99, p. 121-125, 183-186.
1901a *Sui primi anni di Giuseppe Luigi Lagrange*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 4, 1901, p. 1-4.
1901b *Sulla versiera*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 4, 1901, p. 33-34.
1901c *Additions et corrections au Formulaire a. 1901*, RdM, 7, 1900-01, p. 59-66, 85-110, 173-184.
1902a *Sui manoscritti inediti di Thomas Harriot*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 5, 1902, p. 1-6.
1902b *Notizie storiche sulla misura degli angoli solidi e dei poligoni sferici*, Bibl. Math, 3, 3, 1902, p. 191-197.
1902c Rec.: *K.F.Gauss, General investigations of curved surfaces of 1827 and 1825*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 5, 1902, p. 114-116.
1902d Rec.: *Pietro Rigobon, Studi antichi e moderni intorno alla tecnica dei commerci*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 5, 1902, p. 117-118.
1903a *Elementi di logica matematica*, Genova, ed. lit., gennaio 1903, 24 p.
1903b *Notices biographiques et bibliographique*, Formulaire Math., 4, 1903, p. 368-392.
1903c *La logica di Leibniz*, RdM, 8, 1902-06, p. 64-74.
1903d *Sphaera es solo corpore qui nos pote vide ut circulo ab omne puncto externo*, RdM, 8, 1902-06, p. 87-88.

[9] VACCA 1933b, p. 97-99.

1903e *Congresso internazionale di storia delle scienze matematiche e fisiche in Roma 1903*, Bibl. Math., 3, 4, 1903, p. 280-283.
1903f *Sopra un probabile errore di Gabrio Piola (sulla rettificazione della parabola e della spirale di Archimede)*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 6, 1903, p. 1-4.
1904a S*ulla storia della numerazione binaria*, Atti Congr. int. Scienze storiche (Roma 1903), vol. 12, Roma, tip. della R. Acc. Lincei, 1904, p. 63-67.
1904b Rec.: *P. Gazzaniga, Gli elementi della teoria dei numeri*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 7, 1904, p. 66-71.
1905a Rec.: *C. Burali-Forti, Lezioni di geometria metrico-proiettiva*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 8, 1905, p. 43-46.
1905b *Sulla matematica degli antichi cinesi*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 8, 1905, p. 97-102.
1906a Rec.: *Gustav Wertheim, Anfangsgründe der Zahlentheorie*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 9, 1906, p. 48-50.
1906b *Sulla logica simbolica*, Leonardo, 4, 1906, p. 366-368.
1907a *Un manoscritto inedito dei viaggi di Marco Polo*, Riv. geograf. it., 14, 1907, p. 107-108.
1907b *Alcune idee di un filosofo cinese del IV sec. a. C. (Chuang-Tse)*, Leonardo, 5, 1907, p. 68-84.
1908a *Sopra il telaio cinese per tessere stoffe figurate adoperato nella città di Chen-tu (Sze-Chwan)*, Boll. mens. Camera comm. It. Shangai, 1908.
1908b *Lettere dalla Cina*, Riv. geograf. it., 15, 1908, p. 44-48.
1909a *Sulla quadratura del circolo secondo l'egiziano Ahmes*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 11, 1908-09, p. 65-67.
1909b *Martin Behaim ed il suo globo*, Riv. geograf. it., 16, 1909, p. 282-287.
1909c *Bollettino delle pubblicazioni sull'Asia centrale e l'Estremo oriente*, Riv. Studi orient., 2, 1908-09, p. 835-872; 3, 1910, p. 933-988.
1910a *L'opera di Matteo Ricci*, Nuova Antologia, 233, 1910, p. 265-275.
1910b *Maurolycus, the first discoverer of the principle of mathematical induction*, AMS Bull., 2, 16, 1910, p. 70-73.
1910c *Sopra un problema di Huygens*, Rend. Acc. Lincei, 5, 19.2, 1910, p. 269-271.
1910d *Metodo elementare per il calcolo di* π, Boll. Mathesis, 2, 1910, p. 7-10.
1910e *Sopra una dimostrazione del teorema di Pitagora*, Boll. Mathesis, 2, 1910, p. 44.
1910f *A new analytical expression for the number and some historical considerations*, AMS Bull., 2, 16, 1910, p. 368-369.
1910g *Sulla storia del principio d'induzione completa*, Boll. Bibl. e Storia Sci. Mat. (Loria), 12, 1910, p. 33-35.

1910h *A new series for the Eulerian constant γ=0,577...*, Quart. Journ., 41, 1910, p. 363-364.

1910i *Catalogo sommario dei libri cinesi, giapponesi, etc. appartenenti alla biblioteca del prof. I. Nocentini*, Genova, 3 aprile 1910.

1911a *Sur le principe d'induction mathématique*, Rev. Méth. et Morale, 19, 1911, p. 30-33.

1911b *Sur la logique de la théorie des nombres (Réponse à M. Padoa et à M. Wickersheimer)*, Rev. Méth. et Morale, 19, 1911, p. 252-257.

1911c (con A. Garbasso), *Sopra una vecchia esperienza di Bennet e Volta*, Rend. Acc. Lincei, 5, 20.2, 1911, p. 239-245.

1911d (con A. Garbasso), *Sulla diffusione del potenziale elettrostatico nell'aria*, Rend. Acc. Lincei, 5, 20.2, 1911, p. 296-302.

1911e *Nuova comunicazione fra l'India e la Cina occidentale*, Riv. geograf. it., 18, 1911, p. 101-102.

1911f *Note sulla storia della cartografia cinese*, Riv. geograf. it., 18, 1911, p. 113-126.

1911g *Una pagina di Han Yü*, L'Anima, Firenze, marzo 1911.

1911h *La Roccia rossa di Su Shih* (trad. dal cinese), L'Anima, Firenze, giugno 1911.

1911i *A proposito della misurazione del tempo*, Riv. geograf. it., 18, 1911, p. 219-221.

1911j *Il valore morale del popolo cinese*, Boll. Soc. geograf. It., 1911, p. 569-590.

1911k *Sopra alcune analogie di Gobineau. Invasioni barbariche e conseguente sviluppo della civiltà in Cina*, Arch. Antrop. e Etnol., 41, 1911, p. 454-458.

1911l (con M. Calderoni, U. Ricci, V. Volterra), *Scritti di G. Vailati 1863-1909*, Firenze - Leipzig, Seeber-Barth, 1911.

1912a *La scienza nell'estremo oriente*, Atti 5 riunione SIPS (Roma 1911), 1912, p. 81-97.

1912b *La scienza nell'estremo oriente*, Scientia, 11, 1912, p. 232-250.

1912c *Catalogo delle opere giapponesi e cinesi, in manoscritto e stampate, conservate nella Biblioteca della R. Accademia dei Lincei (Fondo Caetani e Fondo Corsini)*, Rend. Acc. Lincei, Cl. SMS, 5, 21, 1912, p. 331-340.

1912d *L'infinito*, Soc. Filosofica it., IV convegno, Genova 1912.

1913a *I classici della matematica*, Atti del III congresso Mathesis (Genova, 1912), Roma 1913, p. 22-27.

1913b *Sui fiori di favagello*, Atti Soc. Ligustica Sci. Nat. Geog., 24, 1913, p. 217-218.

1913c *Su alcuni teoremi di geometria piana analoghi a quelli di Max Dehn nella geometria solida*, Rend. Acc. Lincei, Cl. Sci. FMN, 5, 22, 1913, p. 417-423.
1913d *Lo studio dei cinesi ed un recente libro di Carlo Puini*, Riv. Geogr. It., 20, 1913, p. 616-619.
1914a *Sull'equivalenza per traslazione*, Rend. Acc. Lincei, 5, 23, 1914, p. 80-81.
1914b *Sull'*Εφοδος *di Archimede*, Rend. Acc. Lincei, 5, 23_1, 1914, p. 850-853.
1915a *Note cinesi*, Riv. studi orientali, 4, 1914-15, p. 131-142.
1915b *Giovanni Nepero e l'opera sua*, Rend. Sem. mat. Univ. Roma, 1, 2, 1914-15, p. 9-23.
1915c *Gerolamo Emilio Gerini*, Riv. studi orientali, 4, 1914-1915, p. 927-930.
1915d *Il primo logaritmo neperiano calcolato prima di Nepero*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 50, 1915, p. 289-292.
1915e *The first Napierian logarithm calculated before Napier*, in *Napier Trecentenary Memorial Volume*, Edimburg, R. Soc. of Edinburgh, 1915, p. 163-164.
1915f *The theory of Napierian Logarithms explained by Pietro Mengoli*, in *Napier Trecentenary Memorial Volume*, Edimburg, R. Soc. of Edinburgh, 1915, p. 165-167.
1915g *Gli studi sull'Asia orientale in Italia 1861-1911*, Riv. studi orientali, 5, 1915, p. 275-319.
1915h *Sulle scoperte di Pietro Mengoli*, Rend. Acc. Lincei, Cl. Sci. FMN, 5, 24_2, 1915, p. 508-513, 617-620.
1915i *La Cina e il Giappone di fronte all'Europa nell'ora presente*, Esplorazione commerciale, Milano, giu-lug. 1915.
1915j *Nuovi orizzonti dell'esplorazione commerciale*, Esplorazione commerciale, Milano, ott-nov. 1915.
1916a *L'Harmonicon coeleste de François Viète*, C. R. Acad. Sciences Paris, 162, 1916, p. 767-679.
1916b *Sulle origini della scienza dell'elasticità*, Rend. Acc. Lincei, Cl. Sci. FMN, 5, 25, 1916, p. 30-37.
1916c *Sul poligono regolare di 17 lati*, Atti R. Acc. Sci. Torino, 51, 1916, p. 513-517.
1916d *L'Asia orientale ed i problemi dell'ora presente*, Atti 8 riun. SIPS (Roma 1916), 1916, p. 543-556.
1916e *Euclide. Il primo libro degli Elementi. Testo greco, versione italiana, introduzioni e note*, Firenze, Sansoni, 1916.
1919 *Bibliografia degli scritti di Carlo Puini*, Il nuovo Patto, 2, 1919, p. 280-284.

1920 *Piero della Francesca nella storia dell'algebra ed i suoi tentativi di dimostrazione di due teoremi di Archimede*, Rend. Acc. Napoli, 3, 26, 1920, p. 232-236.
1922a *Equazioni indeterminate in numeri interi. Osservazioni sull'ultimo teorema di Fermat*, Boll. UMI, 1, 1922, p. 44-47.
1922b *Sulla funzione indicatrice dei numeri primi e sua applicazione alla proposizione di Golbach ed altre analoghe*, Rend. Acc. Napoli, 3, 28, 1922, p. 195-202.
1922c *Le origini del calcolo infinitesimale*, Rend. Sem. Mat. Univ. Roma, 2, 2, 1922, p. 13-14.
1924a *Utilità della matematica*, Rivista Pedagogica, 17, 1924, p. 290-292.
1924b *Carlo Puini*, Riv. Geograf. It., 31, 1924, p. 258-260.
1925 *Sulla costante di Eulero C=0,577...*, Rend. Acc. Lincei, Cl. Sci. FMN, 6, 1_1, 1925, p. 206-210.
1926 *Nuova serie per la costante di Eulero C=0,577*, Rend. Acc. Lincei, Cl. Sci. FMN, 6, 3_1, 1926, p. 19-20.
1928a *L'opera scientifica del principe Baldassare Boncompagni*, Atti I Congresso Naz. Studi romani, 1928, 4 p.
1928b *L'opera geografica di G. Aleni, missionario in Cina nel sec. XVII*, Ann. X Congr. Geogr. It., Milano, 1928, p. 366-368.
1928c *Le divisament du monde, ossia la descrizione del mondo di Marco Polo*, Riv. geogr. it., 35, 1928, p. 51-60.
1928d S*ul principio della discesa di Fermat e sulle dimostrazioni dell'esistenza degli irrazionali quadratici*, Atti R. Accad. Scienze Torino, 53, 1928, p. 241-252.
1928e *Intorno ad un codice poco noto dell'Arenario di Archimede nell'osservatorio Radcliff di Oxford*, Rend. Acc. Lincei, Cl. Sci. MSF, 6, 4, 1928, p. 501-506.
1929 *Il nazionalismo cinese e il suo fondatore*, Gerarchia, 9, 1929, p. 610-623.
1930a *Some points on the history of Science in China*, J. North-China Branch R. Asiatic Soc. Shanghai, 61, 1930.
1930b *Notizie sulla cronologia e sul calendario cinese*, Calend. R. Osserv. astr. Roma, 6, 1930, p. 67-76; Gli Astri, 2, 1933, p. 62-68.
1930c *Sul commento di Leonardo Pisano al libro X degli Elementi di Euclide e sulla risoluzione delle equazioni cubiche*, Boll. UMI, 9, 1930, p. 59-63.
1930d *Della piegatura della carta applicata alla geometria*, Period. di Mat., 4, 10, 1930, p. 43-50.
1931a *Carlo Puini*, Liburni Civitas, Livorno, Agosto 1931.
1931b *Come si studia la Cina*, Gerarchia, 11, 1931, p. 402-409.
1931c *Cina: Geografia, storia, religione, filosofia, lingua, letteratura*, Enciclopedia italiana, 10, 1931.

1932 *Sui manoscritti dell'opera sul Tibet del padre Ippolito Desideri e sulla nuova edizione inglese del dott. F. De Filippi*, Boll. R. Soc. Geograf. It., 6, 9, 1932, p. 525-532.

1933a *La previsione delle eclissi lunari presso i babilonesi*, Calend. R. Osserv. astr. Roma, 9, 1933, p. 81-83.

1933b *Lo studio dei classici negli scritti matematici di Giuseppe Peano*, Atti SIPS (Roma 1932), 21, 2, 1933, p. 97-99.

1933c Rec.: *Il libro di Messer Marco Polo ... L.F. Benedetto*, La Cultura, 12, 1933, p. 214-219.

1934a *Due astronomi cinesi del IV sec. a.C. e i loro cataloghi stellari*, Calendario R. Osservatorio astr. Roma, 10, 1934, p. 81-85.

1934b *La religione dei cinesi*, in P. Tacchi Venturi (a cura di), *Storia delle religioni*, vol. I, Torino, Utet, 1934, 3° ed. 1949, p. 565-604.

1934c *Ideali della Cina moderna*, Ist. Medio ed Estr. Oriente, Roma, 1934, 28 p.

1935a *Filosofia cinese medioevale*, Boll. Ist. Medio ed Est. Oriente, I, 1935, p. 41-45.

1935b *Il Tibet occidentale e le sue vicende nelle relazioni di Giuseppe Tucci (1930-33)*, Boll. R. Soc. Geograf. It., 6, 12, 1935, p. 597-600.

1935c *Il dramma nella letteratura cinese*, Boll. Ist. Medio ed Estr. Oriente, I, 1935, p. 295-299.

1935d *Rassegna culturale (Cina e Giappone)*, Boll. Ist. Medio ed Estr. Oriente, I, 1935, p. 11-13, 57-59, 141-143, 199-200, 366-367.

1935e *Roma negli scrittori cinesi*, Atti del III Congresso studi romani, 4, 1935, p. 399-402.

1935f *Sopra una proprietà dei numeri interi*, Period. di Mat., 4, 15, 1935, p. 251-252.

1936a *La Cina e il Giappone*, in *Geografia universale illustrata*, vol. 4, 2, Torino, Utet, 1936, p. 833-1280.

1936b *Sul concetto di probabilità presso i Greci*, Giorn. Ist. it. Attuari, 7, 1936, p. 231-234.

1937 *L'opera matematica di Gerolamo Cardano nel quarto centenario del suo insegnamento in Milano*, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano, 11, 1937, p. 22-40.

1938a Rec. *Commentaire de Théon d'Alexandrie sur les livres 1 et 2 de l'Almageste, Studi e Testi 72, Città del Vaticano 1936*, Boll. Filologia classica, 44, 1938, p. 184-186.

1938b *La prima traduzione araba del Lun yü (Dialoghi) di Confucio*, Oriente Moderno, 18, 1938, p. 184-186.

1939a *Pentagono regolare e dodecaedro regolare*, Boll. UMI, 2, 2, 1939, p. 66-70.

1939b *Filosofia cinese moderna*, Asiatica, 5, 1939, p. 10-20.

1939c *Il contributo italiano agli studi nel campo delle lingue e letterature dell'Estremo Oriente negli ultimi cento anni*, in *Un secolo di progresso scientifico italiano (1839-1939)*, SIPS, vol. 6, Roma, 1939, p. 173-187.
1940 *Sugli specchi ustorii di Archimede*, Boll. UMI, 2, 3, 1940, p. 71-73.
1941 *Sull'opera geografica del P. Matteo Ricci*, Riv. Geograf. It., 48, 1941, p. 66-74.
1942a *Primo racconto della presentazione di un cannocchiale olandese al principe Maurizio di Nassau nel settembre 1608 e le prime osservazioni celesti*, Acta Pont. Acad. Scient., 6, 1942, p. 111-114.
1942b *Una rivista giapponese di studi islamici*, Oriente moderno, 22, 1942, p. 211-212.
1943 *Studi asiatici: Matteo Ricci apostolo della Cina*, Nuova Antologia, 425, 16 gen. 1943, p. 139-143.
1945a *Corea, nuovo stato indipendente*, Alfabeto, Roma, 30 sett. 1945.
1945b *Il popolo cinese ed un suo vero amico (Henri Maspero)*, in *1945*, Roma, 6 ott. 1945.
1946 *Origini della scienza. Tre saggi: I. Perché non si è sviluppata la scienza in Cina. II. Matematica e scienza. Origine e sviluppo dei concetti matematici. III. Logica matematica e logistica. Sui postulati dell'aritmetica e la loro compatibilità*, Roma, Ed. Partenia, 1946, 60 p.
1947a *Un documento cinese sulla data del ritorno di Marco Polo*, Rend. Acc. Lincei, Cl. SMS, 8, 2, 1947, p. 348-350.
1947b *Evangelista Torricelli ed i suoi amici*, Osservatore Romano, 26 ottobre 1947.
1948a *Sur l'histoire de la science chinoise*, Archives int. Hist. des Sc., 1948, p. 354-355.
1948b *La Svizzera e gli studi cinesi*, La Svizzera italiana, 8, 1948, Locarno, p. 57-58.
1948c *Osservazioni sopra alcune stampe anatomiche cinesi del Gabinetto delle Stampe dell'Accademia dei Lincei*, Rend. Acc. Lincei, Cl. SMS, 8, 3, 1948, p. 41-44.
1951 *La costante di Eulero e l'aritmetica analitica*, Atti 42 riun. SIPS (Roma 1949), 1, 1951, p. 177-180.

Fonti archivistiche

Acc. Lincei: carteggio G. Vacca - V. Volterra; ASU Torino: *Verbale dell'adunanza dei Prof. Ordinari, Straordinari, Incaricati e rappresentanti dei liberi docenti, Facoltà di Scienze MFN*, VII-82, N° 206; BC Cuneo, *Lascito Peano*: carteggio Peano-Vacca, visibile anche nel cd-rom *L'Archivio di Peano*; BSM Torino, *Fondo Peano-Vacca*: libri, taccuini manoscritti, appunti, opuscoli, corrispondenze, in corso di catalogazione.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

E. CARRUCCIO, *Giovanni Vacca, matematico, storico e filosofo della scienza*, Boll. UMI, 3, 8, 1953, p. 448-456; G. BERTUCCIOLI, *Un sinologo scomparso: Giovanni Vacca*, L'Italia che scrive, 1953, nn. 4-5; *In memoriam. Giovanni Vacca*, Oriente Moderno, 33, 1, 1953, p. 65-66; W. MACKENZIE, L. FANTAPPIÉ, *Giovanni Vacca*, Responsabilità del sapere, Roma, gennaio-febbraio 1953, p. 89-91; U. CASSINA, *Giovanni Vacca, la vita e le opere*, Rend. Ist. Lomb. Scienze e Lettere, Cl. Scienze MFN, 86, 1953, p. 185-200, U. CASSINA, *Giovanni Vacca*, Archives Internationales d'Histoire des Sciences, 6, 23-24, 1953, p. 300-305; F. TRICOMI, *Matematici Italiani del primo secolo dello stato unitario*, Mem. Acc. Sci. To, Cl. Scienze MFN, 4, 1, 1962, p. 112-113; H.C. KENNEDY, *Peano storia di un matematico*, ed. it. Torino, Boringhieri, 1983, p. 126-128; L. GIACARDI, C.S. ROERO, *Bibliotheca Mathematica*, Torino, Allemandi, 1987, p. 182; G. OSIMO (a cura di), *Colloquio con Roberto Vacca*, Lettera Pristem, 4, 1992, p. 2-4; G. OSIMO (a cura di), *Lettere di Giuseppe Peano a Giovanni Vacca*, Quaderni PRISTEM, 3, Milano 1992; Enciclopedia Italiana, Roma, Istituto dell'Enciclopedia italiana Treccani, vol. 34, 1995, p. 871; P. NASTASI, A. SCIMONE (a cura di), *Lettere a Giovanni Vacca*, Quaderni PRISTEM, 5, Palermo 1995.

AGOSTINO BORIO

1873 - 1962

Agostino Borio nacque a Torino il 27 novembre 1873 da Giovanni e Margherita Lazzarino. Dopo aver compiuto gli studi superiori al Liceo Gioberti, si iscrisse nel 1891 al corso di laurea in Matematica della Facoltà di Scienze MFN dell'Ateneo torinese, ottenendo per tre anni, in virtù dell'eccellente *curriculum*, un posto gratuito nel R. Collegio Carlo Alberto per gli studenti delle Province e due menzioni onorevoli ai premi di studio Balbo, Bricco e Martini. Conseguita la laurea in Matematica il 30 ottobre 1895 e quella in Fisica l'11 dicembre dell'anno successivo, Borio intraprese la carriera di insegnante nei Licei di Cuneo e di Aosta.

Influenzato nelle sue ricerche da Peano, con cui si mantenne in contatto epistolare fra il 1906 e il 1929, Borio fu tra i collaboratori alla quarta edizione del *Formulario Matematico* (1902-03). Il retaggio di quest'esperienza si avverte fortemente, soprattutto negli articoli divulgativi e di matematica elementare sui logaritmi, sulle pro-

gressioni aritmetiche e sui problemi pratici, che testimoniano l'apprezzamento per il linguaggio logico-ideografico, il gusto per la storia della matematica e per i calcoli approssimati e la volontà di rendere maggiormente rigorosi e accattivanti gli argomenti scientifici. Borio pubblicò pure manuali destinati agli istituti medi e curò nel 1924 l'edizione riveduta ed aggiornata di uno dei migliori testi scolastici redatti nell'ambito della Scuola di Peano: l'*Aritmetica generale e Algebra* di Marco Nassò, la cui prima edizione (1898) aveva raccolto ampi consensi in Italia ed all'estero.

Borio aderì alle iniziative in favore del *latino sine flexione*, fu socio dell'*Academia pro Interlingua* dal 1910, membro del suo consiglio direttivo dal 1913 e autore di brevi articoli in *latino sine flexione.*

Morì a Torino il 1° aprile 1962.

Elenco delle pubblicazioni

1907 *Proiettività nello spazio di punti generate da proiettività nello spazio di rette*, Periodico di Matematiche, 52, 1907, pp. 261-264.

1909a (con Alberto Noelli), *Corso di scienze fisiche e naturali e d'igiene per le scuole complementari e normali*, Milano, Sandron, 4 voll., 1908-1909.

1909b *La sismologia*, Aosta, Cattolica, 1909.

1911 *Finale de substantivo*, ApI *Discussiones*, 2, a. XXIV, 3, 1911, pp. 75-81.

1912 *Logica symbolico*, ApI *Discussiones*, 3, a. XXV, 6, 1912, pp. 170-173.

1917 *Problemi pratici*, Bollettino di Matematica, 15, 1917, pp. 26-28.

1922a *Una teoria semplice dei logaritmi*, Cuneo, Unione Tip. Ed. Provinciale, 1922.

1922b *Logarithmo*, ApI *Discussiones*, n. 3, 1922, pp. 8-9.

1924 *Aritmetica generale e Algebra*, Torino, SEI, 1924.

1925a *Elementi di aritmetica pratica per le scuole medie di primo Grado*, Torino, SEI, 1925.

1925b *Progressione arithmetico de gradu superiore ad uno*, Cuneo, Menzio, 1925.

1925c *Elementi di geometria per il Ginnasio Inferiore*, Torino, SEI, 1925.

1934 *Elementi di geometria per il Ginnasio superiore e per il Corso Inferiore dell'Istituto Magistrale*, Torino, SEI, 1934.

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN, 1891-92*, IX A 128, n° matr. 307, p. 10. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 30.6.1890 al 5.5.1902*, XD 193, pp. 91, 110 (non è riporta-

to l'argomento della tesi e delle sottotesi discusse); BC Cuneo: *Lascito Peano*: carteggio A. Borio - G. Peano, visibile anche sul cd-rom *L'Archivio Giuseppe Peano.*

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuario dell'Università di Torino: 1891-92, pp. 182, 268; 1892-93, pp. 245, 303, 325; 1893-94, pp. 224-225, 258, 323; 1894-95, pp. 238-239, 339, 359; 1895-96, pp. 239, 302; 1896-97, p. 224.

GIULIANO PAGLIERO

1873 - 1949

Giuliano Pagliero nacque a Savigliano (Cn) il 23 maggio 1873 da Giuseppe e Luigia Gramegna. Dopo aver frequentato il Liceo di Cuneo, nel 1892 si iscrisse al corso di laurea in Medicina dell'Università di Torino. L'anno successivo chiese di passare al secondo anno di Matematica o di Scienze Naturali, ma entrambe le domande furono respinte dal Consiglio della Facoltà di Scienze MFN. Nel dicembre del 1893 ottenne il passaggio al primo anno del corso di studi in Matematica, che completò, conseguendo la laurea il 26 ottobre 1898 e nello stesso anno si diplomò alla Scuola di Magistero, nella sezione di Matematica. Dall'a.a. 1905-06 all'a.a. 1919-20 Pagliero fu assistente di G. Peano sulla cattedra di Calcolo infinitesimale ed operò, contemporaneamente, presso la R. Scuola superiore di studi applicati al commercio di Torino, come professore di Matematica, passando infine all'insegnamento nelle scuole secondarie.

L'attività scientifica di Pagliero si sviluppò interamente sotto la guida di Peano, che presentò all'Accademia delle Scienze di Torino alcuni suoi articoli su temi di geometria differenziale e di calcolo numerico, e lo coinvolse nell'edizione del *Formulario* e nelle *Conferenze Matematiche Torinesi.*

Nel 1908 Pagliero si occupò della riedizione, opportunamente aggiornata, della *Bibliographia* di storia della matematica, che era stata composta da G. Vacca per la precedente edizione del 1902-03 del *Formulario.* Egli curò inoltre il corposo capitolo di applicazioni del calcolo infinitesimale dedicato alla *Theoria de curvas*, affiancata da 24 tavole. Ricorrendo ai metodi del calcolo geometrico-vettoriale e uti-

lizzando i simboli ideografici, Pagliero esponeva qui le principali proprietà di un'ampia rassegna di curve, come le coniche, la parabola di ordine *n*, l'esponenziale, la catenaria, la trattoria, la sinusoide, la tangentoide, le spirali, la cocleoide, la cicloide, l'evolvente della circonferenza, l'asteroide, l'epicicloide, la chiocciola di Pascal, la cardioide, la cissoide, la podaria, la concoide e l'elica. Per agevolare la comprensione delle applicazioni geometriche del Calcolo infinitesimale da parte degli studenti, Pagliero raccolse una collezione di modellini di curve, che nel 1912 fu venduta alla Biblioteca Speciale di Matematica dell'Università di Torino [1].

Altre sue pubblicazioni erano connesse alla sua attività di insegnante e includevano vari manuali e compendi di matematica per le scuole superiori e per il primo biennio universitario, accurati, ma di esile originalità.

Socio fin dal 1909 dell'*Academia pro Interlingua* presieduta da Peano, ne fu il tesoriere dal 1910 al 1913, vicedirettore nel 1911 e direttore nel 1913. Pagliero collaborò pure con il Maestro nell'attività di promozione dell'Interlingua, intervenendo spesso sulle riviste dell'ApI *Discussiones* e *Circulares* e pubblicando nel 1907 in *latino sine flexione* il testo *Applicationes de calculo infinitesimale*, « tanto apprezzato » da Peano e da lui spesso citato (Peano 1908a, pp. XIV-XV e 1915j, p. 172).

Giuliano Pagliero morì a Torino il 6 novembre 1949.

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1900 *Esercizi di calcolo infinitesimale: derivate, integrali, vettori a.a. 1899-1900*, Torino, Giorgis, 1900.

1904 *Esercizi di geometria projettiva a.a. 1903-1904*, Torino, Paris, s. d. [1904].

1907 *Applicationes de calculo infinitesimale*, Torino, Paravia, 1907.

1908 *La cassa salvaguardia della Unione Nazionale viaggiatori e rappresentanti di commercio*, Torino, Paravia, 1908.

1909a *Geodetica d'una superficie di rivoluzione*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 44, 1908-09, pp. 707-710.

[1] Cfr. L. GIACARDI, *La collezione di modelli geometrici della Biblioteca speciale di matematica « G. Peano »*, in G. GIACOBINI (a cura di), *La memoria della scienza. Musei e collezioni dell'Università di Torino*, Torino, Fondazione CRT, 2003, pp. 251-256.

1909b *Corso di matematica finanziaria: elementi di calcolo infinitesimale con applicazioni all'attuaria*, Torino, Viretto, s. d. [1909].
1909c *Volapük et Esperanto*, ApI *Discussiones*, 1, 22, 2, 1909, pp. 35-36.
1909d *Ido*, ApI *Discussiones*, 1, 22, 2, 1909, pp. 39-42.
1910a *Lezioni di Calcolo infinitesimale, con applicazioni all'attuaria*, Torino, Paris, 1910.
1910b *De orthographia*, ApI *Discussiones*, 1, 23, 3, 1910, pp. 59-61.
1910c (con G. Peano), «*Discussiones» in «Progreso»*, ApI *Discussiones*, 1, 23, 3, 1910, pp. 77-81.
1910d *Demonstratione elementare de theorema super incremento de capitale investito in titulo de redditu*, ApI *Discussiones*, 1, 23, 3, 1910, pp. 84-87.
1910e *De articulo*, ApI *Discussiones*, 1, 4, 1910, p. 100.
1910f (con G. Peano), «*Discussiones» in «Progreso»*, ApI *Discussiones*, 1, 4, 1910, p. 107.
1910g *De Articulo*, ApI *Discussiones*, 1, 6, 1910, p. 162.
1910h *Studio de grammatica*, ApI *Discussiones*, 1, 6, 1910, pp. 174-178.
1910i (con G. Peano), *Notitias de Academia*, ApI *Discussiones*, 1, 6, 1910, pp. 182-185.
1911a *Resto nella formula di Lubbock*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 46, 1910-11, pp. 389-408.
1911b *I numeri primi da 100.000.000 a 100.005.000 calcolati dagli allievi Feraud, Quaranta, Terracini della R. Scuola media maschile di commercio, sotto la direzione del Prof. G. Pagliero*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 46, 1910-11, pp. 766-770.
1911c *Sommario di Aritmetica ed Algebra*, Torino, Libreria del R. Politecnico, s.d. [1911].
1911d *Nozioni preliminari al corso di matematica finanziaria nella R. Scuola Superiore di Commercio*, Torino, Paris, 1911.
1911e (con G. Peano), *Resolusioni fasied per Akademi internasional de lingu universal* [con *Nota de Directore in 1911*], ApI *Discussiones*, 2, 1, 1911, pp. 7-24.
1911f *De articulo*, ApI *Discussiones*, 2, 24, 4, 1911, pp. 96-101.
1911g *Studios commerciale in Italia*, ApI *Discussiones*, 2, 25, 5, 1911, pp. 122-124.
1912a *Come si risolvono i problemi d'interesse, coi prontuarii, coi logaritmi, colle serie*, Torino, Lattes, 1912.
1912b (con G. Peano), *Ad socios de Academia*, ApI *Discussiones*, 3, 1, 1912, pp. 1-3.
1912c (con G. Peano), *Bibliographia*, ApI *Discussiones*, 3, 1, 1912, pp. 44-52.

1912d (con G. Peano), *Nota de directore*, ApI *Discussiones*, 3, 3, 1912, pp. 77-84.

1912e (con G. Peano), *Propositiones in discussione*, *I. Vocabulario. II. Orthographia. III. Phonetica. IV. Grammatica*, ApI *Discussiones*, 3, 4, 1912, pp. 101-104.

1912f (con G. Peano), *Propositiones in discussione*, ApI *Discussiones*, 3, 5, 1912, pp. 141-143.

1912g *Propositiones in discussione*, ApI *Discussiones*, 3, a. XXV, n. 6, 1912, p. 163.

1913a (con G. Peano), *Ad socios de Academia*, ApI *Discussiones*, 4, 1, 1913, pp. 3-4.

1917 *Come si usano i logaritmi per calcolare rapidamente. Teoria e Pratica. Tavola dei logaritmi a quattro decimali*, Torino, Paravia, 1917, 2ª ed. 1930.

1928 *Testo completo di Matematica per gli Istituti Commerciali*, Torino, Gili, 1928.

1930a *Matematica finanziaria e matematica attuariale*, Torino, Paravia, 1930.

1930b *Algebra per i ginnasi superiori ed i licei classici*, Torino, Paravia, 1930.

1931 *Matematica: le principali cose da ricordarsi negli studi, nelle applicazioni ed agli esami*, Torino, Olivero, 1931.

1932 *Esercizi di Matematica per gli Istituti Commerciali*, Torino, Paravia, 1932.

1933 *Lezioni ed esercizi di geometria analitica e proiettiva 2ª ed. con modificazioni ed aggiunte*, Torino, Rattero, 1933.

1935 *Lezioni ed esercizi di matematica per la preparazione agli esami di maturità classica ed agli esami di ammissione alle RR. Accademie militari di Torino e di Modena*, 2ª ed., Torino, Paravia, 1935.

1936a *Elementi di analisi infinitesimale: derivate, integrali, teoremi fondamentali, equazioni differenziali*, 4ª ed., Torino, Paravia, 1936.

1936b *Sunto di geometria analitica*, Torino, Gili, 1936.

1936c *Sunto di geometria proiettiva*, Torino, Gili, 1936.

1938a *Sunto di matematica per le scuole medie superiori e per l'ammissione alle R.R. accademie militari di Modena e Torino ed alla R. accademia navale di Livorno: aritmetica, algebra, geometria, trigonometria, 4ª ed. aggiornata cogli ultimi programmi*, Torino, Rattero, 1938.

1938b *Lezioni ed esercizi di geometria analitica, proiettiva e descrittiva. Vol. 1., Vettori. Geometria analitica; Vol. 2., Geometria proiettiva e descrittiva, 3ª ed. con modificazioni ed aggiunte*, Torino, Rattero, 1938.

1941a *Calcolo vettoriale elementare. Teoria ed esercizi*, Torino, Rattero, 1941.

1941b *Domande per l'esame di geometria analitica proiettiva-descrittiva*, Torino, Rattero, 1941.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN dal 27.10.1893 al 31.10.1893*, IX A 130, n° matr. 628, p. 70. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 30.6.1890 al 5.5.1902*, XD 193, p. 142; BC Cuneo, *Lascito Peano*, cartella *Academia pro Interlingua*, Documenti, visibile anche sul cd-rom *L'Archivio Giuseppe Peano.*

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1894-95, pp. 273, 338; 1895-96, p. 301; 1896-97, p. 287; 1898-99, p. 258; 1905-06, p. 99; 1906-07, p. 100; 1907-08, p. 80; 1908-09, p. 110; 1909-10, p. 77; 1910-11, p. 115; 1911-12, p. 85; 1912-13, p. 91; 1913-14, p. 80; 1914-15, p. 72; 1915-16, p. 106; 1917-18, p. 57; 1918-19, p. 41; 1919-20, p. 142; H.C. KENNEDY, *Peano storia di un matematico*, ed.it., Torino, Boringhieri, 1983, pp. 157-158, 178, 206.

ANGELO PENSA

1875 - 1960

Angelo Pensa nacque a Savigliano (Cn) il 28 luglio 1875 da Paolo e Annetta Nasi. Dopo aver conseguito la maturità presso il R. Istituto tecnico di Cuneo, nell'ottobre del 1894 si iscrisse al corso di studi in Matematica dell'Università di Torino, che completò con un ottimo *curriculum*, ottenendo il secondo premio nel concorso Balbo, Bricco e Martini per l'anno 1894-95 e la menzione onorevole per l'anno 1896-97. Si laureò con il massimo punteggio il 1° luglio 1899 e il 15 luglio 1905 si diplomò a pieni voti alla Scuola di Magistero, nella sezione di Matematica. Dall'a.a. 1904-05 fu assistente alla Scuola di Geometria proiettiva e descrittiva diretta da Gino Fano e mantenne tale incarico fino all'a.a. 1909-10, quando passò all'insegnamento secondario, come docente di Matematica nella Scuola tecnica Lagrange di Torino.

L'attività di ricerca di Pensa, per la maggior parte inerente la teoria delle omografie vettoriali, confluì in numerosi articoli apparsi su autorevoli riviste o presentati da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino. Le sue ricerche si inserivano, all'interno della Scuola di Peano, nel filone coltivato da C. Burali-Forti, M. Bottasso, R. Marco-

longo e T. Boggio. Pensa applicò i metodi vettoriali allo studio di vari problemi di meccanica razionale, fisica matematica e geometria differenziale, approfondendo in particolare le proprietà di alcuni operatori differenziali omografici, da lui esposte nel volume *Transformations linéaires* della collana *Analyse vectorielle générale* (Pavia, Mattei, 1912).

In relazione alla sua professione di insegnante di scuola secondaria, Pensa si occupò con entusiasmo di questioni didattiche e partecipò attivamente alle *Conferenze Matematiche Torinesi*, organizzate da Peano, Boggio e Bottasso all'Università dal 1915 al 1925. Pubblicò alcuni articoli e recensioni su periodici per i docenti di matematica e fisica e nel 1912 il testo *Elementi di Geometria ad uso delle scuole secondarie inferiori*, in cui utilizzava gli studi sui fondamenti della geometria condotti da Mario Pieri e da Peano. Ottimamente recensiti sul *Bollettino di Matematica* da G. Moglia (11, 1912, pp. 194-197), gli *Elementi* di Pensa furono molto apprezzati nella Scuola di Peano per la precisione del linguaggio e per la semplicità della trattazione, oltre che per il « continuo riferimento ad enti concreti del mondo fisico e per la disposizione dei vari argomenti in modo tale da poter fare ... continuamente applicazioni o metriche o grafiche », come sottolineò Burali-Forti nella Prefazione al volume. Le maggiori novità presentate nel libro riguardavano i calcoli con i numeri irrazionali e quelli approssimati che coinvolgono π. L'adozione di questo testo nella scuola torinese dove Pensa insegnava suscitò tuttavia l'opposizione di un collega, come ebbe a rilevare T. Boggio nella lettera a Peano del 1.7.1912 [1].

[1] BC Cuneo, *Lascito Peano*, ms. N. 102921: « L'amico nostro Prof. Pensa ha pubblicato recentemente un ottimo volumetto di Geometria elementare, che Lei avrà certo visto, e che dai competenti – come ad es. il nostro Vacca – è stato giudicato il migliore dei libri del genere. Esso è già stato adottato in varie scuole, e il Pensa, naturalmente, vorrebbe pure adottarlo nella Scuola Tecnica Lagrange, ove lui insegna. Sennonché in tale scuola insegna pure un altro insegnante, più anziano del Pensa, e piuttosto bestia, il quale è abituato ai soliti metodi sbagliati di molti anni fa, e non riesce a leggere e capire il libro del Pensa. Egli vuol continuare ad adottare i libri degli anni passati, non solo, ma – e qui c'è l'enormità – il Direttore vorrebbe obbligare il Pensa ad adottare anche lui gli stessi libri. Frattanto, in mancanza di accordo il Pensa non ha ancora fatto proposte di libri ».

Socio dell'*Academia pro Interlingua* dal 1912 al 1928, Angelo Pensa morì a Frossasco (To) il 15 gennaio 1960.

Elenco delle pubblicazioni

1900 *Sull'influenza di alcune singolarità di superficie sul genere numerico e sul bigenere P, con applicazioni alla determinazione di superficie razionali di quinto ordine*, Mondovi, Vescovile, 1900, 28 p.

1901 *Sulle superficie razionali di 5° ordine*, Annali di Matematica pura ed applicata, 3, 6, 1901, pp. 249-288.

1903 *A proposito di una formula di geometria metrica*, Suppl. al Periodico di Matematica, 6, 1903, pp. 135-138.

1912a *Sopra alcuni operatori differenziali omografici*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 48, 1912, pp. 149-154.

1912b *Elementi di Geometria ad uso delle scuole secondarie inferiori*, Torino, Galliziio, 1912, 2ª ed. 1914, 6ª ed. 1919, 9ª ed. 1922, 11ª ed. 1928.

1913a *Sopra alcune proprietà del moto di un corpo rigido*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 36, 1913, pp. 91-98.

1913b *Sull'algoritmo dei prodotti e delle potenze per le grandezze*, Bollettino di Matematica, 12, 1913, pp. 49-62.

1914a *Alcune applicazioni delle formule di Frenet*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 49, 1913-14, pp. 1135-1161.

1914b *Sulla risoluzione di equazioni vettoriali ed omografiche*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 49, 1913-14, pp. 987-1012.

1917a *Su alcune omografie speciali e sugli operatori omografici C, R*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 53, 1917, pp. 23-36.

1917b *Sull'operatore omografico R'*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 53, 1917, pp. 81-93.

1918a *Generalizzazione di una trasformazione di d'Ocagne* in Francesco Gerbaldi, Gino Loria (a cura di), *Scritti matematici offerti ad Enrico d'Ovidio*, Torino, Bocca, 1918, pp. 210-226.

1918b *Una espressione differenziale vettoriale alternata*, Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, s. 5, 27, 3, 1918, pp. 113-117.

1919 *Geometria assoluta dei vettori e delle omografie vettoriali in un S_n euclideo*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 52, 13-15, 1919, pp. 439-453.

1920a *Geometria assoluta delle formazioni geometriche in un S_n euclideo, Nota 1ª*, Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 79, 2, 1919-20, pp. 275-292.

1920b *Osservazioni sui concetti fondamentali e sulle notazioni regolari dei vettori*, Bollettino di Matematica, 17, 4-7, 1920, pp. 104-110; 17, 8-11, 1921, pp. 183-188.

1925 *Le formule di Frenet per le curve di un iperspazio ottenute con metodo vettoriale. Applicazioni alle eliche di un S_n*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 58, 11-15, 1925, pp. 617-636.
1928 *Geodetiche delle rigate sviluppabili generiche e delle superficie coniche*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 63, 1928, pp. 171-184.
1930 *Sul moto di un punto collineare con altri tre che si muovono su tre piani fissi*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 65, 1930, pp. 287-298.
1931 *Sui punti doppi uniplanari di superficie algebriche*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 66, 1931, pp. 225-261.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN 1894-95*, IX A 131, n° matr. 791, p. 89. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 30.6.1890 al 5.5.1902*, XD 193, p. 150. Votazione dell'esame di laurea 90/90 e dell'esame della Scuola di Magistero 30/30; BC Cuneo: *Lascito Peano*: carteggio T. Boggio - G. Peano, ms. N. 102921 lettera del 1.7.1912, visibile sul cd-rom *L'Archivio Giuseppe Peano.*

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1894-95, p. 335; 1895-96, pp. 198-199, 236, 300; 1896-97, pp. 223, 287; 1897-98, pp. 192-193, 308; 1899-1900, p. 288; 1904-05, p. 83; 1905-06, p. 99; 1906-07, p. 100; 1907-08, p. 80; 1908-09, p. 110; 1909-10, p. 76; G. PEANO, *Bibliographia*, 1912ee, pp. 132-133.

TOMMASO BOGGIO

1877 - 1963

Nato a Valperga Canavese (To) il 22 dicembre 1877 da Francesco e Anna Fassino, Tommaso Boggio si trasferì, ancora bambino, a Torino dove compì gli studi superiori presso l'Istituto tecnico Sommeiller con indirizzo fisico-matematico. Nel 1895 si iscrisse al corso di laurea in Matematica dell'Università, risultando vincitore di un posto gratuito presso il Collegio Carlo Alberto per gli studenti delle Province. Fra gli esaminatori di quel concorso vi era Peano. Studente dal brillante *curriculum*, Boggio vinse per tre volte il premio di studio Balbo, Bricco e Martini negli a.a. 1895-96, 1896-97 e 1898-99. Conseguì la laurea l'8 luglio 1899 e nel 1901 si diplomò alla Scuola di Magistero, nella sezione di Matematica.

Dopo la laurea, Boggio intraprese la carriera universitaria, in qualità di assistente e supplente incaricato alla cattedra di Geometria proiettiva e descrittiva dall'a.a. 1899-1900 al 1904-05 e di assistente supplente alla Scuola di Calcolo infinitesimale diretta da Peano per l'a.a. 1903-04. Nel frattempo conseguì la libera docenza in Fisica matematica, disciplina che insegnò a Torino fino al 1908-09 e, come incaricato, anche presso le Università di Pavia e di Genova. Nominato professore straordinario di Matematica finanziaria alla R. Scuola Superiore di Commercio (poi Facoltà di Economia e commercio) di Genova nel 1905, tenne tale insegnamento presso l'Ateneo ligure fino al 1908 e, a Torino, negli anni 1906-1914.

In seguito a concorso, Boggio vinse nel 1908 la cattedra di Meccanica razionale all'Università di Messina ma, a causa del terremoto che colpì la città e a cui scampò miracolosamente, nel dicembre dello stesso anno fu comandato dal Ministero dell'istruzione pubblica a tenere gli insegnamenti di Meccanica razionale e di Fisica matematica a Firenze. In seguito alla prematura scomparsa di Giacinto Morera, nel 1909 Boggio fu chiamato a Torino a ricoprire la cattedra di Meccanica superiore, su cui restò fino al collocamento a riposo nel 1942.

Presso l'Università di Torino Boggio svolse per tutta la vita un'intensa attività didattica: fu incaricato di Algebra e Geometria analitica (1919-1922), di Matematiche complementari (1924-25), di Geometria superiore (1938-40, 1945-47), di Geometria superiore e analitica con elementi di proiettiva (1940-41) e di Calcoli numerici e grafici (1947-48) e supplente di Analisi matematica infinitesimale (1949-50). Ricoprì più volte la carica di direttore di Istituto e operò in qualità di professore ordinario fuori ruolo di Matematiche complementari dal 1948-49 al 1952-53. A partire dal 1909 e per molti anni, tenne infine corsi di varie discipline presso l'Università di Modena e presso l'Accademia di Artiglieria e Genio di Torino.

Esponente di spicco della Scuola di Peano, Boggio fu una figura di indubbio rilievo, cui si devono importanti e vari risultati nei settori della meccanica, della fisica matematica, della geometria, dell'analisi e della matematica finanziaria. La sua attività scientifica, pur risentendo dell'influenza di Peano nella predilezione per i metodi del calcolo geometrico e vettoriale, denotava, fin dai lavori giovanili, una notevole autonomia nelle scelte e nello sviluppo dei programmi di studio, che solo saltuariamente riflettevano e riprendevano i temi cari a Peano.

Tra i contributi più significativi spicca l'estensione alle funzioni di Green di ordine qualunque, relative all'equazione che generalizza quella di Laplace, del teorema di reciprocità per l'ordinaria funzione di Green sulle funzioni armoniche, un'estensione su cui Boggio ritornò più volte, collegandola anche alla teoria dell'equilibrio delle piastre elastiche. Egli si dedicò poi allo studio delle membrane elastiche e delle deformazioni di un ellissoide elastico, soggetto a tensioni date oppure a riscaldamento, e al classico problema della determinazione delle deformazioni di una sfera elastica soggetta a tensioni.

Di rilievo sono pure le sue ricerche sulla teoria del potenziale e sull'induzione magnetica. Nell'ambito delle prime Boggio riuscì a semplificare, con metodi suoi originali, alcuni risultati di E. Betti e di E.L. Mathieu, mentre per quanto concerne le seconde pervenne alla risoluzione diretta del problema dell'induzione magnetica di una sfera con soli integrali definiti, già affrontato in precedenza da vari autori, tra cui C. Somigliana.

Boggio si dedicò anche all'idrodinamica, stabilendo un procedimento sintetico per integrare direttamente le equazioni di Helmholtz relative ai moti vorticosi, considerate nel caso più generale, e si occupò di un classico problema posto da J.P.G.L. Dirichlet nel 1860 e già toccato da B. Riemann e W.A. Steklov, concernente la determinazione dei possibili moti di una massa fluida incomprimibile, i cui elementi si attraggono secondo la legge di Newton, nell'ipotesi che la superficie, soggetta a pressione costante, conservi la forma ellissoidale.

L'ambito in cui maggiore fu l'influenza di Peano e della sua Scuola fu sicuramente il calcolo geometrico. Insieme a Cesare Burali-Forti, Roberto Marcolongo e Pietro Burgatti, Boggio fu uno dei protagonisti dello sviluppo della teoria delle omografie, che aveva i suoi fondamenti nell'opera di J.W. Gibbs e nei trattati di Peano *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale* (1887b) e *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di Hermann Grassmann* (1888a). Il calcolo omografico, così come quello tensoriale, si prefiggeva di dare forma intrinseca, cioè indipendente dalle coordinate, alle equazioni della geometria differenziale, della meccanica, della fisica matematica e così via ma, a causa del suo formalismo greve e spesso ridondante, non incontrò un'ampia ricezione a livello nazionale ed internazionale. Boggio vi dedicò numerosissimi saggi e interi volumi,

fra cui il secondo tomo della collezione *Analisi vettoriale generale e Applicazioni*, dedicato ai *Fondamenti di geometria differenziale* (1931), che rappresentò l'apice della sua collaborazione con la cosiddetta Scuola vettorialista. Insieme a Burali-Forti, Boggio scrisse anche il trattato *Espaces Courbes* (1924), che conteneva una forte critica alla teoria della relatività di Einstein.

Connessi al dialogo scientifico con Peano furono pure gli studi di Boggio di analisi matematica, soprattutto quelli inerenti l'analisi funzionale e la teoria delle equazioni integrali, che il maestro propose nella prima decade del Novecento a Boggio e ad altri suoi allievi, fra cui Bottasso e Gramegna. La consolidata attività didattica di Boggio a contatto con Peano lo portò a redigere un manuale di *Calcolo differenziale con applicazioni geometriche* (1921b), che fu elogiato dal maestro per essere uno dei pochi testi per l'insegnamento universitario in cui si faceva ampio uso delle notazioni della logica ideografica e dei simboli introdotti nel *Formulario Mathematico.*

Collaboratore della terza (1901) e della quarta (1902-03) edizione del *Formulario* per i capitoli di calcolo geometrico e di applicazioni geometriche, Boggio fu poi, insieme a Peano e a Bottasso, uno degli organizzatori delle *Conferenze Matematiche Torinesi* che a partire dal 1914-15 si svolsero nell'Ateneo di Torino per favorire l'aggiornamento degli insegnanti e il dialogo fra i docenti universitari e il personale della scuola secondaria. In questo contesto Boggio tenne le relazioni *Sui numeri immaginari* (1915) e sui *Sistemi di equazioni di secondo grado* (1918).

La collaborazione con Peano proseguì, seppure saltuariamente, negli anni successivi: ad esempio nel 1919 si rivolse al maestro per chiedergli indicazioni didattiche e bibliografiche sulla celebre curva che riempie il quadrato [1]. Nel 1928 Boggio fu membro del *Comitatu generale pro honores ad Peano* in occasione del suo 70° compleanno e nel 1932 curò i necrologi apparsi sull'*Annuario dell'Università* e negli *Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino.*

Numerosi furono i riconoscimenti ricevuti da Boggio in vita per la sua produzione scientifica. Fra questi spicca il premio Vaillant per

[1] Cfr. F. ARZARELLO, C.S. ROERO, *Un inedito di Peano sulla sua celebre curva. Le radici logico-aritmetiche di un oggetto geometrico*, in C.S. Roero (a cura di), *Giuseppe Peano matematica, cultura e società*, Cuneo, L'Artistica Savigliano, 2001, pp. 8-26.

il 1907 che, su relazione di Henri Poincaré, gli venne conferito dall'Académie des Sciences di Parigi e il titolo di « Lauréat de l'Institute de France ». Fu inoltre Grand'Ufficiale dell'Ordine della Corona d'Italia, Ufficiale dell'Ordine dei SS. Maurizio e Lazzaro, Socio nazionale dell'Accademia delle Scienze di Torino dal 1924, Membro del CNR per la Matematica e Direttore dell'Ufficio tecnico e di statistica della Cassa mutua cooperativa italiana per le pensioni nel 1907.

Tommaso Boggio morì a Torino il 25 maggio 1963.

Elenco delle pubblicazioni

1900a *Integrazione dell'equazione in una corona circolare e in uno strato sferico*, Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 59, 2, 1899-1900, pp. 497-508.

1900b *Sull'equilibrio delle membrane elastiche piane*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 35, 1899-1900, pp. 219-239.

1900c *Un teorema di reciprocità sulle funzioni di Green d'ordine qualunque*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 35, 1900, pp. 498-509.

1900d *Sull'equilibrio delle membrane elastiche piane*, Nuovo Cimento, 4, 12, 1900, pp. 170-190.

1900e *Additions au Formulaire*, RdM, 7, 1900-01, pp. 70-72.

1901a *Sull'equilibrio delle membrane elastiche piane* Nota II, Nuovo Cimento, s. 5, 1, 1901, pp. 161-178.

1901b *Sopra alcune funzioni armoniche o bi-armoniche in un campo ellittico od ellissoidico*, Atti R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 60, 2, 1900-1901, pp. 433-442.

1901c *Integrazione dell'equazione in un'area ellittica*, Atti R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 60, 2, 1900-1901, pp. 591-609.

1901d *Additions et corrections au Formulaire a. 1901*, RdM, 7, 1900-01, pp. 85-110.

1901e *Additions au Formulaire a. 1901*, RdM, 7, 1900-1901, pp. 173-184.

1901f *Sull'equilibrio delle piastre elastiche piane*, Rendiconti R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, s. 2, 34, 1901, pp. 793-808.

1901g *Sull'equilibrio delle piastre elastiche incastrate*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 10_1, 6, 1901, pp. 197-205.

1902a *Sull'equilibrio delle membrane elastiche piane*, Atti R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 61, 2, 1901-1902, pp. 619-636.

1902b *Costruzione mediante integrali definiti di funzioni armoniche o poliarmoniche nell'area esterna ad un'ellisse, per date condizioni al contorno*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 11_1, 8, 1902, pp. 303-309.

1902c *Sulle soluzioni comuni a due equazioni lineari a derivate parziali con due variabili indipendenti*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Classe di Scienze FMN, s. 5, 11_1, 12, 1902, pp. 513-519.

1903a *Sullo sviluppo in serie di alcune funzioni trascendenti elementari*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 38, 1903, pp. 171-178.

1903b *Risoluzione del problema generale della induzione elettrodinamica nel caso di un piano conduttore indefinito*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 38, 1903, pp. 448-466.

1903c *Sull'integrazione di alcune equazioni lineari alle derivate parziali*, Annali di Matematica pura ed applicata, s. 3, 8, 1903, pp. 181-231.

1903d *Sulla legge elementare di Weber relativa alle azioni elettrodinamiche di due cariche elettriche in movimento*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 12_2, 1903, pp. 14-22, 54-59.

1904a *Induzione prodotta da un campo magnetico qualunque sopra una sfera isotropa*, Rendiconti R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, s. 2, 37, 1904, pp. 123-135.

1904b *Sulla deformazione delle piastre elastiche cilindriche di grossezza qualunque*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Classe di Scienze FMN, s. 5, 13_2, 10, 1904, pp. 419-427.

1904c *Risoluzione di due problemi sull'induzione magnetica*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 37, 1904, pp. 405-416.

1905a *Sulla deformazione delle piastre elastiche soggette al calore*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 40, 1904-05, pp. 219-240.

1905b *Sulle funzioni di Green d'ordine m*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 20, 1905, pp. 97-135.

1905c *Sulle funzioni associate e sulle linee di forza di un ellissoide di rotazione eterogeneo*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, s. 2, 38, 1905, pp. 454-462.

1906a *Sulla deformazione di una sfera elastica isotropa*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 41, 1905-06, pp. 579-587.

1906b *Esercizi di geometria descrittiva 1905-1906 svolti dai dottori Boggio e Pensa*, Torino, Checchini, [1905-06].

1906c *Sull'interesse continuo a tasso variabile e sulle Assicurazioni*, Torino, 1906.

1906d *Sulla deformazione di un ellissoide elastico*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Classe di Scienze FMN, s. 5, 15_1, 2, 1906, pp. 104-111.

1906e *Risoluzione del problema dei valori al contorno per alcune classi di equazioni alle derivate parziali*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 21, 1° sem. 1906, pp. 283-306.

1906f *Trasformazione di alcune funzioni potenziali*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 22, 1906, pp. 220-232.

1906g *Nuova risoluzione del problema dell'induzione magnetica per una sfera isotropa*, Nuovo Cimento, 5, 11, 1906, pp. 186-189.

1906h *Nouvelle résolution du problème de l'induction magnétique pour une sphère isotrope*, Compte rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 142, 1906, pp. 701-703.

1907a *Lezioni di Matematica Finanziaria vol. I*, Genova, Castello, 1907, 3° ed. 1908.

1907b *Nuova risoluzione di un problema fondamentale della teoria dell'elasticità*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Classe di Scienze FMN, s. 5, 16_2, 4, 1907, pp. 248-255.

1907c *Sull'equazione del moto vibratorio delle membrane elastiche*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Classe di Scienze FMN, s. 5, 16_2, 6, 1907, pp. 386-393.

1907d *Determinazione della deformazione di un corpo elastico per date tensioni superficiali*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Classe di Scienze FMN, s. 5, 16_2, 7, 1907, pp. 441-449.

1907e *Integrazione dell'equazione funzionale che regge la caduta di una sfera in un liquido viscoso*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 16_2, 1907, Nota I: pp. 613-620, Nota II, pp. 730-737.

1907f *Sur les potentiels d'un volume attirant dont la densité satisfait à l'équation de Laplace*, Compte rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 144, 1907, pp. 67-70.

1908a *Lezioni di matematica attuariale 1907-1908*, Torino, Checchini, [1907-08].

1908b *Un théorème sur les équations intégrales*, Compte rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 145, 1908, pp. 619-622.

1908c *Sopra alcune formole fondamentali relative alle equazioni integrali*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 17_2, 9, 1908, pp. 454-458.

1908d *Determinazione del tasso reale del prestito con obbligazioni emesso dal Consorzio per l'industria zolfifera siciliana*, Boll. uff. Cassa M.C.I. per le Pensioni, Torino, 1, a. XV, 1908.

1908e *Tavole di commutazione (inglesi)*, Torino, Coop., 1908.

1909a *Sopra una trasformazione delle funzioni poliarmoniche*, Atti R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 68, 2, 1908-09, pp. 309-314.

1909b *Sulla risoluzione di una classe di equazioni algebriche che si presentano nella matematica finanziaria e attuariale*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 44, 1908-09, p. 171.

1909c *Sulle soluzioni comuni a due equazioni lineari alle derivate parziali*, Atti R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 68, 2, 1908-1909, pp. 395-406.

1909d *Sulla risoluzione di una classe di equazioni algebriche che si presentano nella matematica finanziaria e attuariale*, Memorie R. Accademia delle Scienze di Torino, s. 2, 60, 1909, pp. 107-138.

1909e *Sulla funzione di Green per una lastra indefinita*, Rendiconti R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 2, 42, 1909, pp. 611-624.

1909f *Sopra alcuni teoremi di fisica-matematica*, in G. Castelnuovo (a cura di), *Atti del 4. congresso internazionale dei matematici, Roma, 6-11 Aprile 1908*, vol. 3, Roma, Tip. Accademia dei Lincei, 1909, pp. 125-137.

1910a *Sul moto permanente di un solido in un fluido indefinito*, Atti R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 69, 2, 1909-1910, pp. 883-891.

1910b *Dimostrazione assoluta delle equazioni classiche dell'idrodinamica*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 45, 1909-10, pp. 241-253.

1910c *Sul moto stazionario lento di un liquido viscoso*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 19_1, 2, 1910, pp. 75-81.

1910d *Sul gradiente di una omografia vettoriale*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 19_2, 1910, pp. 383-389.

1910e *Sul moto stazionario lento di una sfera in un liquido viscoso*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 30, 1910, pp. 65-81.

1911a *Sul moto di una corrente libera deviata da una parete rigida*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 46, 1910-11, pp. 1024-1047.

1911b *Nouvelle démonstration du théorème de M. Hadamard sur les déterminants*, Bulletin des Sciences Mathématiques, s. 2, 35, 1911, pp. 113-116.

1911c *Calcolo delle azioni dinamiche esercitate da correnti fluide sopra pareti rigide, Note I e II*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 20_1, 1911, pp. 634-641; 901-908.

1911d *Teoremi generali sul carattere invariantivo di espressioni vettoriali*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 32, 1911, pp. 292-296.

1911e *Sulle funzioni di variabile complessa in un'area circolare*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 47, 1911, pp. 22-37.

1912 *Sul moto di una massa liquida che conserva la forma ellissoidale*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 21_2, 5, 1912, pp. 263-270.

1913 *Ripartizione del patrimonio accumulato per il monte pensioni della Unione Nazionale fra Viaggiatori e Rappresentanti di Commercio*, Torino, Tipografia Cooperativa, 1913, pp. 3-10 e 2 Tavv.

1914 *Sulla trasformazione di alcuni integrali che si presentano nell'idrodinamica*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 23_1, 1914, pp. 920-930.

1915a *Sulla formula fondamentale della cinematica dei sistemi rigidi*, Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 74, 1914-15, pp. 1795-1799.
1915b *Resistenza effettiva e resistenza ohmica*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 24_2, 1, 1915, pp. 6-12.
1915c *Algebra elementare: Sebastiano Catania, Grandezze e numeri ...*, Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche, 4, 1915, pp. 1-8.
1915d *Sul problema delle vene confluenti*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 50, 1915, pp. 745-761.
1915e *Sul problema delle vene confluenti*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 50, 1915, pp. 1103-1119.
1915f *Sui numeri immaginari*, Bollettino della Mathesis, 7, aprile 1915, 1, pp. 42-44.
1918 *Sistemi di equazioni di secondo grado*, Bollettino della Mathesis, 10, 1918, 1, pp. 32-37.
1919a *Sulla geometria assoluta degli spazi curvi*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 54, 1918-19, pp. 186-200.
1919b *Geometria assoluta degli spazi curvi. I, II*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 28_1, 1919, pp. 58-62, 169-174.
1920 *Sulle linee di forza di un ellissoide di rotazione stratificato*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 29_1, 1920, pp. 440-443.
1921a (con C. Burali-Forti), *Meccanica razionale*, Torino, Lattes, 1921.
1921b *Calcolo differenziale con applicazioni geometriche. I. Funzioni di una variabile*, Torino, Lattes, 1921.
1921c *Sul teorema di reciprocità delle funzioni di Green*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 30_2, 1921, pp. 488-490.
1922a *Moti relativi e pendolo di Foucault*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, s. 2, 55, 1922, pp. 310-317.
1922b *Sopra un erroneo calcolo numerico relativo alle figure ellissoidali d'equilibrio di masse fluide rotanti*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 5, 31_2, 1922, pp. 15-16.
1924a (con C. Burali-Forti), *Espaces courbes. Critique de la Relativité*, Torino, Sten, 1924.
1924b *Lezioni di analisi matematica*, Torino, Rattero, 1924, 4ª ed. 1933.
1924c (con C. Burali-Forti), *Esercizi di matematica: algebra, geometria, funzioni circolari*, Torino, Petrini, 1924, 1929, 3ª ed., 1934.
1926 *Sullo scostamento geodetico*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 4, 1926, pp. 255-261.
1928a *Omografie e differenziali relativi ad uno spazio curvo*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 7_1, 1928, pp. 811-817.

1928b *L'omografia di Riemann relativa ad uno spazio curvo*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 8_2, 1928, pp. 19-25.
1928c *Identità di Bianchi e omografia di gravitazione*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 8_2, 1928, pp. 126-133.
1928d *Spazi curvi a tre dimensioni ed omografia di Ricci*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 8, 1928, pp. 183-186.
1928e *Nel 4° anniversario della morte di Corrado Segre*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 63, 1928, pp. 303-320.
1929a *L'omografia di Riemann per le ipersuperficie di uno spazio curvo*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 9_1, 1929, pp. 278-283.
1929b *Le ipersuperficie degli spazi a curvatura costante*, Rendiconti Accad. d. L. Roma, s. 6, 9, 1929, pp. 460-465.
1930 (con P. Burgatti, C. Burali-Forti), *Analisi vettoriale generale e applicazioni. II: Geometria differenziale*, Bologna, Zanichelli, 1930.
1931a *Relazione fra le omografie di Riemann relative a due spazi in rappresentazione conforme*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 13_1, 1931, pp. 333-337.
1931b *Formule di calcolo vettoriale negli iperspazi e applicazioni*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 66, 1931, pp. 263-284.
1931c *Teoria vettoriale degli spazi curvi*, Rendiconti Seminario Mat. Roma, s. 2, 7_1, 1931, pp. 38-63.
1931d *Relazione fra le omografie di Riemann relative a due spazi in rappresentazione conforme*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 13, 1931, pp. 333-337.
1931e *Une interprétation physique du tenseur de Riemann et des courbures principales d'une variété* V_3, Compte rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 192, 1931, pp. 611-612.
1931f *Sull'operatore di Laplace e sulle equazioni dell'elasticità negli spazi curvi*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 13, 1931, pp. 412-416.
1931g *Sulla superficie d'onda di Fresnel*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 14, 1931, pp. 551-556.
1931h *Teoria vettoriale degli spazi curvi*, Rend. Sem. Mat. della Fac. di Scienze dell'Univ. di Roma, 2, 7, 1931, pp. 38-63.
1932a *Sulla teoria delle matrici*, Conferenze di Fisica e di Matematica, Torino, 1931-1932, pp. 61-82.
1932b *Sulla curvatura delle linee delle varietà*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 16, 1932, pp. 87-91.
1932c *Alcune formule vettoriali negli spazi curvi a tre dimensioni*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 15, 1932, pp. 189-194.

1932d *Sopra un teorema di Siacci per il moto lungo una curva gobba*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 15, 1932, pp. 721-723.
1933a *Giuseppe Peano*, Annuario dell'Università di Torino, 1932-33, pp. 451-457.
1933b *Commemorazione di Giuseppe Peano*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 68, 1932-33, pp. 436-446.
1933c *Il calcolo geometrico e l'opera del Peano*, Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, 21_2, 1933, pp. 100-102.
1933d *Sull'integrazione delle funzioni razionali*, Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, 21_2, 1933, pp. 105-106.
1933e *Sul teorema di permutabilità delle derivate parziali*, Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, 21_2, 1933, pp. 106-107.
1933f *Sopra alcune formule relative alle linee e ipersuperficie coordinate di una varietà riemanniana*, Bollettino U. M. I., 12, 1933, pp. 208-213.
1933g *Sull'omografia di Riemann relativa ad uno spazio curvo*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 17_1, 1933, pp. 368-374.
1933h *Sulle equazioni della dinamica dei sistemi*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 17, 1933, pp. 452-460.
1934a *Sulla connessione delle varietà*, Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, 22_2, 1934, pp. 149-152.
1934b *Sugli invarianti del quadrato di un'omografia*, Bollettino U. M. I., 13, 1934, pp. 5-7.
1934c *Complementi di matematica*, Torino, Gili, 2ª ed. 1934.
1934d *Elementi di matematica finanziaria e attuariale*, Torino, Gili, 2ª ed. 1934.
1935a *Sopra alcuni sistemi di equazioni differenziali*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 22_2, 1935, pp. 216-220.
1935b *Sull'integrazione delle equazioni idrodinamiche di Helmholtz*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 21, 1935, pp. 415-419.
1935c *Funzioni armoniche in un cerchio e che sul contorno coincidono con una funzione razionale data*, Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, 23_2, 1935, pp. 192-195.
1935d *Sul parallelismo di Levi-Civita per una superficie o varietà qualunque*, Acta Pontificia Academia Scientiarum, 88, 1935, pp. 159-162.
1936a *Sulla curvatura delle superficie e sulle reti di Cebicef*, in *Scritti matematici offerti a Luigi Berzolari*, Pavia, Istituto matematico della R. Università, 1936, pp. 315-328.
1936b *Sunto di analisi algebrica e infinitesimale. Parti I e II*, Torino, Gili, 1936.

1936c *Tavole prontuarie di matematica finanziaria e attuariale*, Torino, Gili, 1936.
1937a *Elementi di Matematica attuariale*, Torino, Gili, 2ª ed. 1937.
1937b *Elementi di matematica finanziaria*, Torino, Gili, 2ª ed. 1937, 1942.
1937c *Appendice agli elementi di matematica finanziaria, diagrammi, interpolazioni*, Torino, Gili, 1937.
1938a *Sulle soluzioni comuni a tre equazioni lineari con derivate parziali*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 73, 1937-38, pp. 58-78.
1938b *Sulla curvatura di una superficie e di una varietà*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 27, 1938, pp. 12-18.
1938c *Sulle soluzioni di un sistema di equazioni con derivate parziali*, Rendiconti R. Accademia dei Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 27_1, 1938, pp. 529-534.
1938d *Intégrale nouvelle des équations du mouvement d'une particule électrisée dans un champ électrique et dans un champ magnétique superposés*, Compte rendus de l'Ac. des Sciences de Paris, 207, 1938, pp. 134-136.
1938e *Sur le mouvement d'une particule électrisée dans un champ électrique et dans un champ magnétique superposés*, Compte rendus de l'Ac. des Sciences de Paris, 207, 1938, pp. 1189-1190.
1938f *Sul moto di un corpuscolo elettrizzato in un campo elettrico e in un campo magnetico sovrapposti*, Bollettino dell'U. M. I., 17, 1938, pp. 234-240.
1938g *Lezioni di matematica. Algebra, geometria, trigonometria*, Torino, Gili, 1938, 1940, 1942.
1938h *Lezioni di analisi algebrica e infinitesimale*, Torino, Rattero, 1938.
1939 (con C. Agostinelli), *Lezioni di geometria analitica proiettiva e descrittiva. Con molti esercizi*, Torino, Gili, 1939, 1945.
1941 *Pietro Burgatti 1868-1938, Commemorazione tenuta nell'adunanza a classi unite del 25 giugno 1941*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 76, 1940-1941, pp. 3-5.
1942 *Esercizi di analisi algebrica e infinitesimale. I. 2. ed. con aggiunte*, Torino, Viretto, 1942.
1945 *Complementi di analisi algebrica e infinitesimale*, Torino, Viretto, 1945.
1946 (con V. Dominedo), *Appunti di matematica finanziaria*, Torino, Viretto, 1946, 2ª ed. 1947, 1948.
1947 (con C. Agostinelli), *Lezioni di matematica: algebra, geometria, trigonometria*, Torino, Gheroni, 5ª ed. 1947.
1948 (con F. Giaccardi), *Matematica attuariale* in *Enciclopedia delle matematiche elementari*, vol. 3, parte 2, Milano, Hoepli, 1948, pp. 414-480.

1949a (con D. Negri), *Esercizi di analisi algebrica ed infinitesimale Vol. I*, Roma, D.O.C.E.T. Edizioni Universitarie, [1949].
1949b *Meccanica razionale con molti esercizi anno 1949-50*, Torino, s.e., 1949.
1949c *Algebra per i licei classici e scientifici e gli istituti tecnici d'ogni tipo*, Torino, Petrini, 1949.
1950a *Trigonometria piana per i licei classici e scientifici, gli istituti tecnici per geometri e industriali d'ogni indirizzo*, Torino, Petrini, 1950.
1950b *Sopra due notevoli formule di Calcolo vettoriale*, Bollettino dell'U.M.I., s. 3, 5, 1, 1950, pp. 54-56.
1950c *Temi svolti di concorsi a cattedre di matematica per scuole medie e istituti tecnici*, Asti, Arethusa, [1950].
1950d *Temi svolti di concorsi: esami di stato a cattedre di matematica per avviamento*, Asti, Arethusa, [1950].
1950e *Temi svolti di concorsi a cattedre di matematica per licei e istituti magistrali*, Asti, Arethusa, [1950].
1951a *Appunti di matematica finanziaria*, Torino, Viretto, 4ª ed. 1951.
1951b (con F. Giaccardi), *Compendio di matematica finanziaria: operazioni di credito*, Torino, Giappichelli, 1951, 1952, 1962.
1951c (con F. Giaccardi), *Compendio di matematica attuariale*, Torino, Giappichelli, 1ª ed. 1951, 2ª ed. 1954, 1960.
1951d (con F. Giaccardi), *Lezioni di matematica generale ad uso degli studenti delle Facoltà di economia e commercio*, Torino, Giappichelli, 1951, 1955, [1963].
1954 (con F. Giaccardi), *Esercizi di matematica generale. Analisi algebrica e infinitesimale, geometria analitica*, Torino, Viretto, 1954.
1955 *Il calcolo geometrico di Peano*, in A. Terracini (a cura di), *In memoria di Giuseppe Peano*, Cuneo, Liceo Scientifico Statale, 1955, pp. 65-69.
1956 (con F. Giaccardi), *Esercizi di matematica generale*, Torino, Giappichelli, 1956.
1957 (con F. Giaccardi), *Esercizi di matematica generale*, Torino, Giappichelli, 1957.
1961 (con F. Giaccardi), *Esercizi e complementi di matematica generale*, Torino, Giappichelli, 1961.

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Iscrizione alla Facoltà di Scienze MFN* a.a. 1895-96, IX A 108, p. 12. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 30.6.1890 al 5.5.1902*, XD 193, p. 153 (non è qui riportato l'argomento della tesi e delle sottotesi discusse). *Verbali delle adunanze dei Prof. Ordinari e Straordinari*, VII 82, N° 168, e p. 139; N° 193; N° 204, 206, 213, pp. 311-

313; pp. 169-170, N° 189; *Verbali delle adunanze dei Prof. Ordinari e Straordinari*, VII 83, pp. 96-103, 112-116, N° 288; N° 274, 290; N° 299, 300, 303; 11 marzo 1915, 20 ottobre 1915; 25 marzo 1915; Acc. Lincei: corrispondenza con Vito Volterra (1 gennaio 1901 - 29 agosto 1918); Enrico d'Ovidio (25 febbraio 1901); Tullio Levi Civita (2 settembre 1900-31 agosto 1938); BC Cuneo: *Lascito Peano*, carteggio T. Boggio - G. Peano, visibile anche sul cd-rom *L'Archivio Giuseppe Peano*; BDM Roma: *Fondo Marcolongo*, corrispondenza con R. Marcolongo (65 lettere, 9 agosto 1909-12 ottobre 1921); BSM Torino: *Fondo Peano-Vacca*, lettere di T. Boggio a G. Vacca (17 ottobre 1905 - 9 dicembre 1916).

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1895-96, pp. 196, 295, 323; 1896-97, pp. 184-185, 219, 284, 306; 1897-98, pp. 192-193, 233, 307, 330; 1898-99, pp. 214-215, 332, 357; 1899-1900, pp. 164, 266-267, 288; 1900-01, p. 70; 1901-02, p. 59; 1902-03, p. 72; 1903-04, pp. 66, 89-90; 1904-05, pp. 55, 82-83; 1905-06, pp. 71, 98-99; 1906-07, pp. 73, 99; 1907-08, pp. 51, 79; 1908-09, pp. 81, 109; 1909-10, p. 74; 1910-11, p. 112; 1911-12, p. 82; 1912-13, p. 89; 1913-14, p. 78; 1914-15, pp. 36, 69; 1915-16, pp. 68, 103; 1917-18, p. 50; 1918-19, p. 34; 1919-20, pp. 109, 139-140; 1920-21, pp. 40, 64-65, 67; 1921-22, pp. 31, 56; 1922-23, pp. 57, 88-90; 1923-24, pp. 57, 92; 1924-25, pp. 49, 52, 82-83, 101; 1925-26, pp. 51, 84; 1926-27, pp. 61, 98; 1927-28, pp. 53, 88; 1928-29, pp. 41, 76; 1929-30, pp. 43, 82; 1930-31, pp. 59, 98; 1931-32, pp. 47, 92; 1932-33, pp. 57, 100; 1933-34, p. 45; 1934-35, pp. 37, 86; 1935-36 e 1936-37, pp. 29, 74; 1937-38, pp. 57, 106; 1938-39, pp. 33, 37, 90, 91; 1939-40, pp. 43, 47, 100, 101; 1940-41, pp. 37, 41, 94, 96, 137; 1945-46, pp. 37, 81, 85, 103; 1946-47 e 1947-48, pp. 94, 155, 156, 163; 1948-49, pp. 38, 101; 1949-50, pp. 72, 138, 140; 1950-51, pp. 68, 136; 1951-52, pp. 46, 119; 1952-53, pp. 40, 119; C. AGOSTINELLI, *Tommaso Boggio*, Annuario dell'Università di Torino 1963-64, pp. 601-604; C. AGOSTINELLI, *Tommaso Boggio*, Atti Accademia delle Scienze di Torino, 99, 1964-65, pp. 281-296; C. AGOSTINELLI, *Necrologio*, Bollettino U.M.I., 3, 19, 1964, pp. 530-532; F.G. TRICOMI, *Matematici torinesi dell'ultimo secolo*, Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino, 102, 1967-68, pp. 272-274; D. GALLETTO, *I rapporti di Einstein con la scuola matematica italiana: Ricci-Curbastro, Bianchi, Levi-Civita*, in *Sette lezioni su Einstein*, Torino, Stampatori, 1980, pp. 166-167; H.C. KENNEDY, *Peano storia di un matematico*, ed. it. Torino, Boringhieri, 1983, pp. 129-130, 253-256; C.S. ROERO, *Tommaso Boggio*, in L. GIACARDI, C.S. ROERO, *Bibliotheca Mathematica*, Torino, Allemandi, 1987, p. 183; A. BASTAI PRAT, *Boggio Tommaso*, DBI, vol. 34, 1988, pp. 463-465; P. NASTASI, A. SCIMONE (a cura di), *Lettere a Giovanni Vacca*, Quaderni PRISTEM, 5, Palermo 1995, p. 13 (lettera di T. Boggio a G. Vacca del 9.12.1916); G. ARRIGHI (a cura di), *Let-*

tere a Mario Pieri (1884-1913), Quaderni PRISTEM, 6, Milano, 1997, p. 14 (lettera di T. Boggio a M. Pieri del 6.2.1911); B. BARBERIS, *Tommaso Boggio*, in C.S. ROERO (a cura di), *La Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche Naturali di Torino 1848-1998*, t. 2, *I Docenti*, Torino, DSSP, 1999, pp. 559-562; U. LUCIA, *Appendice 2 Corrispondenza con T.Boggio*, in P. NASTASI, R. TAZZIOLI (a cura di), *Aspetti di Meccanica e di Meccanica Applicata nella Corrispondenza di Tullio Levi-Civita (1873-1941)*, Quaderni PRISTEM, 14, Palermo, 2003, pp. 427-551; C. BERNARDINI, *Una piccola vicenda dimenticata: Einstein, Burali Forti e Boggio*, Bollettino U.M.I., Sezione A, La Matematica nella Società e nella Cultura, s. 8, 8-A, 2005, pp. 347-355.

ALBERTO TANTURRI

1877 - 1924

Alberto Tanturri nacque a Scanno (Aq) il 17 marzo 1877 da Giuseppe e Angiolina Di Rocco. Dopo aver frequentato il primo biennio presso la R. Accademia Militare di Torino, nel dicembre del 1897 si iscrisse al terzo anno del corso di laurea in Matematica dell'Università, che frequentò con un *curriculum* ottimo, vincendo il premio di studio Balbo, Bricco e Martini nell'a.a. 1899-1900. L'8 luglio 1899 si laureò con il punteggio massimo, discutendo una tesi di geometria enumerativa diretta da Corrado Segre, e si diplomò alla Scuola di Magistero, nella sezione di Matematica, riportando ancora la votazione di eccellenza. Nell'a.a. 1899-1900 fu assunto in qualità di assistente alla cattedra tenuta da Eugenio Bertini presso la Scuola di Disegno dell'Università di Pisa. Si trasferì poi nell'Ateneo torinese, chiamato da C. Segre come assistente alla cattedra di Geometria proiettiva e descrittiva e mantenne tale incarico fino al 1904-05. Dal 1902 intraprese parallelamente la carriera di insegnante di Matematica nelle scuole secondarie, dapprima come supplente al Liceo D'Azeglio di Torino e poi, entrato di ruolo nel 1905, in quello di Carmagnola (To), dove restò fino alla morte.

La produzione scientifica di Tanturri si è articolata su un duplice versante: da un lato le ricerche di Geometria algebrica ed enumerativa, condotte nella scuola di Segre e di Bertini, dall'altro quelle di Calcolo numerico, svolte sotto la guida di Peano. Queste ultime confluirono in un folto gruppo di articoli, presentati dal matematico cu-

neese all'Accademia delle Scienze di Torino fra il 1914 e il 1921. In questi lavori, contraddistinti dall'impostazione metodologica tipica della scuola peaniana, Tanturri faceva costantemente riferimento al *Formulario Mathematico* e, per la trattazione, utilizzava sia il linguaggio ordinario, sia quello logico-ideografico. I risultati erano spesso inseriti nel contesto storico. Ad esempio nel proporre una nuova dimostrazione del prodotto infinito egli richiamava i contributi di Leonhard Euler, Adrien M. Legendre e Karl G. Jacobi. I temi di indagine, fra cui il prodotto e le radici di numeri approssimati, l'estrazione abbreviata della radice quadrata, i prodotti infiniti, le partizioni dei numeri, la funzione di Dirichlet e la funzione *signum* sono fra quelli che ricorrono più spesso nelle *Conferenze Matematiche Torinesi*, organizzate da Peano, Boggio e Bottasso all'Università di Torino. Tanturri ne fu un assiduo frequentatore a partire dal 1915 e, oltre a tenere egli stesso alcune relazioni, intervenne nei dibattiti sull'edizione italiana delle tavole logaritmiche e sulla teoria dell'equivalenza dei poligoni.

Il suo interesse per l'insegnamento e la divulgazione si manifestò anche in una congerie di scritti di carattere compilativo e divulgativo apparsi su riviste didattiche e nel supplemento del *Dizionario di Cognizioni utili* dell'UTET, per il quale anche Peano aveva compilato alcune voci.

Socio dell'*Academia pro Interlingua* dal 1910 e membro del suo consiglio direttivo nel 1913, Tanturri morì a Sulmona (Aq) l'11 maggio 1924, segnato dalla tragica scomparsa della moglie e di una figlia, avvenuta nel 1919 a causa dell'epidemia di influenza spagnola.

Elenco delle pubblicazioni

1900a *Ricerche sugli spazi plurisecanti di una curva algebrica*, Annali di Matematica pura ed applicata, 3, 4, 1900, pp. 67-121.

1900b *Un problema di geometria numerativa sulle varietà algebriche luogo di spazi*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 35, 1900, pp. 427-442.

1902a *Intorno ad alcune semplici infinità di spazi, e sopra un teorema del Prof. Castelnuovo*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 37, 1902, pp. 322-330.

1902b *In qual modo alcuni numeri, relativi ad infinità ellittiche di spazi, si deducano dagli analoghi, relativi ad infinità razionali*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 37, 1902, pp. 413-420.

1903 *Esercizi di geometria proiettiva anno scolastico 1902-1903*, Torino, Paris, [1903].

1904 *Alcune equazioni funzionali ed il numero dei gruppi neutri di seconda specie in una serie lineare*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 39, 1904, pp. 483-489.

1907a *Dalla formola di Pascal a quella di Bernoulli sulle somme delle potenze simili dei primi n numeri*, Periodico di Matematica, 3, 5, 1907, pp. 80-83.

1907b *Sopra una proprietà della superficie di Steiner e sua estensione agli spazi superiori*, Giornale di matematiche (G. Battaglini), 45, 1907, pp. 291-297.

1909 *Solutione N. 4*, ApI *Discussiones*, 1, 22, 2, 1909, p. 51.

1912a *Aliquo systema de cryptographia*, ApI *Discussiones*, 3, 25, 2, 1912, pp. 66-67.

1912b *Dies de septimana et punctos cardinale in horologio*, ApI *Discussiones*, 3, 25, 6, 1912, p. 182.

1912c *Dies de septimana*, ApI *Discussiones*, 3, 25, 7, 1912, pp. 185-188.

1915a *Prodotto di due numeri approssimati. Errore relativo o errore assoluto?*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 50, 1915, pp. 632-648.

1915b *Sull'uguaglianza* $a^b = b^a$ *con a e b interi positivi*, Periodico di Matematica, 31, 1915, p. 186.

1916 *Radici di numeri approssimati ed estrazione della radice quadrata*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 51, 1915-16, pp. 1153-1174.

1917a *Della partizione dei numeri. Ambi, terni, quaterne e cinquine di data somma*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 52, 1916-17, pp. 902-918.

1917b *Sui prodotti infiniti* $(1 - x)(1 - x^2)(1 - x^3) \ldots$ e $(1 + x)(1 + x^2)(1 + x^3) \ldots$, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 53, 1917, pp. 785-792.

1918a *Sul numero delle partizioni d'un numero in potenze di 2*, Atti R. Accademia dei Lincei, Rendiconti della Classe di Scienze FMN, s. 5, 27_2, 1918, pp. 399-403.

1918b *Sul numero delle partizioni d'un numero in potenze di 2*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 54, 1918, pp. 97-110.

1918c *Sulla funzione di Dirichlet e sulla funzione signumx del Kronecker*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 54, 1918, pp. 450-457.

1919 *Voci* in *Dizionario di cognizioni utili. Enciclopedia elementare di Scienze, Lettere, Arti, Agricoltura, Diritto, Medicina, Geografia, ecc..* (direttore Francesco Cosentini), v. 6, *Supplemento*, Torino, Utet, 1919.

1921a *Sulla derivata* n^{esima} *di tangx e di cotx*, Bollettino di Matematica, 17, 1920-21, pp. 156-161.

1921b *Saggio di rappresentazioni analitiche di funzioni singolari*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 56, 1921, pp. 59-66.
1921c *Un'espressione nuova dei numeri Bernoulliani*, Atti R. Accademia dei Lincei, Rendiconti della Classe di Scienze FMN, s. 5, 30_2, 1921, pp. 44-46.
1922a *Teoremi d'addizione delle funzioni sgn e mod; segno del logaritmo e del seno; riduzione al primo quadrante*, Bollettino di Matematica, n.s., 1, 1922, pp. 65-70.
1922b *Parabola de bono samaritano*, ApI *Circulares*, 3, 1922, p. 14.
1923 *Elogio bilingue de Venetia*, ApI *Circulares*, 2, 1923, p. 13, Schola et Vita, I, 1926, p. 176.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN* a.a. 1897-98, n° matr. 1194. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 30.6.1890 al 5.5.1902*, XD 193, p. 152. Votazioni: Laurea 80/80 e lode; Scuola di Magistero 30/30 e lode; BSM Torino: *Fondo Peano-Vacca*, due lettere di A. Tanturri a G. Vacca (14.6.1920 e 4.7.1921), edite in P. NASTASI, A. SCIMONE (a cura di), *Lettere a Giovanni Vacca*, Quaderni PRISTEM, 5, Palermo 1995, pp. 173-174.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1897-98, p. 307; 1898-99, p. 333; 1899-1900, pp. 266-267, 288; 1900-01, p. 70; 1901-02, p. 59; 1902-03, p. 72; 1903-04, p. 90; 1919-20, pp. 245-246; P. TESTI SALTINI, *Alberto Tanturri* in L. GIACARDI (a cura di), *I quaderni di Corrado Segre*, cd-rom N. 1, Torino, Dipartimento di Matematica, 2002.

MATTEO BOTTASSO

1878 - 1918

Matteo Bottasso nacque a Chiusa Pesio (Cn) il 19 aprile 1878 da Vincenzo e Caterina Musso e, dopo aver frequentato l'Istituto tecnico di Genova, nel 1897 si iscrisse al corso di studi in Matematica dell'Università di Torino, che lo vide ottimo studente, più volte vincitore di premi e borse di studio. Conseguì la laurea il 5 luglio 1901 con la votazione massima e il 9 luglio si diplomò alla Scuola di Ma-

gistero, nella sezione di Matematica, riportando ancora il punteggio di eccellenza. L'anno successivo si iscrisse al terzo anno del corso di studi in Fisica, che però non concluse. Dal 1901-02 al 1903-04 Bottasso fu assistente alla Scuola di Geometria proiettiva e descrittiva diretta da Gino Fano. Successivamente seguì un corso di perfezionamento a Parigi ed operò per tre anni all'Università di Bologna, in qualità di assistente di Geometria proiettiva. Nel 1910 fu assunto all'Accademia Militare di Torino e, nel frattempo, partecipò ai concorsi generali per cattedre di Matematica negli Istituti tecnici e nei Licei. Risultato idoneo per entrambe le categorie, prese servizio nella R. Scuola tecnica di Torino. Dopo aver conseguito a Pavia, nel 1915, la libera docenza in Algebra e Geometria analitica, si trasferì sulla cattedra di Meccanica razionale e Fisica matematica all'Università di Messina, dove restò fino alla morte.

La produzione scientifica di Bottasso – che per i suoi pregevoli risultati ottenne nel 1913 il Premio Ministeriale dell'Accademia dei Lincei – consta di una trentina di pubblicazioni su temi di meccanica razionale, geometria differenziale, geometria superiore e matematica finanziaria ed attuariale. Il *leit-motif* delle sue ricerche può essere ravvisato nella volontà di « mettere in evidenza la semplicità e rapidità raggiunta dal calcolo vettoriale nella trattazione delle più svariate questioni, ove gli ordinari metodi cartesiani presentano spesso una complicazione eccessiva », com'ebbe a rilevare Peano (1918e, pp. 87-88). Bottasso contribuì soprattutto alla diffusione dei metodi geometrico-vettoriali e della teoria delle omografie vettoriali e collaborò con C. Burali-Forti e R. Marcolongo alla collana *Analyse vectorielle générale*, redigendo il volume *Astatique* (1914). L'importanza e il pregio dei contributi di Bottasso furono così sottolineati da Peano:

« La perspicuità dell'esposizione, fondata sull'ingegnoso impiego d'una sola omografia, ha permesso all'autore di riunire in breve spazio un ricchissimo materiale. La cura minuziosa usata nel discutere e caratterizzare, con un sottile senso geometrico, i differenti casi particolari, e ad esaurire le questioni, ed in fine, le numerose ed eleganti nuove proprietà, rendono molto interessante questo piccolo volume, che inoltre viene a colmare una lacuna nella nostra letteratura matematica » [1].

[1] G. Peano 1918e, pp. 87-88.

Altrettanto interessanti furono le note *Sull'equazione alle potenze di un'equazione secolare ed applicazione all'equazioni integrali* e *Il teorema di Rouché-Capelli per i sistemi di equazioni integrali* in cui Bottasso illustrava l'analogia fra le funzioni lineari di complessi e le equazioni integrali, applicando il metodo delle omografie vettoriali alla trattazione di questo settore dell'analisi funzionale. Il secondo lavoro, presentato da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino, si riallacciava in particolare allo studio condotto nel 1910 da Maria Gramegna, altra allieva del logico cuneese. Bottasso si proponeva qui di mettere in evidenza la completa analogia che sussiste fra i sistemi lineari di equazioni integrali e i sistemi di equazioni lineari algebriche per quanto concerne le condizioni della loro compatibilità o incompatibilità.

Sensibile al problema della formazione e dell'aggiornamento degli insegnanti, Bottasso fu, con Peano e Boggio, uno degli organizzatori delle *Conferenze Matematiche Torinesi.* Oltre al lavoro di coordinamento, nel marzo del 1915 tenne una conferenza sulle approssimazioni numeriche da cui scaturirono numerosi approfondimenti da parte del pubblico di docenti delle scuole.

Socio dell'*Academia pro Interlingua* dal 1915, Bottasso morì prematuramente a Messina il 4 ottobre 1918.

Elenco delle pubblicazioni

1903 *Sopra le coniche bitangenti alle superficie algebriche*, Annali di matematica pura ed applicata, s. 3, 8, 1903, pp. 233-243.

1909a *I caratteri d'un piano multiplo ciclico la cui curva di diramazione è irriducibile e generale nel suo ordine*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 44, 1908-09, pp. 12-37.

1909b *Alcune singolarità elementari d'un piano multiplo ciclico la cui curva di diramazione è irriducibile*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 44, 1908-09, pp. 255-281.

1912a *Alcune applicazioni delle formule di Frenet*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 47, 1911-12, pp. 38-51.

1912b *Sull'equazione alle potenze di un'equazione secolare ed applicazione all'equazioni integrali*, Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 71, 1912, pp. 917-930.

1912c *Teoremi sopra alcuni invarianti assoluti di espressioni vettoriali*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 34, 1912, pp. 158-164.

1912d *Sopra le equazioni del moto generale e perturbato di un filo inestensibile*, Atti R. Accademia dei Lincei, Rendiconti, Cl. Scienze FMN, s. 5, 21_2, 1912, pp. 587-594.

1913a *Il teorema di Rouché-Capelli per i sistemi di equazioni integrali*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 48, 1912-13, pp. 19-42.
1913b *Omografie vettoriali del piano*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 35, 1913, pp. 1-46.
1913c *Sui sistemi di equazioni ottenuti da un determinante simmetrico di forme in più serie di variabili*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo, s. 2, 46, 1913, pp. 88-103.
1913d *Le curvature negli inviluppi di rette e di piani con applicazione alle polari reciproche di una linea data*, Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 72, 1913, pp. 281-307.
1914a *Sulla determinazione del tasso di una rendita temporanea, variabile e continua*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 49, 1913-14, pp. 268-290.
1914b *Sopra alcune estensioni dei teoremi di Guldino*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 49, 1913-14, pp. 576-598.
1914c *Astatique* in Cesare Burali-Forti, Roberto Marcolongo (a cura di), *Analyse vectorielle générale*, Pavia, Mattei, 1914.
1914d *Sopra alcune formule di quadratura usate in Attuaria*, Riv. di Ragioneria, Roma, 1914.
1914e *Sopra l'equilibrio astatico e sull'equivalenza di due sistemi astatici*, Atti R. Accademia dei Lincei, Rendiconti, Cl. Scienze FMN, s. 5, 23_2, 1914, pp. 550-555.
1914f *Sull'operatore differenziale binario* S *di M. Pieri*, Atti R. Accademia dei Lincei, Rendiconti, Cl. Scienze FMN, 23_1, 1914, pp. 659-665.
1914g *C. Burali-Forti, R. Marcolongo, Analyse vectorielle générale*, Bollettino di Matematica, 13, 1914, pp. 63-66.
1914h *C. Burali-Forti et R. Marcolongo, Analyse vectorielle générale, vol. 2. Applications a la Mécanique et a la Physique ...*, Bulletin des Sciences mathematiques, s. 2, 38, 1914, pp. 245-248.
1914i *Alcuni complementi ad una recente memoria di E. Picard*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 38, 1, 1914, pp. 387-394.
1914j *Un problema di rendite vitalizie*, Torino, Gili, 1914.
1915a *Sopra un nuovo problema dei valori al contorno per un cerchio*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 50, 1914-15, pp. 645-668.
1915b *Sull'equilibro delle piastre elastiche piane appoggiate lungo il contorno*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 50, 1914-15, pp. 823-838.
1915c *Sur une enveloppe de droites*, Bulletin des sciences mathématiques, 39, 1915, pp. 90-96.
1915d *Sistemi astatici equivalenti a due forze astaticamente irriducibili*, Atti R. Accademia dei Lincei, Rendiconti, Cl. Scienze FMN, s. 5, 24_1, 1915, pp. 34-41, 197-201.

1915e *Sulla flessione delle superficie inestendibili*, Atti R. Accademia dei Lincei, Rendiconti, Cl. Scienze FMN, s. 5, 24_2, 1915, pp. 174-185.
1915f *Sugli assi d'equilibrio e sulla stabilità ed instabilità dell'equilibrio nei sistemi astatici*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo, 48, 1915, pp. 278-294.
1916 *Teoremi su massimi e minimi geometrici, e su normali a curve e superficie*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 51, 1915-16, pp. 844-867.
1917 *Sulle trasformazioni asintotiche delle curve*, Atti R. Accademia dei Lincei, Rendiconti, Cl. Scienze FMN, s. 5, 26_2, 1917, pp. 227-232.
1918a *Generalizzazione della trasformazione di Combescure per le curve*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 53, 1917-18, pp. 717-730.
1918b *Sulle rigate sviluppabili passanti per una linea e per le sue trasformate di Combescure*, Atti del Reale Istituto Veneto di scienze lettere ed arti, 77, 2, 1917-1918, pp. 480-485.
1918c *Alcune formule sulle superficie applicabili*, Atti R. Accademia dei Lincei, Rendiconti, Cl. Scienze FMN, s. 5, 27_2, 1918, pp. 17-22.
1918d *Problemi sulla determinazione delle linee sghembe*, in Francesco Gerbaldi, Gino Loria (a cura di), *Scritti matematici offerti ad Enrico d'Ovidio*, Torino, Bocca, 1918, pp. 279-304.
1918e *Quelques remarques sur le système vectoriel de MM. Burali-Forti et Marcolongo*, Bulletin des sciences mathématiques, 42, 1918, pp. 231-233.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN, 22, 1897-98*, IX A 132, n° matr. 1173, p. 23 e p. 150. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 30.6.1890 al 5.5.1902*, XD 193, p. 203 (non è riportato l'argomento della tesi e delle sottotesi discusse).

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1897-98, pp. 300, 330; 1898-99, pp. 211, 214-215, 252, 329, 357; 1899-1900, pp. 266-269, 287, 310, 335; 1900-01, pp. 201, 246; 1901-02, pp. 59, 205, 215, 252; 1902-03, pp. 72, 235; 1903-04, pp. 90, 268; G. PEANO, T. BOGGIO, *Matteo Bottasso*, 1918e, pp. 87-88; G. PEANO, *Ad socios de A.p.I. salute!*, Academia pro Interlingua *Circulares*, 1, 1921, p. 1; F.G. TRICOMI, *Matematici italiani del primo secolo dello stato unitario*, Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino, Cl. Scienze MFN, s. 4, 1, 1962, p. 24.

LUISA VIRIGLIO

1879 - 1955

Nata a Torino l'8 settembre 1879 da Delfina Bauchiero e da Alberto, scrittore e giornalista, Luisa Viriglio frequentò il Liceo classico D'Azeglio e nel 1895 si iscrisse al corso di laurea in Matematica, ottenendo per tutta la durata degli studi un posto gratuito nel R. Collegio Carlo Alberto per gli studenti delle Province. Dopo la laurea, conseguita il 9 dicembre 1904 presentando la tesi *Monografia sui gruppi d'ordine finito di sostituzioni lineari*, fu assunta come assistente volontaria all'Osservatorio astronomico, dove operò fino al 1906. Si dedicò poi all'insegnamento nelle scuole secondarie presso la R. Scuola normale D. Berti di Torino.

Nel 1911 Viriglio iniziò la sua attività di ricerca curando, su invito di Corrado Segre, che era stato suo professore all'Università, la traduzione del libro dei coniugi Grace Chisholm e William H. Young *The First Book of Geometry.* Scrisse poi alcuni articoli sotto la guida di Peano nell'ambito delle *Conferenze Matematiche Torinesi*, che frequentava abituamente, assumendo talvolta anche l'incarico di segretaria. In questo contesto espose, fra il 1916 e il 1918, alcune ricerche di carattere storico, didattico e linguistico, apprezzate da Peano che le citò nei *Giochi di aritmetica e problemi interessanti* (1924b, p. 18).

Nell'articolo *I segni numerali romani* Viriglio discuteva le modifiche subite dalla numerazione romana nei secoli, alla luce del *Corpus Inscriptionum Latinarum* (Berlino, 1883-1893) e degli *Exempla scripturae epigraphicae* (Berlino, 1885), e segnalava alcune diversità nella scrittura dei segni, rispetto alle regole di solito riportate nei testi di aritmetica. Si occupava invece di filologia dei termini matematici nella nota *Le parole italiane di matematica derivate dal greco*, dove prendendo a modello il *Dizionario di matematica* e i vocabolari curati da Peano, Viriglio forniva l'etimologia di 118 lemmi, di carattere sia generale che specifico, corredandoli di chiose storico-matematiche e di citazioni testuali da fonti antiche e moderne.

Su un tema di calcolo numerico verteva infine lo studio *Estrazione graduale di radice cubica*, presentato all'Accademia delle Scienze di Torino il 16 giugno 1918. Qui, ricorrendo alle notazioni impiegate da Peano negli articoli *Approssimazioni numeriche* (1917c, 1917d) e *Interpolazione nelle tavole numeriche* (1918c), Viriglio cal-

colava la radice cubica di 7 con 10 cifre decimali e la radice cubica di π con 25 cifre decimali. Fra il 1918 e il 1924, sulla scia del suo risultato, furono condotte analoghe ricerche da Peano e da altri partecipanti alle *Conferenze Matematiche*, come Rosetta Frisone e Gilda Mori Breda. Viriglio continuò poi a coltivare interessi per la didattica della matematica. Partecipò nel 1919 al Congresso di Trieste dell'Associazone Mathesis e restò sempre in contatto con Peano, aderendo all'*Academia pro Interlingua* e sottoscrivendo nel 1932, alla morte del logico cuneese, una quota del *Fundo pro Interlingua.*

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1911 G. Chisholm Young, W. H. Young, *Geometria per i piccoli per l'insegnamento elementare e prescolastico*, Traduzione a cura di L. Viriglio, Torino, Paravia, 1911.
1916 *Conferenze Matematiche Torinesi*, Boll. Mathesis, 8, aprile, 1916, pp. 46-47.
1917a *I segni numerali romani*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 52, 1916-17, pp. 48-54; Boll. di Matematica e di Scienze Fisiche e Naturali, 18, 1917, pp. 50-56.
1917b *Conferenze Matematiche Torinesi*, Boll. Mathesis, 9, gennaio-giugno, 1917, pp. 35-43.
1918 *Estrazione graduale di radice cubica*, Atti R. Accademia Scienze di Torino, 53, 1917-18, pp. 1067-1078.
1919 *Le parole italiane di matematica derivate dal greco*, Bollettino di Matematica (A. Conti), 1919, pp. 25-41.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN*, n° matr. 989/20. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 4.7.1902 al 14.4.1921*, p. 47, Tesi: *Monografia sui gruppi d'ordine finito di sostituzioni lineari*, Sottotesi: *Forme binarie per cui* $(f, f)_4=0$, *Lunghezza di un arco di parallelo, Elementi dell'ellissoide dedotti da due archi differenti*; BC Cuneo, *Lascito G. Peano*, lettera n. 101950, visibile anche sul cd-rom *L'Archivio Giuseppe Peano.*

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1895-96, pp. 196, 298, 323; 1896-97, pp. 222, 286, 306; 1897-98, pp. 233, 307, 330; 1898-99, pp. 333, 357; 1904-05, pp. 96, 225; 1905-06, p. 113; C. S. ROERO, *Peano e l'altra metà del cielo*, in *Giuseppe Peano Matematica, Cultura e Società*, Cuneo, L'artistica Savigliano,

2001, pp. 63-67; *Giuseppe Peano and the female universe*, in V. BABINI, R. SIMILI (a cura di), *More than pupils, Italian women in science at the turn of the 20th century*, Firenze, Olschki, 2007, pp. 33-35; E. LUCIANO, C. S. ROERO (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960, Parte I*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 41-44.

LUCIANO DELLA CASA

1885 - 1957

Luciano Della Casa nacque a Mondovì (Cn) il 25 ottobre 1885 da Camillo e Maria Aimo. Dopo aver conseguito il diploma di licenza fisico-matematica presso l'Istituto tecnico della città natale, nel 1904 si iscrisse alla Scuola di applicazione per ingegneri dell'Università di Torino. Il 16 febbraio 1909 si laureò in Matematica, discutendo una tesi di Fisica matematica e presentando due sottotesi di Astronomia e di Ottica. Dopo la laurea si dedicò all'insegnamento superiore, prima come docente al ginnasio di Chivasso e successivamente come preside del Liceo-ginnasio di Susa. Nel 1911 sposò Olga Macario e nel 1920-21 si iscrisse al corso di laurea in Fisica, senza però portare a termine gli studi.

L'attività scientifica di Della Casa si svolse interamente nell'ambito delle iniziative promosse da Peano in campo didattico e linguistico. Assiduo alle *Conferenze Matematiche Torinesi*, su invito del logico presentò l'articolo *Rapporto di grandezze eterogenee*, edito negli *Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino.* Seguendo l'impostazione del testo di Peano *Aritmetica generale e Algebra elementare* (1902b), Della Casa affrontava il tema della teoria delle grandezze, all'epoca al centro di dibattiti metodologici e oggetto di approfondimenti. In Italia se ne occupavano, oltre a Peano, A. Pensa, T. Boggio, F. Castellano e S. Catania e, all'estero, Edward Huntington e Henri Lebesgue. L'obiettivo era quello di sviluppare questa teoria, spesso trattata superficialmente o con poco rigore nei testi di aritmetica e di matematica applicata, « dando forma esplicita alle dimostrazioni e completando il sistema delle proposizioni ».

Fautore del *latino sine flexione*, socio dell'*Academia pro Interlingua* dal 1926 e aderente al *Fundo Peano pro Interlingua* nel 1932,

Della Casa collaborò alle riviste *Circulares* e *Schola et Vita*, su cui apparvero suoi interventi di divulgazione scientifica, di matematica ricreativa e due note di carattere biografico su Peano e sui suoi contributi all'aritmetica elementare.

Della Casa morì a Torino l'8 aprile 1957.

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1909 *Sulla propagazione del calore nell'interno delle montagne*, Torino, Del Signore, 1909.
1916 *Rapporto di grandezze eterogenee*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 51, 1915-16, pp. 1175-1196.
1922 *Repraesentatione proportionale*, A.p.I. *Circulares*, 3, 1922, p. 13.
1927 *Hypnotismo therapeutico*, A.p.I. *Circulares*, 5, 5-6, 1927, pp. 105-106.
1928a *Aviatione transatlantico*, Schola et Vita, III, 4, 1928, pp. 164-165.
1928b *Carbone*, Schola et Vita, III, 7-8, 1928, pp. 239-240.
1931 *Sui quadrati magici*, Bollettino di Matematica, s. 2, 10, 1931, pp. 3-11.
1932 *Opera de G. Peano in arithmetica elementario*, Schola et Vita, VII, 3, 1932, pp. 154-157.
1933 *Infantia et juventute de Giuseppe Peano*, Schola et Vita, VIII, 3, 1933, pp. 141-144.
1934 *Curiositates numerico*, Schola et Vita, IX, 4, 1934, pp. 151-153.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN dal N. 771 al 966*, n° matr. 804, p. 34. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 4.7.1902 al 14.4.1921*, p. 110, Tesi: *Sulla propagazione del calore nell'interno delle montagne*, Sottotesi: *Metodo del Cerulli per passare da un sistema di stelle fondamentali ad un altro e per determinare i moti proprii e la correzione alla costante m di precisione* e *Formole per calcolare le coordinate dei punti cardinali di un sistema diottrico composto di due, quando di questi si conoscono le distanze focali e le coordinate dei punti cardinali.*

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1904-05, p. 256; 1905-06, p. 280; 1906-07, p. 294; 1907-08, pp. 215, 245; 1909-10, p. 270; ANTERO CABETTI (pseudonimodi RENATO BETTICA), *La piccola storia*, Chivasso, L'Agricola, 1996, pp. 74-76.

FIORENZO CHIONIO

1886 - ?

Fiorenzo Chionio nacque a Torino il 16 aprile 1886 da Giovanni Luigi e Domenica Cena. Dopo aver frequentato il R. Istituto tecnico con indirizzo fisico-matematico, nel 1903 si iscrisse al corso di studi in Matematica dell'Università di Torino, che completò con un *curriculum* eccellente. Conseguì la laurea il 6 luglio 1907 con il massimo punteggio, presentando una tesi di Astronomia, poi pubblicata sulla *Rivista di Astronomia.*

Negli a.a. 1906-07 e 1907-08 operò come assistente volontario presso l'Osservatorio Astronomico di Torino e durante l'a.a. 1911-12 fu assistente alla Scuola di Algebra e Geometria analitica diretta da Enrico D'Ovidio. L'anno successivo passò all'insegnamento superiore, essendo risultato vincitore del concorso a cattedre di Matematica nei Licei ed Istituti tecnici.

La produzione scientifica di Chionio comprende alcuni scritti di astronomia e una sola nota di matematica in *latino sine-flexione*, intitolata *Super formula de Snell*, redatta quand'era ancora studente e apparsa sulla *Rivista di Matematica* di G. Peano. Qui l'autore esamina la formula di Snell e introduce alcune nuove applicazioni trigonometriche, proponendosi l'obiettivo di « completare e trasferire in simboli » le precedenti dimostrazioni di F.A. Protche e Henri Brocard (rivista belga Mathesis, 1889, pp. 161-164) e di determinare il limite superiore dell'errore della sua applicazione in due casi specifici.

Chionio fu socio dell'*Academia pro Interlingua* nel 1913, della Società Astronomica Italiana, membro della Sezione Geodetica Internazionale Carloforte (Sardegna) e dell'Istituto medio Italo-Brasiliano « D. Alighieri ».

Elenco delle pubblicazioni

1905 *Super formula de Snell*, RdM, 8, 1905, pp. 117-120.

1907a *Un altro tentativo di quadratura del circolo*, Riv. di Astronomia, I, 2, 1907, pp. 28-31.

1907b *Contributo alla teoria delle comete*, Riv. di Astronomia, I, 8, 1907, pp. 170-172.

1907c *Passaggi di mercurio sul disco del sole*, Riv. di Astronomia, I, 10, 1907, pp. 209-214.

1907d (con Vittorio Fontana), *Determinazione della posizione geografica del pilastrino della terrazza sovrastante al Gabinetto di Geodesia della R. Università di Torino*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 42, 1906-07, pp. 525-531.
1908 (con Vittorio Fontana), *Osservazioni meteorologiche fatte nell'anno 1907*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 43, 1907-08, pp. 1-53.
1912a *Jove (Jupiter)*, A.p.I. *Discussiones*, 3, 25, 5, 1912, pp. 147-148.
1912b *Fenomeni astronomici nei mesi di gennaio e febbraio*, Riv. di Astronomia, VI, 1, 1912, p. 74.
1912c *Rec.: Annuario Italiano astronomico scientifico e delle Colonne*, Riv. di Astronomia, VI, 2, 1912, pp. 152-153.
1912d *Fenomeni astronomici nei mesi di aprile ... dicembre*, Riv. di Astronomia, VI, 3, 1912, pp. 238-240; VI, 4, 1912, pp. 318-320; VI, 5, 1912, pp. 414-415; VI, 6, 1912, pp. 494-495; VI, 7, 1912, pp. 558-559; VI, 8, 1912, pp. 622-623; VI, 9, 1912, p. 692; VI, 10, 1912, pp. 754-755.
1912e *Fenomeni astronomici notevoli nell'anno 1913*, Riv. di Astronomia, VI, 11, 1912, pp. 811-815.
1912f *Fenomeni astronomici nel mese di febbraio 1913*, Riv. di Astronomia, VI, 12, 1912, p. 863.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN, n° 28 dal 12.11.1903 al 17.1.1905*, n° matr. 729, p. 149. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 4.7.1902 al 14.4.1921*, p. 81, Tesi: *Contributo alla teoria delle comete*, Sottotesi: *Sulla propagazione dell'energia* e *Calcolo delle posizioni geografiche nel caso di distanze qualunque*. Votazione 100/100; Archivio storico-scientifico dell'Osservatorio astronomico di Torino, anni 1821-1999, 1908: faldone 8, fasc. 5, 6, 8; 1911: faldone 8, fasc. 41, 42, faldone 9, fasc. 2, 3; 1912: faldone 9, fasc. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15; 1913: faldone 9, fasc. 16, 17; faldone 9, fasc. 23, s.d.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1903-04, p. 267; 1904-05, p. 260; 1905-06, pp. 247, 282; 1906-07, pp. 115, 294; 1907-08, pp. 95, 214; 1911-12, p. 84.

MARIA GRAMEGNA

1887 - 1915

Nata a Tortona (Al) l'11 maggio 1887 da Maria Cristina Agosta e da Innocenzo Gramegna, Maria Gramegna compì gli studi secondari al R. Liceo S. Grattoni di Voghera, dove all'epoca insegnava Giuseppe Vitali, il geniale ricercatore di Analisi, che ebbe poi la cattedra universitaria a Modena, Padova e Bologna. Nel novembre del 1906 Gramegna si iscrisse al corso di laurea in Matematica dell'Università di Torino, dove fu allieva di G. Peano nei corsi di Calcolo infinitesimale e di Analisi superiore. Studentessa di talento, ottenne una borsa di studio al Collegio delle Province C. Alberto. Il 7 luglio 1910 conseguì la laurea con il massimo dei voti, discutendo la tesi *Serie di equazioni differenziali lineari ed equazioni integro-differenziali*, diretta da Peano. Egli le aveva suggerito di stabilire le risolventi per i sistemi infiniti di equazioni differenziali lineari e per alcuni tipi di equazioni integro-differenziali, temi d'avanguardia nella prima decade del 1900, dibattuti a livello nazionale e internazionale da Salvatore Pincherle, Vito Volterra, Ivar Fredholm, David Hilbert, Marcel Riesz, Maurice Fréchet e Eliakim H. Moore. La ricerca condotta nella tesi, andata purtroppo perduta, era di grande rilievo per l'originalità dei problemi affrontati e delle tecniche adoperate, tanto che, quattro mesi prima dell'esame di laurea, Peano la presentò all'Accademia delle Scienze di Torino, nella seduta del 13 marzo 1910. Nella nota *Serie di equazioni differenziali lineari ed equazioni integro-differenziali* Gramegna applicava il metodo delle approssimazioni successive fornendo l'estensione al caso infinito del risultato ottenuto da Peano, per sistemi di *n* equazioni, nell'articolo *Integrazione per serie delle equazioni differenziali lineari* (1887a, 1888b). L'utilizzo di concetti e metodi innovativi – fra cui quelli della teoria delle matrici infinite e degli operatori lineari definiti su spazi funzionali – e l'approccio astratto e rigorosamente formalizzato, conferivano un taglio di spiccata modernità alla ricerca di Gramegna. Il suo lavoro, contraddistinto dal ricorso al linguaggio logico-simbolico e al *Formulario Mathematico* (1908), fornisce spunti interessanti per valutare l'origine e le prime linee di sviluppo delle ricerche di analisi funzionale condotte nella scuola di Peano e consente di evidenziare le difficoltà incontrate dai contemporanei nella loro ricezione e i mutui legami

con gli studi di algebra lineare svolti da Peano e da Pincherle fra il 1887 e il 1901 e con le ricerche di analisi generale ad opera di Fréchet e di Moore condotte negli anni 1910-1928.

Conseguito il diploma alla Scuola di Magistero il 19 luglio 1910, Gramegna intraprese la carriera di insegnante nella scuola secondaria e, vinto il concorso per le Scuole normali, nel 1911 prese servizio presso la R. Scuola normale di Avezzano, dove assunse anche la direzione del Collegio municipale. Nel 1913, pur avendo l'opportunità di trasferirsi a Piacenza, scelse di restare ad Avezzano, dove morì il 13 gennaio 1915, vittima del terremoto.

Elenco delle pubblicazioni

1910 *Serie di equazioni differenziali lineari ed equazioni integro-differenziali*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 45, 1910, pp. 469-491.

Fonti archivistiche

Acc. Sci. Torino, *Verbali originali, Classe di Scienze Fisiche e Matematiche*, ms. Mazzo 27, 1895-1920, p. 291; Archivio di Stato, Sezione di Avezzano, Liceo 'A. Torlonia' e R. Scuola Normale Femminile 'Maria Clotilde di Savoja', *Stato Personale di Maria Gramegna 1913-1915*, ff. 9-11; ASU Torino, *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze*, n° 31, p. 58, n° matr. 1258. *Studenti. Domande numerate, con ordinamento alfabetico e cronologico. Fascicoli dei concorrenti ai posti nel Collegio Carlo Alberto*, XI F 7, 1904-1912. *Concorso 1906*, XI F 22. *Rubrica degli studenti, informazioni, 1906-1913*, XI F 31. *Verbali degli Esami Speciali di Calcolo infinitesimale 18.6.1902-22.3.1921*, XD 58, p. 202. *Verbali degli Esami Speciali di Analisi superiore 16.6.1902-28.10.1955*, XD 63, p. 14. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze dal 4.7.1902-14.4.1921*, p. 127, Tesi: *Serie di equazioni differenziali lineari ed equazioni integro-differenziali* (votazione 110/110).

Fonti Bibliografiche

V. Mago, *In memoria di Maria Gramegna*, Bollettino di Matematica (A. Conti), 13, 1915, p. 304; F. Tricomi, *Matematici Italiani del primo secolo dello stato unitario*, Mem. Acc. Scienze Torino, Classe di Scienze FMN, 4, 1962, p. 61; L. Giacardi, *Gramegna Maria*, DBI, vol. 58, 2002, pp. 398-399; E. Luciano, *At the origins of functional analysis: G. Peano and M. Gramegna on Ordinary differential equations*, Revue d'Histoire des Mathématiques, 12, 2006, pp. 33-77; E. Luciano, C.S. Roero, *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960, Parte I*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 53-60.

VINCENZO MAGO

1887 - 1920

Vincenzo Mago nacque a Pinerolo (To) il 22 settembre 1887 da Felice e Valentina Andreis. Compiuti gli studi superiori presso il Liceo Cavour di Torino, nel 1906 si iscrisse all'Università e conseguì la laurea in Matematica il 15 luglio 1910 presentando la tesi *Teoria degli ordini e dei fini*, diretta da Peano, e tre sottotesi, rispettivamente di Meccanica, Fisica e Geometria superiore. Il 19 luglio 1910 si diplomò alla Scuola di Magistero nella sezione di Matematica ed intraprese la carriera di insegnante, vincendo nel 1912 il concorso generale a cattedre nei Licei e Istituti tecnici. Nel 1913 si iscrisse al 3° anno del corso di laurea in Fisica, senza però concludere gli studi.

La produzione scientifica di Mago include alcune pubblicazioni sulle correnti elettriche e una memoria di matematica, desunta dalla tesi e presentata da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino il 27 aprile 1913. In questo saggio, ritenuto dal logico cuneese « notevole sia per i risultati ottenuti, sia anche per il fatto che vi è rilevato come una definizione abbia condotto in errore un celebre matematico » (1915k, p. 116), Mago espone in modo chiaro e rigoroso la teoria degli ordini, introducendoli come una classe d'enti che comprende quella dei numeri reali. Fra i risultati più interessanti spicca l'estensione e l'applicazione allo studio dell'ordine di infinità delle funzioni del concetto di *fine*, intuito da Peano all'epoca della redazione del trattato di Calcolo infinitesimale redatto con A. Genocchi (1884c, p. 52) e poi ripreso nell'articolo *Sugli ordini degli infiniti* (1910b).

Scaturita in seno ai corsi di Analisi superiore tenuti da Peano nel biennio 1908-10, la ricerca di Mago può essere accomunata a quelle delle sue compagne di studi, Maria Gramegna e Margherita Peyroleri, relativamente all'impianto metodologico. L'autore sottolineava infatti il legame fra il suo studio – di carattere avanzato e condotto con la logica simbolica – e l'esposizione della stessa teoria inserita nei trattati di Calcolo infinitesimale, ribadiva il ricorso al *Formulario Matematico*, da accostare alle « vedute degli autori moderni » come Paul Du Bois Reymond, Ettore Bortolotti, Emile Borel, oltre allo stesso Peano e manifestava la sua fiducia nell'utilità del formalismo ideografico:

« I segni ideografici si possono usare sia per analizzare con maggior sicurezza ed esporre in forma breve, precisa e completa le proposizioni di logica e

di matematica (e in questo senso sono specialmente usati nella *Rivista Matematica* e nel *Formulario* editi dal Peano), sia come strumenti atti a suggerire nuove classi d'enti e metodi costanti, meccanici, direi quasi, onde svolgerne la teoria. Forse quando sarà del tutto palese la loro utilità nel creare ed esporre nuove teorie matematiche o di grande eleganza in sé o meglio atte alla descrizione dei fenomeni di natura ..., i segni ideografici finiranno a poco a poco per essere universalmente accettati ».

Vincenzo Mago morì prematuramente a Pinerolo il 29 ottobre 1920.

Elenco delle pubblicazioni

1913 *Teoria degli ordini*, Memorie R. Acc. Scienze Torino, s. 2, 64, 1912-13, nota 8.

1914 *Maria Gramegna*, Bollettino di Matematica, 13, 1914, p. 304.

1920a *Apparecchi per produrre correnti elettriche*, Pinerolo, 1920.

1920b *Considerazioni sulla realizzazione teorico-pratica di motori prementi e di correnti elettriche accellerate e ritardate*, Torino, 1920.

1920c *I motori a scoppio ad azione alterna e le dinamo ad azione alterna. Sulla possibilità di pile a sfera elettrostatiche ed idroelettriche e su altre questioni d'elettrologia e di ottica*, Torino, Checchini, 1920.

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN, n° 31*, p. 59, n° matr. 1259. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 4.7.1902 al 14.4.1921*, p. 132, Tesi: *Teoria degli ordini e dei fini*, Sottotesi: *La gravità sul geoide non dipende dalla distribuzione della massa nell'interno; Moti con scia; Generaz.*[i] *di Grassmann delle* C_3 *e* C_4.

Fonti bibliografiche

Annuari dell'Università di Torino: 1906-07, p. 293; 1907-08, p. 245; 1908-09, pp. 267, 296; 1909-10, p. 298; 1910-11, pp. 286, 288; 1913-14, p. 278; G. Peano, E. D'Ovidio, *Relazione sulla memoria del Dr. Vincenzo Mago, « Teoria degli ordini »*, 1914a; G. Peano, *Le definizioni per astrazione*, 1915k; E. Luciano, *Il trattato Genocchi-Peano (1884) alla luce di documenti inediti*, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, 27, 2, 2007, p. 243.

MARGHERITA PEYROLERI

1887 - ?

Margherita Peyroleri nacque a Torino il 27 marzo 1887 da Luigi e da Giuseppina Origlia. Rimasta orfana di padre, dopo aver conseguito il diploma di licenza fisico-matematica presso il R. Istituto tecnico di Torino, il 30 novembre 1905 si iscrisse all'Università nel corso di studi in Matematica e ottenne la laurea il 12 luglio 1909, con la votazione massima, discutendo una tesi di Analisi superiore sotto la direzione di Peano. Il 20 ottobre dello stesso anno si diplomò alla Scuola di Magistero, nella sezione di Matematica, con una dissertazione sui numeri negativi e riportò anche qui la votazione massima. Intraprese quindi la carriera di docente nelle scuole secondarie e nel 1910 prese servizio presso la R. Scuola normale di Modena. Vinse il concorso generale per cattedre di Matematica nelle Scuole tecniche nel 1912.

La produzione scientifica di Peyroleri comprende due note su temi di analisi superiore e di analisi infinitesimale, redatte sotto la guida di Peano. La prima, intitolata *Relazioni fra Calcolo delle differenze e Calcolo differenziale*, era desunta dalla tesi e fu presentata da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino un mese prima dell'esame di laurea, nella seduta del 13 giugno 1909. Il tema affrontato, pertinente ad un settore che poteva vantare in Italia una buona tradizione, aveva da tempo attirato l'attenzione di Peano per i suoi risvolti applicativi e si inseriva nell'ambito delle ricerche proposte nel corso di Analisi superiore nel biennio 1908-10. L'obiettivo di Peyroleri era quello di presentare una ricognizione delle analogie fra il calcolo delle differenze finite e il calcolo differenziale. Partendo da teoremi di calcolo differenziale esposti nella quinta edizione del *Formulario Mathematico* e nella nota di Peano *Sulle differenze finite* (1906a) l'autrice formulò i corrispondenti teoremi di calcolo delle differenze finite e li espose utilizzando sia il linguaggio logico-ideografico, sia quello naturale. Lo studio mirava dunque a completare alcuni paragrafi del *Formulario* e contemplava altresì un'interessante sezione sulle *Applicazioni* numeriche. I temi trattati, fra cui il calcolo approssimato della somma dei reciproci dei numeri da 10 a 20 e da 100 a 200, con le relative determinazioni degli errori, erano fra quelli prediletti da Peano fin dal 1887 e oggetto dell'ultimo gruppo di suoi la-

vori. La nota di Peyroleri fu apprezzata in Italia (cfr. ad esempio G. Peano a G. Vacca, 20.1.1910) ed anche all'estero (cfr. la recensione su *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*).

Nella seconda pubblicazione, di carattere didattico, *Sur la formule de Taylor* Peyroleri determinò un'espressione del resto della formula di Taylor, da cui si deduceva il resto di Lagrange e l'interpretazione della formula come serie asintotica. Qui l'autrice, pur facendo esplicito riferimento al *Formulario* di Peano, non utilizzò né il linguaggio, né i metodi della logica matematica.

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1909a *Relazioni fra Calcolo delle differenze e Calcolo differenziale*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 44, 1908-09, pp. 881-904.
1909b *Sur la formule de Taylor*, L'Enseignement mathématique, 11, 1909, pp. 187-189.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN*, n° 30, p. 176, n° matr. 1146. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 4.7.1902 al 14.4.1921*, p. 116, Tesi: *Sulle differenze finite*, Sottotesi: *Il plesioscopio*; *Le superficie di traslazione e il teorema di Abel.*

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1905-06, p. 281; 1906-07, p. 293; 1907-08, p. 216, 245; 1908-09, p. 296; 1909-10, p. 270, 272; C.S. ROERO, *Peano e l'altra metà del cielo*, in *Giuseppe Peano. Matematica, cultura e società*, Cuneo, L'Artistica Savigliano, 2001, pp. 60-77; *Giuseppe Peano and the female universe*, in V. BABINI, R. SIMILI (a cura di), *More than pupils, Italian women in science at the turn of the 20th century*, Firenze, Olschki, 2007, pp. 31, 36; E. LUCIANO, C.S. ROERO, *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960, Parte I*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 60-63; E. LUCIANO, *Un sessantennio di ricerca e di insegnamento dell'analisi a Torino: dalle lezioni di A. Genocchi ai corsi di G. Peano*, Quaderni di Storia dell'Università di Torino, 9, 2008, pp. 81-84.

VIRGINIA VESIN

1887 - ?

Nata a Torino il 17 marzo 1887 da Pietro e Alessandra Strua, Virginia Vesin, dopo aver compiuto gli studi secondari nel R. Istituto tecnico con indirizzo fisico-matematico, nel 1907 si iscrisse all'Università di Torino, dove si laureò in Matematica il 24 aprile 1912, presentando una tesi di Analisi superiore. Nel febbraio del 1913 conseguì il diploma della Scuola di Magistero nella sezione di Matematica ed intraprese la carriera di insegnante.

L'attività di ricerca di Vesin era collegata alle sue frequentazioni delle *Conferenze Matematiche Torinesi*, che Peano, Boggio e Bottasso istituirono dal 1915 per l'aggiornamento degli insegnanti. In questo contesto presentò due studi sui prodotti approssimati che traevano ispirazione da alcune note di Peano e dall'esame dei libri di testo per le scuole medie.

Nel primo lavoro Vesin illustrò come effettuare prodotti del tipo πr^2 o $2\pi r$ con un dato numero di cifre decimali, discutendo gli errori e le lacune presenti in vari manuali per gli Istituti tecnici. L'autrice colse l'occasione per sottolineare il maggiore rigore presente in alcuni testi redatti nella scuola di Peano, ad esempio negli *Elementi di geometria ad uso delle scuole secondarie inferiori* di A. Pensa. Nel secondo articolo, presentato da Peano all'Accademia dei Lincei, proseguì la stessa ricerca, enunciando una regola per il prodotto di numeri con infinite cifre decimali. Servendosi delle notazioni utilizzate da Peano nelle note sulle *Approssimazioni numeriche* (1917c, 1917d), Vesin dimostrava alcune proposizioni sul prodotto graduale e completava la trattazione con il calcolo di π e con l'applicazione al caso di prodotti di due numeri con un numero finito di cifre decimali.

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1917 *Prodotti approssimati*, Periodico di Matematica, 32, 1917, pp. 192-200.

1918 *Proprietà del prodotto graduale*, Atti Accademia dei Lincei, s. 5, 27, parte 1, 1918, pp. 47-51.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN*, n° 31, p. 179, n° matr. 1379. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN*

dal 4.7.1902 al 14.4.1921, p. 149, Tesi: *Sulle funzioni armoniche in* S_n; Sottotesi: *Il Cannocchiale astronomico a visuale reciproca*, *Sul lavoro meccanico esterno compiuto dalle forze elettriche durante un mutamento dei conduttori ...* e *Applicazione della teoria dei momenti alle* F_3 *[...].*

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1907-08, p. 245; 1908-09, p. 296; 1909-10, pp. 271, 298; 1910-11, p. 315; 1912-13, p. 231; 1913-14, p. 248; E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960, Parte I*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 64-65.

ROSETTA FRISONE
1888 - 1983

Nata a Novi Ligure (Al) il 9 novembre 1888 da Giacomo e Giuseppina Cottalorda, Rosetta Frisone compì gli studi superiori presso il R. Istituto tecnico di Alessandria con indirizzo fisico-matematico e nel 1908 si iscrisse al corso di studi in Matematica dell'Università di Torino, usufruendo per un anno di una borsa di studio C. Ferrati. Il 21 dicembre 1912 si laureò discutendo una tesi di Analisi superiore. Il 23 febbraio 1913 si diplomò alla Scuola di Magistero, nella sezione di Matematica e intraprense la carriera di insegnante presso la R. Scuola normale di Torino.

Assidua frequentatrice delle *Conferenze Matematiche Torinesi*, Frisone svolse la sua attività di ricerca in quest'ambito, sui temi proposti da Peano, relativi a calcoli approssimati e a questioni di matematiche elementari. Nella nota *Una teoria semplice dei logaritmi*, presentata da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino il 13 maggio 1917, Frisone prendeva in considerazione i logaritmi in base dieci con tre cifre decimali e ne esponeva le relative proprietà con il linguaggio ordinario e con il simbolismo del *Formulario Mathematico.* L'autrice determinò il logaritmo di un numero mediante successive elevazioni al quadrato e fornì due applicazioni al calcolo diretto di Log 2 e di Log 3, che furono citate da Peano nelle sue *Interpolazione nelle tavole numeriche* (1918c). L'elevazione al quadrato nel primo caso era effettuata con il metodo fulmineo degli indiani, tratto a

sua volta dall'articolo di Peano *Approssimazioni numeriche* (1916b, 1917c). Sempre nel contesto delle *Conferenze Matematiche Torinesi* si inseriva la ricerca sulle definizioni dell'aritmetica, cui Frisone dedicò due note, una delle quali presentata da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino nella seduta del 10 marzo 1918. L'autrice vi esaminava alcuni modi con cui si esprime nel linguaggio comune l'idea di prodotto, analizzava le definizioni presenti nei libri scolastici ed esponeva la trattazione euclidea per i numeri naturali, quella di Augustin-Louis Cauchy per i reali, quella di Georg Cantor per i cardinali, aggiungendovi le osservazioni di Alfredo Capelli e infine la definizione per induzione, tratta dai testi di Peano *Arithmetices principia* (1889a) e *Sul concetto di numero* (1891i, 1891o).

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1917a *Una teoria semplice dei logaritmi*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 52, 1916-17, pp. 846-853.

1917b *Le prime definizioni in Aritmetica*, Bollettino di Matematica e di Scienze Fisiche e Naturali, 1917.

1918 *Le varie definizioni di prodotto*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 53, 1917-18, pp. 420-427.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN*, n° 32, p. 13, n° matr. 1413; *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 4.7.1902 al 14.4.1921*, p. 158, Tesi: *Sugli integrali dell'equazione* $(\Delta_2 - K^2)^n = 0$, Sottotesi: *Intorno a un problema di distribuzione termica*, *Sulle funzioni di due o più variabili complesse* e *Massima dimensione dei sistemi lineari di curve piane di dato genere* (votazione 100/110). *Verbali delle adunanze dei Prof. Ordinari e Straordinari della Facoltà di Scienze MFN*, VII 83, verbale N° 276 del 13.12.1910; verbale N° 288 del 15.11.1911.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino a.a.: 1908-09, p. 295; 1909-10, p. 298; 1910-11, pp. 279, 287, 315; 1911-12, p. 322; 1912-13, p. 231; 1913-14, p. 248; 1919-20, pp. 245-246; E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960, Parte I*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 66-67.

PAOLA QUARRA

1889 - ?

Paolina Quarra nacque a Torino il 13 giugno 1889 da Paolo e Modesta Ubertone. Compiuti gli studi al R. Istituto tecnico con indirizzo fisico-matematico, nel 1907 si iscrisse all'Università di Torino, dove si laureò in Matematica il 22 aprile 1913, presentando una dissertazione di Astronomia. Il 6 dicembre 1913 si diplomò nella sezione di Matematica della Scuola di Magistero.

Quarra entrò a far parte della cerchia di Peano quand'era ancora studentessa. Le fu infatti assegnato come argomento per una tesina, nella sessione di laurea, la determinazione del resto di alcune formule di quadratura largamente utilizzate nei calcoli astronomici e da lei già sfruttate nella sua tesi sulle perturbazioni delle comete. I risultati conseguiti erano pregevoli al punto da indurre Peano a presentarli all'Accademia delle Scienze di Torino il 30 marzo 1913. Nella nota di Quarra si percepiva il carattere innovativo dell'insegnamento di Peano. Era infatti citata una sua lezione sulla regola per determinare il resto di una formula di quadratura sotto forma di integrale definito, un risultato sottoposto, poco dopo, all'Accademia dei Lincei (Peano 1913g).

Assistente volontaria sulla cattedra di Peano di Calcolo infinitesimale dal 1914-15 al 1918-19, Quarra partecipò alle *Conferenze Matematiche Torinesi* e ne curò il resoconto per il *Bolletino della Mathesis*, conducendo anche ricerche di carattere didattico. L'articolo *Relatione inter medio arithmetico et geometrico*, in *latino sine flexione*, presentava ad esempio la dimostrazione di alcune proprietà di calcolo numerico sulla media aritmetica e geometrica di numeri reali positivi elevati a potenze reali positive. Un altro studio trattava il problema dell'utilizzo delle parentesi in calcoli in cui intervenivano la somma o il prodotto di centinaia di termini. Allo scopo di rendere piacevoli temi di matematica nelle scuole elementari e secondarie e «sollevare la mente affaticata dei giovani» Quarra pubblicò nel 1919 una raccolta di problemi capziosi e di indovinelli, alcuni dei quali furono ripresi da Peano nel libro *Giochi di aritmetica e problemi interessanti* (1924b).

Con la redazione nel 1930 di un breve articolo sull'aviazione per la rivista *Schola et Vita* si concluse la sua collaborazione alle attività

promosse dal matematico cuneese. Alla sua morte anche Quarra aderì con una quota al *Fundo Peano pro Interlingua*, indetto dagli amici e colleghi più stretti.

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

1913 *Resto in alcune formule di quadratura*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 48, 1912-13, pp. 643-653.

1915a *Relatione inter medio arithmetico et geometrico*, Periodico di Matematica, 15, 1915, pp. 81-86.

1915b *Conferenze matematiche torinesi*, Bollettino Mathesis, 7, aprile 1915, pp. 42-44.

1917 *Conferenze matematiche torinesi*, Bollettino Mathesis, 9, luglio-dicembre 1917, pp. 73-74.

1918 *Calcolo delle parentesi*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 53, 1917-18, pp. 1044-1047; Bollettino di Matematica (A. Conti), 15, 1918, pp. 191-194.

1919 *Problemi capziosi*, Bollettino di Matematica (A. Conti), 1919, pp. 192-195.

1930 *Aviatione*, Schola et Vita, 5, 1930, pp. 113-114.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN, n° 31*, p. 175, n° matr. 1375. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze dal 4.7.1902 al 14.4.1921*, p. 159, Tesi: *Sulla teoria delle perturbazioni speciali delle comete con speciale riguardo alla cometa Cerulli Jaya*, Sottotesi: *Resto in alcune formole di quadratura*, *Funzione potenziale di un polinomio omogeneo* e *Cannocchiale astronomico a visuale reciproca formato da una lente convergente e da una lente divergente.*

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1907-08, p. 245; 1908-09, p. 296; 1909-10, p. 298; 1910-11, p. 315; 1913-14, pp. 246,248; 1914-15, p. 72; 1915-16, p. 106; 1917-18, p. 58; 1918-19, p. 43; T. PIZZARDO, *Senza pensarci due volte*, Bologna, Il Mulino, 1996, p. 11; C.S. ROERO, *Peano e l'altra metà del cielo*, in *Giuseppe Peano Matematica, Cultura e Società*, a cura di C.S. ROERO, Cuneo, L'artistica Savigliano, 2001, pp. 63-70; *Giuseppe Peano and the female universe*, in V. BABINI, R. SIMILI (a cura di), *More than pupils, Italian women in science at the turn of the 20th century*, Firenze, Olschki, 2007, pp. 31-40; E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 68-70.

TIZIANA TERSILLA COMI

1891 - 1961

Nata a Pieve di Cadore (Bl) il 17 settembre 1891 da Enrico e Delfina Armandi, Tiziana Tersilla Comi frequentò il R. Istituto tecnico Sommeiller di Torino. Nel 1910 si iscrisse al corso di studi in Matematica dell'Ateneo sabaudo, dove si laureò il 9 luglio 1914, discutendo una tesi di Meccanica superiore. Il 14 luglio 1914 conseguì il diploma nella sezione di Matematica della Scuola di Magistero. Nell'a.a. 1915-16 fu assistente all'Osservatorio astronomico, e l'attività in quest'ambito diede luogo alle sue prime pubblicazioni. Passata ad insegnare nelle scuole secondarie, Comi partecipò alle *Conferenze Matematiche* organizzate da Peano e da questi incontri, come lei stessa affermava, trassero spunto le sue ricerche:

> «Nelle conferenze che i professori di Matematica tengono tutte le settimane presso l'Università di Torino, il Prof. Peano suggerì di sviluppare le radici in prodotto decimale del tipo: $\sqrt[5]{\pi} = 1{\cdot}2 \times 1{\cdot}04 \times 1{\cdot}007 \times 1{\cdot}0004 \times \ldots$ Ciò si può fare in più modi. La prof. Mori-Breda ed io ci proponemmo due metodi diversi, ma adottando gli stessi esempi e conducendo parallelamente tutti i passaggi; così si mette in evidenza la diversità dei due metodi, e si verificano reciprocamente i risultati numerici» [1].

La produzione di Comi si situava nell'indirizzo di studi sviluppato da Luisa Viriglio, Margherita Peyroleri, Matteo Bottasso, Giuliano Pagliero, Paola Quarra, Gilda Mori Breda e Maria Destefanis. I temi di calcolo numerico da lei affrontati – la determinazione del resto di alcune formule sommatorie e lo sviluppo delle radici in prodotto decimale – diedero luogo a due note contraddistinte dall'influenza di Peano nell'impostazione metodologica. La trattazione matematica era infatti intervallata da riferimenti a fonti storiche e a testi recenti, da rimandi al *Formulario Mathematico* e dalla segnalazione dei contributi di esponenti del gruppo torinese di Peano, con la citazione, ad esempio, dei risultati di Matteo Bottasso e di Giuliano Pagliero.

[1] Comi 1919b, p. 543.

Sposata con Luigi Quagliotti, Tiziana Comi interruppe l'attività di ricerca nel 1918 per dedicarsi all'insegnamento. Morì a Torino il 24 gennaio 1961.

Elenco delle pubblicazioni

1915 (con Ettore Roggero), *Osservazioni meteorologiche fatte nell'anno 1914 all'Osservatorio della R. Università di Torino 1914*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 50, 1914-15, pp. 1-55.
1916 *Effemeridi del Sole e della Luna pel 1917*, Annuario Astronomico pubblicato dal R. Osservatorio di Pino Torinese, Torino, 1916.
1919a *Formule sommatorie*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 54, 1918-19, pp. 23-38.
1919b *Sviluppo delle radici in prodotto decimale*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 54, 1918-19, pp. 543-548.

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN*, n° 32, p. 89, n° matr. 1489. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 4.7.1902 al 14.4.1921*, p. 177, Tesi: *Questioni varie sul movimento di un punto soggetto a forze centrali*, Sottotesi: *Alcune proprietà delle trasformazioni piane univoche involutorie*, *Azimut di un piano che passa per un punto e per la normale in un altro punto* e *Teorema di Lambert sulla curvatura apparente delle orbite planetarie.*

Fonti bibliografiche

Annuari dell'Università di Torino: 1910-11, p. 314; 1911-12, p. 321; 1912-13, p. 261; 1913-14, p. 278; 1914-15, pp. 240-241; 1915-16, p. 123; C.S. Roero, *Peano e l'altra metà del cielo*, in *Giuseppe Peano Matematica, Cultura e Società*, Cuneo, L'artistica Savigliano, 2001, pp. 63-70; *Giuseppe Peano and the female universe*, in V. Babini, R. Simili (a cura di), *More than pupils, Italian women in science at the turn of the 20th century*, Firenze, Olschki, 2007, pp. 31-40; E. Luciano, C.S. Roero (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960, Parte I*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 74-75.

MARIA DESTEFANIS

1893 - 1979

Maria Destefanis nacque a Parma il 18 luglio 1893 da Celso e Rosalia De Stefanis. Nel 1911 si iscrisse al corso di laurea in Matematica dell'Ateneo di Bologna e l'anno successivo passò all'Università di Torino, dove si laureò l'11 luglio 1916, presentando una tesi di Geometria superiore. Il 15 luglio 1916 conseguì il diploma alla Scuola di Magistero nella sezione di Matematica ed iniziò ad insegnare nelle scuole superiori.

Nel 1918 Destefanis, all'epoca docente in un istituto di Crema, espose una ricerca dedicata all'*Estrazione della radice quadrata* nell'ambito delle *Conferenze Matematiche Torinesi*, cui partecipava assiduamente. I risultati ottenuti confluirono in una nota che Peano presentò all'Accademia delle Scienze di Torino nella seduta del 1° dicembre 1918. Qui l'autrice utilizzava i simboli ideografici introdotti dal logico piemontese nell'articolo *Interpolazione nelle tavole numeriche* (1918c) e si proponeva di fornire alcune regole per l'estrazione abbreviata della radice quadrata, che migliorassero il procedimento suggerito da Gaston Darboux nel 1887 sul *Bullettin des Sciences Mathématiques.* Destefanis richiamava pure i metodi usati da altri insegnanti della cerchia di Peano, come quello di Alberto Tanturri, apparso nel 1916 sugli *Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino* e quelli di Gilda Mori Breda e di Luisa Viriglio, presentati da Peano alla stessa Accademia nel gennaio e nel giugno del 1918.

Maria Destefanis morì a S. Carlo Canavese il 12 novembre 1979.

Elenco delle pubblicazioni

1919 *Estrazione della radice quadrata*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 54, 1918-19, pp. 84-96.

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN*, n° 33, p. 98, n° matr. 1648. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze dal 4.7.1902 al 14.4.1921*, p. 203, Tesi: *Ricerche sulle quartiche piane autoproiettive razionali*, Sottotesi: *Rappresentazione geodetica di due superficie*, *Azione dinamica di correnti fluide fra pareti rigide* e *Origine delle comete.*

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1912-13, p. 260; 1913-14, p. 277; 1914-15, p. 271; 1915-16, p. 321; C.S. ROERO, *Peano e l'altra metà del cielo*, in *Giuseppe Peano Matematica, Cultura e Società*, Cuneo, L'artistica Savigliano, 2001, pp. 63-66; *Giuseppe Peano and the female universe*, in V. BABINI, R. SIMILI (a cura di), *More than pupils, Italian women in science at the turn of the 20th century*, Firenze, Olschki, 2007, pp. 31-35; E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 78-79.

ELISA VIGLEZIO

1894 - 1984

Nata a Lucca il 4 maggio 1894 da Pio e Ida Fagioli, Elisa Viglezio frequentò il R. Istituto tecnico di Torino con indirizzo fisico-matematico e nel 1913 si iscrisse al corso di studi in Matematica dell'Università, dove si laureò il 20 giugno 1918 con una tesi di Analisi superiore. Il 15 luglio 1918 si diplomò alla Scuola di Magistero, nella sezione di Matematica, riportando la votazione massima. Fu assistente di Peano sulla cattedra di Calcolo infinitesimale dal 1920-21 al 1924-25 e in questo periodo conseguì l'abilitazione all'insegnamento medio di Matematica e Fisica. Viglezio si dedicò poi all'insegnamento e si trasferì con la famiglia a Venezia, restando comunque sempre in contatto con Peano, associandosi all'*Academia pro Interlingua* e cercando di promuovere in Veneto il *latino sine flexione.*

La sua produzione scientifica, svolta sotto la guida di Peano, verteva su temi di geometria differenziale, calcolo numerico e matematiche elementari. Nella nota *Aree di curve piane* Viglezio, utilizzando i metodi del calcolo vettoriale, generalizzò due proposizioni inserite nel *Formulario Mathematico* (1908, Prop. 2.7, p. 404) e dimostrò un teorema tratto dal saggio di Gino Loria *Ebene Curven* (1902, p. 487), che applicò alla determinazione dell'area sottesa da curve particolari, come la cardioide, l'asteroide, la lumaca di Pascal e la caustica per riflessione.

Si inseriva invece negli studi di calcolo numerico la nota *Calcolo diretto dei logaritmi*, dove Viglezio presentò l'identità dei logaritmi neperiani e naturali, riportando i procedimenti di calcolo dei lo-

garitmi in base 10 esposti da John Napier nella *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (1614), e determinando poi Log 3 con il metodo delle successive potenze decime del numero dato. Affioravano qui alcuni canoni tipici dell'indagine storiografica del gruppo di Peano, caratteristici ad esempio delle ricerche di Rosetta Frisone, Agostino Borio e Marco Nassò: l'esame di fonti storiche originali, la loro trattazione matematica con l'ausilio del simbolismo logico e l'insistere sull'utilità della storia nell'insegnamento scolastico.

Il desiderio di confrontarsi con i colleghi portò Viglezio a collaborare alla rivista *Rassegna di Matematica e Fisica*, del cui comitato di redazione fece parte insieme a Peano. Su questo periodico apparvero alcuni suoi interventi su questioni di matematiche elementari da proporre in classe, come il calcolo del radiante, vari problemi di meccanica, metodi di estrazione graduale della radice quadrata e il necrologio di Corrado Segre, di cui aveva apprezzato le doti scientifiche e umane durante gli studi universitari e nella Scuola di Magistero.

Elisa Viglezio morì a Venezia il 28 maggio 1984.

Elenco delle pubblicazioni

1921a *Aree di curve piane*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 56, 1920-21, pp. 89-96.

1921b *Calcolo del radiante*, Rassegna di Matematica e Fisica, 6, 1921, pp. 146-151.

1923a *Calcolo diretto dei logaritmi decimali*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 58, 1922-23, pp. 113-121.

1923b *Extractione graduale de radice quadrato*, Wiadomosci Matematyczne, 27, 1923, 6 p. - Rassegna di Matematica e Fisica, 4, 1, 1924, pp. 1-6.

1924a *In memoria di Corrado Segre*, Rassegna di Matematica e Fisica, 5, 1-2, 1924, pp. 1-2.

1924b *Formule approssimate pel calcolo dell'interesse*, Giornale di Matematica Finanziaria, Rivista tecnica del Credito e della Previdenza, 6, 1, 1924, pp. 44-46.

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN n. 34*, n° matr. 1719, p. 19. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 4.7.1902 al 14.4.1921*, p. 221, Tesi: *Sul differenziale di una funzione di linea o di superficie.* Sottotesi: *Determinazione delle congruenze normali di* ∞^1 *iperboloidi rotondi*, *Sui potenziali corrispondenti alla legge esponenziale dell'attrazione* e *Coordinate di punti cardinali di 2 sistemi di lenti*; BC Cuneo:

Lascito G. Peano: lettere a Peano n. 100814 del 13.11.1925, n. 100380 del ?.6.1926, n. 100215 del 29.8.1927, visibili anche sul cd-rom *L'Archivio Giuseppe Peano*; lettera a G. Canesi, n. 2516 del 19.5.1932.

Fonti bibliografiche

Annuari dell'Università di Torino: 1913-14, p. 277; 1914-15, p. 271; 1915-16, p. 321; 1920-21, p. 67; 1921-22, p. 58; 1922-23, p. 90; 1923-24, p. 95; 1924-25, p. 85; C.S. Roero, *Peano e l'altra metà del cielo*, in *Giuseppe Peano Matematica, Cultura e Società*, Cuneo, Ed. L'artistica Savigliano, 2001, p. 66; *Giuseppe Peano and the female universe*, in V. Babini, R. Simili (a cura di), *More than pupils, Italian women in science at the turn of the 20th century*, Firenze, Olschki, 2007, pp. 33-35; E. Luciano, C.S. Roero (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960, Parte I*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 84-87.

IRENEO ZAVAGNA

1894 - 1958

Nato a Trieste l'8 luglio 1894 da Giacomo, dopo aver frequentato un anno presso l'Università di Vienna, Ireneo Zavagna si iscrisse nel 1917 al corso di studi in Matematica dell'Ateneo di Torino, dove conseguì la laurea il 17 marzo 1921 con il massimo punteggio, discutendo una tesi di Analisi superiore.

Fino all'a.a. 1928-29 operò presso la R. Scuola di Ingegneria del Politecnico di Torino: nel 1924-25 fu incaricato di Geometria analitica e proiettiva e dall'a.a. 1925-26 al 1928-29 fu aiuto di Analisi matematica e Geometria. Nel frattempo conseguì la libera docenza in Analisi matematica e geometria (1925) e l'abilitazione all'insegnamento medio di Matematica e Fisica (1927).

La produzione scientifica di Zavagna concerne temi di analisi di grande attualità per l'epoca, come le equazioni differenziali alle derivate parziali e le equazioni integro-differenziali, oggetto di studio, in quegli anni, da parte di Guido Fubini e dei suoi allievi, sia al Politecnico che all'Università.

L'influenza di Peano, relatore di una delle sottotesi di Zavagna, si avverte invece soprattutto nell'ambito delle ricerche di calcolo nu-

merico. Il 15 giugno 1919 il matematico cuneese presentò all'Accademia delle Scienze di Torino una nota dell'allora studente Zavagna dal titolo *Calcolo dei logaritmi naturali con la serie esponenziale.* In essa ci si propone di calcolare il logaritmo di un numero ricorrendo direttamente alla definizione $x = \log a \; . = . \; e^x = a$, in cui e^x si sviluppa in serie esponenziale, e si applica il procedimento al calcolo di $\log \pi$. Il metodo e le notazioni utilizzate sono ripresi dall'articolo di Peano *Risoluzione graduale delle equazioni numeriche* (1919b), esposto alla stessa Accademia solo un mese prima.

Fortemente influenzato dagli studi sui calcoli graduali condotti nella Scuola di Peano e dal volume di Gino Cassinis *Calcoli numerici, grafici e meccanici* (Pisa, Mariotti, 1927) fu il testo di *Calcolo numerico* redatto da Zavagna, insieme ai colleghi Carlo Bersano e Domenica Gili, che si ricollegava all'attività didattica svolta dai tre assistenti in seno al primo biennio di Ingegneria. Di questo volume Zavagna curò i capitoli sulle operazioni abbreviate e sulla rappresentazione monografica di un'equazione in tre variabili. Il suo obiettivo era quello di fornire un'esposizione chiara e semplice di quei temi di calcolo grafico e approssimato che maggiormente possono essere utili ai futuri ingegneri nella pratica quotidiana, evitando « ogni enumerazione di casi particolari ed ogni enunciato di regole troppo complicate che facilmente si dimenticano od inducono in errori di applicazione ».

Zavagna morì a Milano il 29 ottobre 1958.

Elenco delle pubblicazioni

1919 *Calcolo dei logaritmi naturali con la serie esponenziale*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 54, 1918-19, pp. 1001-1006.

1922a *Studio di un'equazione integro-differenziale*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 2, 55, 1922, pp. 347-354.

1922b *Un problema analogo a quello del Goursat per le equazioni alle derivate parziali di tipo iperbolico*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 2, 55, 1922, pp. 559-562.

1923 *I trattati di calcolo infinitesimale da Newton a Cauchy*, Periodico di Matematica, 49, 1923, pp. 408-427.

1927 (con Carlo Bersano, Domenica Gili), *Calcolo numerico*, Torino, Viretto, 1927.

1931 (con Carlo Bersano), *Esercizi di geometria analitica e proiettiva*, Torino, Giorgio, 1931.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN n.* 36, n° matr. 2183, p. 134. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 4.7.1902 al 14.4.1921*, p. 291, Tesi: *Un'equazione alle derivate parziali del 3° ordine*, Sottotesi: *Baricentro di curvatura e podarie di curve piane*, *Approssimazioni nella risoluzione d'equazioni algebriche* e *Tre esercizi di statica*. Votazione: 100/100 e lode.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari del Politecnico di Torino: 1924-25, p. 11; 1926-27, p. 85; 1927-28, p. 47; 1928-29, p. 56.

UGO CASSINA

1897 - 1964

Nato a Polesine (Pr) il 1° aprile 1897 da Apimio e Argia Bezzi, Ugo Cassina compì gli studi superiori presso l'Istituto tecnico di Parma e nel 1913 si iscrisse al corso di laurea in Matematica presso l'Ateneo parmense. Durante la prima guerra mondiale fu combattente al fronte ed ebbe due medaglie di bronzo al valore militare e due croci al merito di guerra. Ripresi gli studi presso l'Università di Torino nel dicembre del 1915, vi conseguì la laurea in Matematica il 21 novembre 1919, con il massimo dei voti e la lode, discutendo una tesi di Astronomia e tre sottotesi, rispettivamente di Geometria superiore, di Geodesia e di Analisi superiore. Dal 1920 al 1923 fu assistente sulla cattedra di Algebra e geometria analitica e nel successivo anno accademico tenne per incarico l'insegnamento di Analisi algebrica presso la Scuola di Analisi matematica, di cui Peano fu direttore fino al 1924/25. Con la nomina nel 1924 a professore di Geometria analitica presso l'Accademia Aeronautica di Caserta, Cassina lasciò l'Università di Torino. Dal 1930 al 1933 fu a Milano, dove tenne corsi di Matematiche complementari su temi di Logica, Critica dei Fondamenti e Storia della Matematica e nel 1931 fu direttore della locale Biblioteca Matematica. Nel 1948 vinse il concorso a cattedra di Geometria descrittiva all'Università di Pavia e dal 1951 si trasferì a Milano sulla cattedra di Matematiche complementari dell'Università Statale, dove restò fino alla morte.

Gli anni trascorsi nell'Ateneo torinese a stretto contatto con Peano furono decisivi per la formazione culturale di Cassina e l'orientamento nella successiva attività di ricerca. Tutti i temi affrontati e approfonditi nelle sue pubblicazioni sono infatti connessi a spunti di ricerca suggeriti dal Maestro nei campi del calcolo numerico, della logica matematica, della critica dei fondamenti e della storia della matematica. Dal 1922 al 1931 Peano lo indirizzò nelle ricerche di analisi infinitesimale e numerica e presentò all'Accademia delle Scienze di Torino e a quella dei Lincei numerose note redatte dall'allievo, utilizzando il linguaggio simbolico del *Formulario Mathematico* (1908). Fra queste ricordiamo *Volume, area, lunghezza e curvatura di una figura* (1922); *Area, lunghezza e curvatura di una figura qualunque* (1922); *Nuove proprietà dei limiti delle funzioni plurivoche* (1927); *Nuova teoria delle grandezze* (1928) e *Sul concetto di limite* (1928).

I risultati sui calcoli approssimati confluirono invece nel pregevole volume *Calcolo numerico con numerosi esempi e note storiche originali* (1928), che si può considerare la *summa* delle ricerche condotte in quest'ambito da Peano e dagli insegnanti che parteciparono alle *Conferenze Matematiche Torinesi.*

Cassina apprezzò anche gli studi filologici e interlinguistici di Peano e nel 1932 si adoperò per continuare la propaganda del *latino sine flexione*, assumendo la segreteria di redazione della rivista *Schola et Vita* e collaborando alla costituzione del *Fundo Peano pro Interlingua.*

Si occupò poi di ricerche di geometria, analisi, meccanica razionale e relative alla didattica della matematica. Dal 1937 collaborò all'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, curata da Luigi Berzolari, Giulio Vivanti e Duilio Gigli, redigendo i capitoli *Trasformazioni geometriche elementari* e *Approssimazioni numeriche.*

Il ventaglio delle sue ricerche di storia delle matematiche spaziava invece dall'aritmetica degli Egizi e dei Sumeri, agli studi sull'equazione cubica in Leonardo Fibonacci Pisano, Girolamo Cardano e Niccolò Tartaglia, dalla matematica araba al concetto di limite in Pietro Mengoli e Luca Valerio, per approdare infine all'opera scientifica del suo maestro. Anche l'impostazione metodologica dei suoi lavori storici fu nettamente influenzata da Peano per « l'informazione esatta, la notizia erudita, lo studio diretto delle fonti, la semplicità suggestiva del discorso » (M. Gliozzi 1966, p. 136). I pregi e limiti di ta-

le approccio sono ben delineati nel necrologio di Cassina scritto da Mario Gliozzi (1966, pp. 136-137):

« I suoi lavori [...] si caratterizzano per una particolare accentuazione dell'esame critico dei testi, che lo conduceva spesso a nuove interpretazioni e a più ponderati giudizi. Raramente le sue indagini storiche uscivano dall'esegesi dei testi, inseguivano l'evoluzione delle idee, spaziavano in panorami ampi, analizzavano le condizioni ambientali, culturali e sociali, che accompagnarono lo sviluppo della scienza. A questa voluta limitazione del campo di ricerca faceva riscontro l'approfondito esame dei testi, che si spingeva sino alla sottigliezza filologica ».

Dopo la morte di Peano nel 1932 la produzione scientifica di Cassina si incentrò sull'analisi capillare e meditata della sua opera, approfondendo a tutto campo la biografia scientifica del maestro e sviscerando i contributi dati da questo ai vari rami della matematica e della cultura: analisi, logica, fondamenti della geometria e dell'aritmetica, filosofia, linguistica e didattica della matematica. I frutti dello « studio di tutta una vita » condotto da Cassina e oggetto di varie conferenze, da lui tenute in Italia e all'estero, furono raccolti nel 1961 nei libri *Dalla geometria egiziana alla matematica moderna* e *Critica dei principi della matematica e questioni di logica.*

Negli anni '50, l'Unione Matematica Italiana, su indicazione di Alessandro Terracini, affidò a Cassina l'incarico di curare l'edizione delle *Opere scelte* di Peano, che uscirono fra il 1957 e il 1959, in tre volumi, corredati di commenti e note di grande utilità per l'orientamento del lettore nella vasta produzione del logico piemontese.

Ancora su invito dell'Unione Matematica Italiana e del Comune di Cuneo, nel 1960 Cassina pubblicò la riproduzione in fac-simile dell'ultima edizione del *Formulario Mathematico* (1908), con un'ampia introduzione, in cui forniva con dovizia di dettagli le varie fasi della composizione e riportava i *marginalia* presenti sull'esemplare in suo possesso.

A distanza storica da quest'imponente massa di informazioni, indubbiamente preziose, sulla figura e sull'opera di Peano, non si può tuttavia non rilevare che quegli studi risultavano inficiati da toni eccessivamente agiografici, frutto di quell'ammirazione che Mario Gliozzi non esitò a definire « quasi illimitata » e « commovente ». A detta di L. Geymonat, essi produssero anzi conseguenze negative per

lo sviluppo delle ricerche di logica matematica in Italia [1]. All'atto di contestualizzare i contributi di Peano rispetto alla matematica contemporanea e a quella successiva, in particolare nel campo della logica e dei fondamenti, si nota infatti una certa miopia dell'allievo, incapace di cogliere i progressi e gli sviluppi della disciplina, dopo i risultati di D. Hilbert e K. Gödel. Questo difetto era del resto comune alla cerchia dei discepoli di Peano, che si limitarono spesso a ripetere in modo pedissequo le affermazioni del maestro.

Le ricerche di Cassina in storia della matematica furono comunque apprezzate in Italia e all'estero: era socio corrispondente dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, vice-presidente del Gruppo italiano di Storia della scienza e membro dell'Académie Internationale d'Histoire des Sciences.

Cassina morì a Milano il 5 ottobre 1964. La sua biblioteca di matematica, per suo espresso desiderio, fu donata all'Università di Parma, dove è oggi conservata.

Elenco delle pubblicazioni

1920 *Esercizi di meccanica razionale, appunti presi alle lezioni del Dott. U. Cassina dagli allievi A. China, V. Mioletti, G. Rebuffo*, Torino, Perotti, 1920.

1921 *La prospettiva e lo sviluppo dell'idea dei punti all'infinito*, Periodico di Matematiche, s. 4, 1, 1921, pp. 326-337.

1922a *Sulle traiettorie ortogonali di una congruenza di linee*, Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 81, 2, 1921-1922, pp. 276-288.

1922b *Volume, area, lunghezza e curvatura di una figura*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 57, 1922, pp. 205-216.

1922c *Area, lunghezza e curvatura di una figura qualunque*, Atti R. Acc. Naz. Lincei. Rendiconti della Classe di Scienze FMN, s. 5, 31_2, 1922, pp. 80-85.

1922d *Meccanica razionale: recensione sull'opera di G. Burali-Forti e T. Boggio*, Bollettino di Matematica, 18, 1922, 4-5-6.

[1] Gliozzi 1966, p. 136; L. Geymonat, *Giuseppe Peano e le sorti della logica in Italia*, Bollettino dell'U.M.I., s. 3, 14, 1959, pp. 113-115. Anche altrove non furono lesinate critiche alle valutazioni storiografiche dei contributi in logica della Scuola di Peano, giungendo a sostenere che « lo zelo quasi fanatico di certi suoi discepoli prestò facilmente il fianco al ridicolo » (Nicolas Bourbaki, *Elementi di storia della matematica*, Milano, Feltrinelli, p. 20).

1922e *Relativitate*, Academia pro Interlingua Circulares, 4, 1922, pp. 6-10.
1922f *Calcolo numerico*, litogr., Torino, Perotti, [1922].
1923a *I punti ciclici ed il circolo assoluto nel « Traité » di J. V. Poncelet*, Esercitazioni matematiche, 3, 1923, pp. 32-39.
1923b *Il moto dei gravi e la relatività*, Esercitazioni matematiche, 3, 1923, pp. 198-212.
1923c *Calculo de approximatione*, Wiadomosci matematyczne, 27, 1923, pp. 17-20.
1923d *A. Natucci - Il Concetto di numero e le sue estensioni...*, Scientia, **, 1923, pp. 47-48.
1924 *Risoluzione graduale dell'equazione cubica di Leonardo Pisano*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 59, 1924, pp. 14-29.
1925a *Calcolo della Pasqua*, Bollettino di Matematica, 2, 1925, pp. 109-118.
1925b *Espaces Courbes. Critique de la Relativité*, Il Bollettino di Matematica, 4, 1925, pp. XXXVII-XLIV.
1927a *Limiti delle funzioni plurivoche*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 62, 1927, pp. 4-21.
1927b *Nuove proprietà dei limiti delle funzioni plurivoche*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo, s. 2, 60, 1927, pp. 209-227.
1927c *Musica et Algebra*, Academia pro Interlingua, 3, 1927, pp. 68-70
1928a *Nuova teoria delle grandezze*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 63, 1928, pp. 145-157.
1928b *Calcolo di π*, Periodico di Matematiche, s. 4, 8, 1928, pp. 271-293.
1928c *Sul concetto di limite*, Atti R. Acc. Naz. Lincei. Rendiconti della Classe di Scienze FMN, s. 6, 8, 1928, pp. 639-645.
1928d *Calcolo numerico con numerosi esempi e note storiche originali*, Bologna, Zanichelli, 1928.
1928e *In occasione de septuagesimo anno de Giuseppe Peano*, in *Collectione de scripto in honore de Prof. G. Peano in occasione de suo 70° anno, edito per cura de interlinguistas, collegas, discipulos, amicos*, Schola et Vita, Supplemento, 27 agosto 1928, pp. 7-28.
1928f *Relativitate*, Schola et Vita, 3, 1928, pp. 288-291.
1929a *Sull'assetto logico deduttivo della matematica*, Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 2, 1929, pp. 47-62.
1929b *Pro praeparatione de docentes de disciplinas scientifico in schola secundario*, Schola et Vita, 4, 1929, pp. 6-14.
1929c *Seminario mathematico et physico de Milano*, Schola et Vita, 4, 1929, pp. 81-84.
1929d *Æquivalentia inter figuras geometrico*, Schola et Vita, 4, 1929, pp. 133-138.
1929e *Academia de Lynceos*, Schola et Vita, 4, 1929, pp. 193-195.

1929f *XVIII Reunione de Societate italiano pro Progressu de Scientias*, Schola et Vita, 4, 1929, pp. 293-296.
1929g *Sul concetto di vettore*, Atti R. Acc. Naz. Lincei. Rendiconti della Classe di Scienze FMN, s. 6, 9, 1929, pp. 962-969.
1929h *Su due quesiti proposti da Cardano a Tartaglia*, Periodico di Matematiche, s. 4, 9, 1929, pp. 117-129.
1929i *Numeri algebrici e trascendenti ed il problema della quadratura del cerchio. I, II*, Periodico di Matematiche, s. 4, 9, 1929, pp. 238-250, 320-335.
1930a *Theoria de radice quadrato graduale*, in Atti del Congresso internazionale dei matematici [8, 1928, Bologna], vol. 3, Comunicazioni: sezione 1, Bologna, Compositori, 1930, pp. 443-451.
1930b *Numeros algebrico et transcendente et problema de quadratura de circulo*, Schola et Vita, 5, 1930, pp. 17-30.
1930c *Cursu de perfectionamento in Matematica et Physica*, Schola et Vita, 5, 1930, pp. 170-176.
1931a *Linee, superficie, solidi*, Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 4, 1931, pp. 18-37.
1931b *Grave in terra rotante*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 66, 1931, pp. 428-432.
1931c *Paradoxo mathematico*, Schola et Vita, 6, 1931, p. 222.
1932a *Su due quesiti proposti da Cardano a Tartaglia*, Atti del Congresso internazionale dei matematici [8, 1928, Bologna], vol. 6, Comunicazioni: sezione 4, 1932, pp. 443-448.
1932b *Sul pendolo di lunghezza variabile (x)*, Atti R. Acc. Naz. Lincei. Rendiconti della Classe di Scienze FMN, s. 6, 15, 1932, pp. 950-952.
1932c *Sur le pendule de longueur variable (x)*, L'Enseignement mathématique, 30, 1932, pp. 271-274.
1932d *L'assioma della scelta e la nozione di limite*, Atti della Società italiana per il progresso delle scienze, 20, 1932, pp. 36-45.
1932e *L. Berzolari, G. Vivanti e D. Gigli, Enciclopedia delle matematiche elementari*, Bollettino di Matematica, 28, 4, 1932, pp. 1-4.
1932f *Vita et Opera de Giuseppe Peano (I. Elogio; II. Tabula cronologico de vita de G. Peano; III. Indice cronologico de publicationes scientifico de G. Peano)*, Schola et Vita, 7, 1932, pp. 117-148.
1932g *Paradoxo mathematico*, Schola et Vita, 7, 1932, pp. 40-41.
1932h (con Gaetano Canesi, Nicola Mastropaolo), *Ad Socios*, Schola et Vita, 7, 1932, pp. 159-160.
1932i *Communicationes*, Schola et Vita, 7, 1932, pp. 212-215.
1932l *De Vocabulario internationale*, Schola et Vita, 7, 1932, pp. 296-305.
1932m *Giuseppe Peano*, Rivista di Matematica Pura ed Applicata, 7, 7-8, 1932, pp. 3-13.

1933a *L'oeuvre philosophique de G. Peano*, Revue de Métaphysique et de Morale, 40, 1933, pp. 481-491.
1933b *L'opera scientifica di Giuseppe Peano*, Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 7, 1933, pp. 323-389.
1933c *Su la logica matematica di G. Peano*, Bollettino dell'U. M. I., 12, 1933, pp. 57-65.
1933d *Sulle affinità piane e spaziali. I: Affinità piane*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo, s. 2, 66, 1933, pp. 1105-1120.
1933e *Sulle affinità piane e spaziali. II: Affinità spaziali*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo, s. 2, 66, 1933, pp. 1121-1140.
1933f *Vocabulario de Societas Latina*, Schola et Vita, 8, 1933, pp. 335-336.
1934a *Sulla pretesa scala dei numeri cardinali transfiniti*, Atti della Società italiana per il progresso delle scienze, 21, 1934, pp. 127-128.
1934b (con Gaetano Canesi, Nicola Mastropaolo, Mario Gliozzi, Federico Bresadola, Oscar Chisini), *Communicatione officiale*, Schola et Vita, 9, 1934, p. 31.
1934c *Analysis critico*, Schola et Vita, 9, 1934, pp. 83-86.
1934d *Photogrammetria*, Schola et Vita, 9, 1934, pp. 133-138.
1934e *Federico Bresadola*, Schola et Vita, 9, 1934, pp. 166-167.
1935a *Sulla costruzione del piano osculatore ad una quartica di prima specie*, Atti R. Acc. Naz. Lincei. Rendiconti della Classe di Scienze FMN, s. 6, 21, 1935, pp. 681-682.
1935b *Sulla podaria di una superficie*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo, s. 2, 68, 1935, pp. 281-298.
1935c *Sulla rappresentazione di una superficie sulla sua podaria*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo, s. 2, 68, 1935, pp. 299-319.
1935d *Sulla costruzione grafica del piano osculatore ad una quartica di prima specie e ad una linea qualunque*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo, s. 2, 68, 1935, pp. 503-517.
1935e *In occasione di un nuovo libro di Geometria descrittiva*, Periodico di Matematiche, s. 4, 15, 1935, p. 185.
1935f *A. Cappelloni, Trattato generale dell'arte dell'ingegnere*, Periodico di Matematiche, s. 4, 15, 1935, pp. 285-192.
1935g *Analysis critico*, Schola et Vita, 10, 1935, pp. 21-23.
1935h *Antiquo phonetica de Latino*, Schola et Vita, 10, 1935, pp. 169-171.
1935i *Conclusione*, Schola et Vita, 10, 1935, pp. 199-200.
1936a *Storia del concetto di limite. I*, Periodico Matematiche, s. 4, 16, 1936, pp. 1-19, 82-103.
1936b *Storia del concetto di limite. II*, Periodico Matematiche, s. 4, 16, 1936, pp. 144-167.
1936c (con Oscar Chisini), *Commento*, Periodico Matematiche, s. 4, 16, 1936, p. 255.

1936d *Su una nuova costruzione grafica del piano osculatore*, Atti R. Acc. Naz. Lincei. Rendiconti della Classe di Scienze FMN, s. 6, 24, 1936, pp. 50-53.

1936e *Sul principio della scelta ed alcuni problemi dell'infinito*, Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 10, 1936, pp. 53-81.

1936f *Teoria dei limiti. I, II*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo, s. 2, 69, 1936, pp. 1025-1040, 1041-1056.

1936g *Principio de selectione et aliquo problemas de infinito*, Schola et Vita, 11, 1936, pp. 35-52.

1936h *Analysis critico*, Schola et Vita, 11, 1936, pp. 116-118.

1937a *Su di un'equazione integro-differenziale*, Atti R. Acc. Naz. Lincei. Rendiconti della Classe di Scienze FMN, s. 6, 25, 1937, pp. 301-308.

1937b *Sui fondamenti della geometria secondo Hilbert. I, II. I: Gli assiomi del I gruppo. II: Gli assiomi del II gruppo*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 72, 1937, pp. 337-357, 358-372.

1937c *Trasformazioni geometriche elementari*, in L. Berzolari, D. Gigli, G. Vivanti, *Enciclopedia delle matematiche elementari*, vol. 2, Parte 1, 1937, pp. 369-481.

1937d *Su l'equivalenza fra figure geometriche e le nozioni di volume, area, lunghezza*, Periodico Matematiche, s. 4, 17, 1937, pp. 1-13.

1937e *Rettifica alla nota « Sulla podaria di una superficie »*, Rendiconti Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali, s. 3, 1, 1937, pp. 249-252.

1937f *Teoria dei limiti. III*, Rendiconti Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali, s. 3, 1, 1937, pp. 13-48.

1937g *Parallelo fra la logica teoretica di Hilbert e quella di Peano*, Periodico di Matematiche, s. 4, 17, 1937, pp. 129-138.

1937h *Parallelo fra logica teoretica di Hilbert e quella di Peano*, in *Atti del primo congresso dell'Unione matematica italiana tenuto in Firenze nei giorni 1-2-3 aprile 1937*, Bologna, Tip. Rossetti, 1937, p. 458.

1937i *Su di un'equazione integro differenziale*, in *Atti del primo congresso dell'Unione matematica italiana tenuto in Firenze nei giorni 1-2-3 aprile 1937*, Bologna, Tip. Rossetti, 1937, pp. 238-241.

1937j *Sulle equazioni cubiche di Al Biruni*, in *Atti del primo congresso dell'Unione matematica italiana tenuto in Firenze nei giorni 1-2-3 aprile 1937*, Bologna, Tip. Rossetti, 1937, p. 457.

1938 (con Mario Gliozzi), *Interlingua, il latino vivente come lingua ausiliaria internazionale: grammatica, antologia*, Milano, Le lingue estere, 1938.

1939a *Formole sommatorie e di quadratura ad ordinate estreme*, Rendiconti Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali, s. 3, 3, 1939, pp. 225-274.
1939b *Estensione del teorema di Rolle al calcolo delle differenze ed applicazioni*, Rendiconti Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali, s. 3, 3, 1939, pp. 323-332.
1939c *Nuove formole sommatorie e di quadratura*, Atti R. Acc. Naz. Lincei. Rendiconti della Classe di Scienze FMN, s. 6, 29, 1939, pp. 253-258.
1939d *Formole sommatorie e di quadratura con l'ordinata media*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 74, 1939, pp. 300-325.
1939e *M. Gliozzi, L'elettrologia fino a Volta vol. I e II, Loffredo, 1937*, Periodico di Matematiche, s. 4, 19, 1939, pp. 52-55.
1939f *Curva di Peano in base due*, Periodico Matematiche, s. 4, 19, 1939, pp. 113-125.
1940a *Sul teorema fondamentale della geometria proiettiva ed i principii della geometria*, Periodico di Matematiche, s. 4, 20, 1940, pp. 65-83.
1940b *Riduzione delle ipotesi nel teorema fondamentale della geometria proiettiva*, Rendiconti Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali, s. 3, 4, 1940, pp. 389-402.
1941a *Sulle equazioni cubiche di Al Biruni*, Periodico Matematiche, s. 4, 21, 1941, pp. 3-20.
1941b *La trisezione dell'angolo di Al Biruni*, Periodico Matematiche, s. 4, 21, 1941, pp. 77-87.
1942a *Sulla geometria egiziana*, Periodico Matematiche, s. 4, 22, 1942, pp. 1-29.
1942b *Sulla risoluzione numerica delle equazioni e dei sistemi di equazioni algebriche o trascendenti*, Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 16, 1942, pp. 156-181.
1942c *Riduzione delle ipotesi nel teorema fondamentale della geometria proiettiva*, in *Atti del secondo congresso dell'Unione matematica italiana tenuto in Bologna nei giorni 4-5-6 aprile 1940*, Roma, Oderisi, 1942, pp. 281-282.
1942d *Sulla geometria egiziana*, in *Atti del secondo congresso dell'Unione matematica italiana tenuto in Bologna nei giorni 4-5-6 aprile 1940*, Roma, Oderisi, 1942, pp. 897-898.
1943a *Su un nuovo metodo per la risoluzione numerica delle equazioni algebriche o trascendenti*, Rendiconti Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali, 76, 1, 1942-43, pp. 35-61.
1945 *Interlingua il latino vivente come Lingua ausiliaria Internazionale. Grammatica. Antologia*, Milano, Cev, 1945.

1947 *Nuova teoria della congruenza geometrica*, Periodico di Matematiche, s. 4, 25, 1947, pp. 196-213.
1948a *Sul numero delle operazioni elementari necessarie per la risoluzione dei sistemi di equazioni lineari*, Bollettino dell'U. M. I., s. 3, 2, 1948, pp. 142-147.
1948b *Ancora sui fondamenti della geometria secondo Hilbert nota, 1. 2. e 3*, Rendiconti Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali, s. 3, 81, 1948, pp. 71-94; 82, 67-84, 85-94.
1949 *Le dimostrazioni in matematica*, Annali di Matematica Pura ed Applicata, s. 4, 29, 1949, pp. 131-146.
1950a *Approssimazioni numeriche*, in L. Berzolari, D. Gigli, G. Vivanti, *Enciclopedia delle matematiche elementari*, vol. 3, parte 2, 1950, pp. 7-191.
1950b *Il concetto di linea piana e la curva di Peano*, Rivista di Matematica dell'Università di Parma, 1, 1950, pp. 275-292.
1950c *L'area di una superficie curva nel carteggio inedito di Genocchi con Schwarz ed Hermite*, Rendiconti Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali, s. 3, 83, 1950, pp. 311-328.
1950d *Sull'origine ed evoluzione storica della geometria*, Periodico di Matematiche, s. 4., 28, 1950, pp. 1-12, 73-84.
1950e *Sur les manuscrits et la correspondance de A. Genocchi*, in *Actes du 6. Congres d'histoire des sciences*, *Amsterdam 1950*, Amsterdam, Unesco, 1950, pp. 173-177.
1951a *Complementi di geometria descrittiva del prof. U. Cassina raccolti dalla dott. B. Bigi*, Milano, Malfasi, [1951].
1951b *L'arco nella teoria degli insiemi liberato dal principio della scelta. I, II, III.*, Rendiconti Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali, s. 3, 84, 1951, pp. 75-88, 89-101, 102-110.
1951c *Su di un sistema di numerazione a basi variabili. I, II.*, Rendiconti Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali, s. 3, 84, 1951, pp. 223-234, 235-240.
1952a *Ideografia e logica matematica*, Periodico di Matematiche, s. 4, 30, 1952, pp. 65-78.
1952b *Alcune lettere e documenti inediti sul trattato di calcolo di Genocchi-Peano*, Rendiconti Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali, s. 3, 85, 1952, pp. 337-362.
1952c *Su quattro proprietà equivalenti per i connessi irriducibili e sulla nozione di arco*, Rendiconti dell'Accademia Nazionale dei XL, s. 2, 4, 1952, pp. 139-153.

1953a *Sulla critica di Grandjot all'aritmetica di Peano*, Bollettino dell'U. M. I., 3, 8, 1953, pp. 442-447.
1953b *Giovanni Vacca, la vita e le opere*, Rendiconti Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze Matematiche e Naturali, 86, 1953, pp. 185-200.
1953c *L'idéographie de Peano du point de vue de la théorie du langage*, Rivista di matematica dell'Università di Parma, 4, 1953, pp. 195-205.
1953d *Su l'opera filosofica e didattica di Giuseppe Peano: discorso pronunciato a Cuneo il 6 dicembre 1953*, Milano, Achillea, 1953, pp. 7-19.
1953e *Su l'opera filosofica e didattica di Giuseppe Peano*, Cuneo, Liceo scientifico statale, 1953.
1953f *Celebrazioni per l'intitolazione a Giuseppe Peano del Liceo scientifico statale di Cuneo*, Cuneo, Saste, 1953.
1954 *Il linguaggio visto da un matematico*, Milano, Malfasi, 1954.
1955a *Sul « Formulario mathematico » di Peano*, in Alessandro Terracini (a cura di), *In memoria di Giuseppe Peano*, Cuneo, Liceo Scientifico Statale, 1955, pp. 71-102.
1955b *Storia ed analisi del « Formulario completo » di Peano*, Bollettino dell'U. M. I., 3, 10, 1955, pp. 244-265, 544-574.
1955c *Elementi della teoria degli insiemi*, Periodico di Matematiche, s. 4, 33, 1955, pp. 193-214.
1956a *Elementi della teoria degli insiemi. II, Insiemi connessi irriducibili*, Periodico di Matematiche, s. 4, 34, 1956, pp. 85-108.
1956b *Sulla dimostrazione di Wallis del postulato quinto di Euclide*, Periodico di Matematiche, s. 4, 34, 1956, pp. 197-219.
1956c *La nozione di arco di linea nella teoria degli insiemi*, Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 25, 1956, pp. 73-92.
1957a *Sur l'histoire des concepts fondamentaux de la geometrie projective*, Paris, Les conferences du Palais de la decouverte, ser. D, 50, 1957, 36 p.
1957b *Sulla formola sommatoria di Euler col resto di Malmsten*, in *Scritti matematici in onore di Filippo Sibirani*, Bologna, Zuffi, 1957, pp. 49-61.
1957c *Un chiarimento sulla biografia di Peano*, Bollettino dell'U. M. I., 3, 12, 1957, pp. 310-312.
1958 *Su un teorema di Peano ed il moto del polo*, Rendiconti Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Classe di Scienze, 92, 1958, pp. 631-655.
1957-59 *Opere scelte di Giuseppe Peano a cura dell'Unione matematica italiana e col contributo del Consiglio Nazionale delle ricerche*, vol. I, *Analisi matematica. Calcolo numerico*, vol. II, *Logica matematica, Interlingua, e Algebra della grammatica*, vol. III, *Geometria, Fondamenti, e Meccanica razionale*, Roma, Cremonese, 1957-1959.

1960a (di Giuseppe Peano), *Formulario mathematico, Ripr. in fac-simile dell'ed. orig. con introduzione e note di Ugo Cassina*, Roma, Cremonese, 1960.
1960b *Il concetto di limite in Luca Valerio e Pietro Mengoli*, in *Actes du Deuxieme Symposium international d'histoire des sciences*, Collection de travaux de l'Académie internationale d'histoire des sciences, 11, 1960, pp. 8-18.
1961a *Nel centenario della nascita del matematico lucchese Mario Pieri: commemorazione tenuta dal prof. Ugo Cassina della Università di Milano, per l'inaugurazione dell'anno accademico 1960-1961*, Atti dell'Accademia lucchese di scienze, lettere e arte, s. 2, 11, 1961, pp. 191-208.
1961b *Dalla geometria egiziana alla matematica moderna*, Roma, Cremonese, 1961.
1961c *Critica dei principi della matematica e questioni di logica*, Roma, Cremonese, 1961.
1963 *Una storia della fisica*, Torino, Ediz. di Filosofia, 1963, 4 p.
1973 *Ora siamo a cavallo! Basta infatti ...*, Periodico di Matematiche, s. 5, 49, 1973, pp. 13, 76.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN, n° 35 dal 1851 al 2049*, n° matr. 1878, p. 178. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze dal 4.7.1902 al 14.4.1921*, p. 244, Tesi: *Sulla forma dell'anello di Saturno*, Sottotesi: *Sulle congruenze W, di cui una falda è quadrica*, *Punti cardinali di un sistema composto di due* e *Gruppo modulare di sostituzioni*. Votazione 110/110 e lode; BC Cuneo: *Lascito Peano*, Corrispondenze con G. Peano: cartella U. Cassina e *Academia pro Interlingua Documenti*, visibili anche sul cd-rom *L'Archivio Giuseppe Peano*; *Academia pro Interlingua Corrispondenze*: carteggio U. Cassina - G. Canesi; BSM Torino: *Fondo Peano - Mastropaolo*, carteggio U. Cassina - N. Mastropaolo; BDM Parma: *Fondo Ugo Cassina*, volumi della biblioteca personale di Cassina con *marginalia* autografi.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1915-16, p. 321; 1920-21, p. 67; 1921-22, p. 58; 1922-23, p. 90; 1923-24, pp. 60, 93, 95; C.F. MANARA, *Ugo Cassina*, Rendiconti dell'Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere, Parte gen. Atti uff., 98, 1964, pp. 1-4 (estratto); O. CHISINI, *Necrologio*, Periodico di Matematiche, 1964, p. 336; P. SPEZIALI, *Ugo Cassina (1897-1964)*, Revue d'Histoire des Sciences et de leurs applications, 18, 4, 1965, pp. 391-393; M. GLIOZZI, *Ugo Cassina (1897-1964)*, Archives Internationales d'Hi-

stoire des Sciences, 74-75, 1966, pp. 136-138; F.G. TRICOMI, *Matematici torinesi dell'ultimo secolo*, Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino, 102, 1967/68, p. 259; P. NASTASI, *Ugo Cassina*, Lettera Pristem, 6, 1992, pp. 29-30; F. SKOF, *Ugo Cassina*, in C.S. ROERO (a cura di), *La Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche Naturali di Torino 1848-1998*, t. 2, *I Docenti*, Torino, DSSP, 1999, pp. 595-597; C. TIBILETTI MARCHIONNA, *Uno sguardo su matematica e matematici nell'Università degli studi di Milano dal 1924 al 1974*, Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico di Milano, 69, 1999-2000, pp. 206-208.

CARLO BERSANO

1898 - 1975

Carlo Bersano nacque a Saluzzo (Cn) il 23 dicembre 1898 da Gian Domenico e Maria Bruno. Nel 1919, dopo aver frequentato per un anno il R. Politecnico di Torino, passò al corso di studi in Matematica dell'Università. Conseguita la laurea il 1° febbraio 1923 discutendo una tesi di Geometria proiettiva, divenne assistente di Analisi matematica e Geometria nella Scuola di Ingegneria del Politecnico e mantenne tale incarico fino all'a.a. 1934-35. Nel frattempo fu anche assunto all'Università in qualità di assistente alla Scuola di Geometria proiettiva e descrittiva diretta da Gino Fano nell'a.a. 1926-27. Il 7 novembre 1930 conseguì la laurea in Ingegneria Elettrotecnica, superando poco dopo l'esame di stato per l'abilitazione all'esercizio della professione.

La produzione di Bersano è ripartita in due filoni: da un lato gli studi di calcolo numerico, condotti sotto l'influenza di Peano, dall'altro quelli di geometria proiettivo-differenziale, svolti sotto la guida di Guido Fubini. Ai primi si collega l'articolo *Il numero π calcolato con la serie esponenziale*, presentato da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino il 15 giugno 1919, quando Bersano frequentava il secondo anno di studi universitari. In questa nota, dopo aver definito π come la minima radice positiva di $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$, Bersano calcolò « le cifre della radice di questa equazione numerica », applicando il procedimento e le notazioni introdotte da Peano nell'articolo *Risoluzione graduale delle equazioni numeriche* (1919b). Su temi di geometria differenziale vertevano invece due lavori del 1923 sulle varietà a k di-

mensioni immerse in S_n ($n > k$), che si riallacciavano alle ricerche di Corrado Segre, Guido Fubini ed Eduard Čech.

Bersano pubblicò inoltre alcuni manuali didattici rivolti agli studenti del primo biennio di Ingegneria. Fra questi interessante è il volume del 1927 *Calcolo numerico*, curato insieme a Ireneo Zavagna e Domenica Angiola Gili, che rispecchia gli studi sui calcoli graduali effettuati in quel periodo nella cerchia degli insegnanti che frequentavano le *Conferenze Matematiche Torinesi.* Bersano scrisse il capitolo sull'uso del regolo calcolatore logaritmico.

Socio dell'*Academia pro Interlingua* dal 1922, egli morì a Milano il 24 maggio 1975.

Elenco delle pubblicazioni

1919 *Il numero π calcolato con la serie esponenziale*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 54, 1918-19, pp. 1007-1012.

1923a *Contatti del secondo e del terzo ordine tra varietà iperspaziali*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, s. 2, 56, 1923, pp. 267-275.

1923b *Sulla applicabilità proiettiva di una particolare classe di varietà iperspaziali*, Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, s. 5, 32_1, 1923, pp. 260-263.

1925 (con I. Zavagna, D. Gili), *Esercizi di Geometria analitica e proiettiva*, Torino, Perotti, 1925.

1927 (con I. Zavagna, D. Gili), *Calcolo numerico*, Torino, Viretto, 1927.

1945 *Repertorio di matematiche ad uso degli allievi ingegneri*, Torino, Giorgio, 1945.

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN, n° 37 dal 21.3.1919 al 30.11.1919*, n° matr. 2281, p. 33. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 26.4.1921 al 16.11.1925*, p. 198, Tesi: *Applicabilità proiettiva di varietà iperspaziali*; Sottotesi: *I connessi bilineari alternati di coppie di rette*; *Uso delle formole differenziali nei calcoli di approssimazioni successive*; *Sull'equilibrio delle superficie flessibili e inestendibili.*

Fonti bibliografiche

Annuario dell'Università di Torino: 1926-27, p. 118; *Annuari del Politecnico di Torino*: 1924-25, p. 11; 1926-27, p. 86; 1927-28, p. 48; 1928-29, p. 56; 1929-30, p. 35; 1930-31, pp. 61, 122, 129; 1931-32, p. 59; 1932-33, p. 53; 1933-34, p. 63; 1934-35, p. 77.

PIERA CHINAGLIA
1898 - 1985

Pierina Chinaglia nacque a Siracusa il 23 novembre 1898 da Marcello e Benedetta Reycend. Compiuti gli studi secondari presso il R. Istituto tecnico di Torino, con indirizzo fisico-matematico, il 5 novembre 1917 si iscrisse all'Università e conseguì la laurea in Matematica il 18 luglio 1923, discutendo una tesi di Geometria superiore. Nel 1926, dopo aver sostenuto senza successo l'esame di abilitazione all'insegnamento, fu assunta come assistente incaricata alla Scuola di Calcolo infinitesimale diretta da Peano. Dal 1933, conseguita l'abilitazione alla docenza di Matematica, Scienze fisiche e naturali, Merceologia ed Igiene, si dedicò all'attività didattica nelle scuole secondarie.

Negli anni di assistentato Chinaglia collaborò all'*Academia pro Interlingua* e pubblicò sulle riviste *Discussiones* e *Schola et Vita* alcuni articoli di divulgazione in *latino sine flexione* che, per quanto di esile originalità, mostravano l'influenza di Peano nel gusto per la critica storica e filologica e nell'interesse per i problemi concreti e per i giochi di aritmetica. Nella nota *Definitione de numeros* Chinaglia tracciava una breve panoramica, poi ripresa da Fausta Audisio, delle varie definizioni di numero e delle operazioni aritmetiche elaborate nel corso dei secoli, inserendo precisi rimandi a fonti classiche e recenti. Per *Schola et Vita* curò anche i resoconti del Congresso internazionale dei Matematici e del Convegno della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, che si tennero a Bologna e a Torino nel 1928. Nelle sue cronache di giornalismo scientifico emergeva il sentimento di appartenenza ad una importante Scuola, sottolineato dall'insistenza sui contributi del gruppo di Peano e sulla stima che circondava il Maestro a livello internazionale.

Chinaglia partecipò a tutte le iniziative in onore di Peano: fece parte del *Comitatu generale pro honores*, formato per il suo 70° compleanno e, in tale occasione, recensì il volume *Giochi di aritmetica e problemi interessanti* (1924b). Nel 1932, alla morte del logico cuneese, fu fra i sottoscrittori del *Fundo Peano pro Interlingua*, ma poco dopo rallentò ed interruppe i contatti con l'*Academia.*

Morì a Torino l'8 giugno 1985.

Elenco delle pubblicazioni

1926a *Joco de shah et progressione geometrico*, Academia pro Interlingua, 1926, pp. 45-48.
1926b *Super uno definitione de Mathematica*, Academia pro Interlingua, 1926, pp. 94-95.
1927 *Numeros*, Academia pro Interlingua, 1927, pp. 102-104.
1928a *Definitione de numeros*, Schola et Vita, 3, 1928, pp. 7-9.
1928b *Latino sine flexione in congressu internationale de mathematicos*, Schola et Vita, 3, 1928, pp. 201-203.
1928c *Congressu de Società italiana per il progresso delle scienze*, Schola et Vita, 3, 1928, pp. 240-241.

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN, n° 36*, n° matr. 2063, p. 14. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 26.4.1921 al 16.11.1925*, p. 215, Tesi: *Ricerche sulle omografie e sulle reciprocità che scambiano tra loro due coniche o due quadriche*, Sottotesi *Sulle funzioni analitiche a spazi lacunari*, *Sugli assi di rotazione* e *Equazioni generali delle eclissi di sole*; BC Cuneo, *Lascito Peano*, lettera di G. Canesi a P. Chinaglia, 16.6.1937.

Fonti bibliografiche

Annuario dell'Università di Torino 1927-28, p. 108; E. Luciano, C. S. Roero (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 90-92.

GILDA MORI BREDA

? - ?

Gilda Mori Breda non compì gli studi universitari a Torino, ma insegnò matematica nelle scuole secondarie del capoluogo piemontese, essendo risultata idonea nel 1912 al concorso generale per cattedre di matematica negli Istituti tecnici. Nel 1918 risultava in servizio presso la R. Scuola tecnica G. Plana di Torino e a questo periodo risalgono le sue due pubblicazioni, che scaturirono nel contesto delle *Conferenze Matematiche Torinesi*, cui Mori Breda partecipò attivamente. Esse traevano ispirazione dalle ricerche di calcolo numerico di

Peano e di altri insegnanti della sua equipe, come Angelo Pensa, Cesare Burali-Forti, Luisa Viriglio, Maria De Stefanis e Tiziana Comi.

Nella prima nota Mori Breda prese le mosse dagli articoli di Peano sulle *Approssimazioni numeriche* (1917c e 1917d) per fornire l'esposizione della teoria per l'estrazione graduale della radice quadrata, con l'obiettivo di individuare:

> «le precauzioni che bisogna avere affinchè il calcolo riesca praticamente; cioè che se la parte intera della radice è > 100 allora si può applicare l'estrazione di radice graduale fino a 22 cifre decimali. Risulta così che questo metodo, applicato convenientemente, è più comodo e più rapido, sia del metodo elementare usato nelle nostre scuole, sia degli altri metodi meno noti per l'estrazione di radice quadrata» [1].

La trattazione era arricchita da precisi rimandi alle fonti storiche, fra cui i manoscritti di Joseph Fourier editi da Claude Navier nel 1831 e gli scritti di Jacob Lüroth (1900) e di A. Xavier (1909).

Mori Breda pubblicò anche un secondo articolo, di carattere computazionale, sull'estrazione graduale della radice quinta di π, con 7 cifre decimali. Il suo calcolo si affiancava a quello effettuato da Tiziana Comi sullo stesso esempio, ma con un metodo diverso, al fine di verificare la coincidenza dei risultati.

Elenco delle pubblicazioni

1918 *Estrazione graduale della radice quadrata*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 53, 1917-18, pp. 225-236.

1919 *Sviluppo delle radici in prodotto decimale*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 54, 1918-19, pp. 533-542.

Fonti bibliografiche

C.S. Roero, *Peano e l'altra metà del cielo*, in *Giuseppe Peano Matematica, Cultura e Società*, Cuneo, Ed. L'artistica Savigliano, 2001, pp. 63-67; *Giuseppe Peano and the female universe*, in V. Babini, R. Simili (a cura di), *More than pupils, Italian women in science at the turn of the 20th century*, Firenze, Olschki, 2007, pp. 31-35; E. Luciano, C.S. Roero (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960, Parte I*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 76-77.

[1] 1918, p. 236.

MARIO GLIOZZI

1899 - 1977

Nato ad Ardore (Rc) il 24 marzo 1899 da Ettore e Giuseppina Zappia, Mario Gliozzi compì gli studi elementari e superiori in Calabria e nel 1917 si arruolò volontario nella prima guerra mondiale. Nel 1918-19 si iscrisse all'Università di Roma, ma si trasferì poi con la famiglia a Torino nel 1920 e qui entrò presto in contatto con il gruppo di Piero Gobetti e con quello di Giuseppe Peano, che influenzarono i suoi orientamenti culturali, politici e sociali.

Nel gennaio del 1921 fu ammesso al quarto anno del corso di studi in Ingegneria industriale presso il Politecnico di Torino, dove conseguì la laurea il 3 novembre 1922. La sua inclinazione verso l'insegnamento lo portò però ad iscriversi nel 1924 al corso di laurea in Fisica della Facoltà di Scienze MFN dell'Università, dove sostenne gli esami di Fisica superiore e di Esercizi di fisica. Nel 1925 ottenne l'abilitazione all'insegnamento di Matematica e Fisica e iniziò la sua lunga carriera di docente nei Licei di S. Demetrio Corone, Pesaro e Chieri. Dal 1934 divenne titolare della cattedra al Liceo classico Cavour di Torino, dove restò fino all'ultimo, talvolta esonerato dall'attività didattica per temporanei incarichi istituzionali.

Legato a Peano da un rapporto di stima e amicizia, Gliozzi condivise il suo interesse per la storia delle scienze matematiche e fisiche e per le lingue internazionali. Nel 1932 fu nominato segretario dell'*Academia pro Interlingua* e iniziò a collaborare attivamente, sulle pagine di *Schola et Vita*, a promuovere la cultura scientifica redigendo brevi articoli in *latino sine flexione.* Alla morte di Peano si prodigò insieme a Cassina, Mastropaolo e Canesi nel diffondere la campagna di adesioni al *Fundo Peano pro Interlingua* e commemorò il Maestro scomparso sulla rivista *Archeion*, ricordandone così le doti didattiche e umane:

« In labore continuo illo inveni serenitate et optimismo, que diffunde circum se ad amicos et discipulos. ... Illo non habe inimicos et non cognosce rancore; ama pueros et flores et omne re pulchro. Ut professore Peano es exemplo raro: illo doce mathematica cum methodo historico praeciso et infunde in discipulo, sine ullo coactione, amore pro scientia et studio. Nos non debe – dic uno die ad uno amico – nos non debe, etiam in docendo mathematica tormenta juvenes, sed infunde in illos cum laetitia amore pro scientia,

pro omne scientia, quia omnes es de aequale momento. Conversatione de Peano es quesito ab amicos, ab discipulos et ab omne homine culto. Et forsitan pro satisfac isto desiderio, atque etiam isto necessitate de suo admiratores, illo jam congrega in suo domo, in uno die de omni hebdomade, amicos et discipulos. Ut forsitan jam eveni in schola de antiquo philosophos, tum Peano loqui cum profundo sapientia et aequale diligentia de omne re: de mathematica et de litteris, de physica et de philosophia, id es, secundum suo phrase usitato, de omnibus rebus et de quibusdam aliis » [1].

Negli anni '30 Gliozzi strinse amicizia anche con il filosofo Augusto Guzzo, con il quale nel 1937 pubblicò per le scuole il testo *Linee di storia del pensiero filosofico e scientifico.* Accolse pure il suo invito a collaborare nel suo istituto, tenendo per alcuni anni seminari e conferenze. Il loro mutuo scambio di idee fu riconosciuto da Guzzo nella prefazione dell'opera *La scienza* (1955), dove dichiarava di aver a lungo discusso e rivisto con lui la stesura di interi capitoli [2].

Docente di grande carisma e autorevolezza, seppure severo e riservato, al punto da sembrare talvolta scontroso [3], Gliozzi fu uno tra quei « pochi ma tenaci antifascisti non apertamente militanti, ma sicuramente saldi nel non lasciarsi travolgere nell'organizzazione del consenso del Regime » [4] e, negli anni della Resistenza, operò attivamente nei comitati clandestini per la scuola e fu membro del Partito d'Azione nel Comitato di Liberazione Nazionale per la scuola della regione Piemonte.

Parallelamente alla carriera di insegnante, Gliozzi operò nella scuola in qualità di Provveditore agli Studi Reggente di Cuneo nel 1945, fondò e presiedette l'Unione regionale piemontese degli insegnanti – poi denominata Federazione Nazionale Insegnanti delle Scuole Medie (FNISM) – e dal 1948 al 1962 partecipò al Consiglio Superiore di Pubblica Istruzione. Fece inoltre parte del comitato redazionale della rivista *Scuola e Cultura* e, come presidente della

[1] GLIOZZI 1932e, *Giuseppe Peano*, Archeion, 14, p. 255.

[2] Cfr. A. GUZZO, *La scienza*, Torino, Ed. Filosofia, 1955, p. IX.

[3] Cfr. G. QUAZZA, *Mario Gliozzi*, L'eco della scuola nuova, Ago.-Sett. 1977, p. 3; N. BOBBIO, *Mario Gliozzi - Appartenne all'Italia civile*, L'eco della scuola nuova, Luglio 1977, p. 1.

[4] QUAZZA 1977, p. 3.

FNISM, diresse per oltre vent'anni il giornale ufficiale della federazione.

La produzione scientifica di Gliozzi, pregevole per estensione e profondità, riguardò soprattutto la storia della fisica dal XVI alla prima metà del XX secolo, con cenni ad alcuni sviluppi successivi, fino ai risultati ottenuti dai premi Nobel Chen Ning Yang e Tsung Dao Lee. Le prime ricerche erano finalizzate alla divulgazione e all'insegnamento e recavano l'impronta dello stile di Peano e dei suoi collaboratori al *Formulario* e a *Schola et Vita*. La nota di Gliozzi *Precursori del sistema metrico decimale* (1932b), ad esempio, che fu presentata da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino, mostrava i tratti distintivi tipici delle indagini storiche condotte nella sua cerchia: l'esposizione chiara e rigorosa, l'attenzione a documentare ogni affermazione con i passi testuali, tratti dalle fonti originali, l'esame critico della bibliografia secondaria, e soprattutto il gusto di rintracciare la paternità di risultati e scoperte.

Dalle notizie ricevute dalla figlia di Gliozzi, Alessandra, sappiamo che Peano regalò a suo padre l'*Histoire des mathématiques* (1758) di J.F. Montucla, in due volumi, e due opere di P.S. de Laplace, la *Théorie analytiques des Probabilités* (1814) e il *Système du monde* (1824).

Dopo la scomparsa di Peano, Mario Gliozzi proseguì con entusiasmo le sue ricerche storiografiche. Nell'agosto del 1933 fu inviato come segretario dell'A.p.I. a Varsavia, al congresso internazionale di scienze storiche, dove ebbe occasione di stringere contatti con la comunità storico-scientifica mondiale. Per l'attività svolta in questo settore ricevette presto i primi riconoscimenti internazionali e nazionali: la nomina a membro corrispondente dell'*Académie Internationale d'Histoire des Sciences* (1935) e il premio ministeriale dell'Accademia dei Lincei per le Scienze fisiche (1934-35), per il manoscritto *Storia dell'elettricità e del magnetismo dalle origini fino all'invenzione della pila.*

Negli anni '50 e '60 Gliozzi seguì a Torino le iniziative promosse dal Centro di Studi Metodologici e fu chiamato a collaborare all'importante raccolta di Storia delle scienze, coordinata da N. Abbagnano, per la parte di Storia della fisica (1962b), e all'edizione critica delle Opere scelte di Alessandro Volta (1967d) per la collana dei Classici della scienza Utet, diretta da L. Geymonat. Nel 1961 conseguì la libera docenza in Storia della Fisica. Il suo nome figurò anche

fra i collaboratori del *Dizionario biografico degli italiani* e del *Dictionary of Scientific Biography*, per i quali Gliozzi scrisse diverse pregevoli biografie, talora di autori poco noti. Fu anche apprezzato autore di compendi di alta divulgazione, fra cui si possono citare *Il concetto di massa nella storia e nell'insegnamento* (1967b), *La scoperta delle leggi della rifrazione e del principio di Fermat* (1963b) e *Riflessioni sulla storia della fisica* (1967a).

Gli ambiti nei quali Gliozzi seppe offrire, con chiarezza, profondità e rigore, eccellenti trattazioni generali riguardano soprattutto la storia della fisica classica e della fisica sperimentale. Degne di particolare nota sono le sue analisi sulla storia dell'elettricità e del magnetismo, che egli seppe delineare con profondità e acutezza dall'antichità ai primi anni dell'Ottocento, dimostrando in varie pubblicazioni di padroneggiarne non solo i testi fondamentali, ma anche le rarità bibliografiche. Fra le migliori ricerche di Gliozzi ricordiamo quelle su Giambattista Beccaria, che hanno permesso di rivalutare l'operato del fisico monregalese e il ruolo significativo da lui giocato nello sviluppo delle scienze fisiche e matematiche in Piemonte e nel resto dell'Italia. Dall'esame delle opere più ampie di Gliozzi, come la monografia in due volumi *L'elettrologia fino al Volta* (1937c), il saggio *Storia del pensiero fisico* (1950c) redatto per l'Enciclopedia delle Matematiche Elementari e i trattati di *Storia della fisica* (1962b, 2006) si colgono i tratti salienti della metodologia da lui adottata nelle ricerche. Da un lato emerge il suo anelito a colmare le molte lacune presenti nella bibliografia storico-scientifica, con il proposito di completare, con la descrizione dei contributi degli italiani, le storie della scienza scritte all'estero. Dall'altro appare evidente la sua inclinazione per la ricerca dei risultati più importanti e per la definizione dei protagonisti delle scoperte o intuizioni principali, che modificarono lo sviluppo della scienza in un determinato periodo. Egli condivideva queste posizioni con altri storici italiani, a lui contemporanei, come Ettore Bortolotti, Aldo Mieli, Roberto Marcolongo, Dionisio Gambioli, Gino Loria, Giovanni Vacca, Giovanni Vailati, Ugo Cassina e Sebastiano Timpanaro.

Mario Gliozzi si spense a Torino il 9 giugno 1977. I figli Alessandra e Ferdinando hanno curato recentemente l'edizione della sua ultima fatica: la ponderosa *Storia della fisica*, rimasta manoscritta, che proseguiva quella intrapresa negli anni '60.

Elenco delle pubblicazioni

1930a *Qui es inventore de ludione?*, S.&V., 5, 1930, p. 365-368.
1930b *Francesco Lana proecursore de aviatione*, S.&V., 5, 1930, p. 369-369.
1930c *I metodi di Galileo per determinare il peso dell'aria*, Archeion, 12, 1930, p. 171-173.
1931a *Idea de temperatura et historia de thermometro*, S.&V., 6, 1-2, 1931, p. 21-24.
1931b *Origini e sviluppi dell'esperienza torricelliana*, Torino, Giappichelli, 1931, 84 p.
1931c *Breve historia de machinas thermico*, S.&V., 6, 6-7, 1931, p. 169-172.
1931d *Le origini della fisica sperimentale: la determinazione del peso specifico dell'aria*, Per. Mat., 4, 11, 1931, p. 1-10.
1931e *L'aerostatica di Otto von Guericke*, Archeion, 13, 1931, p. 191-200.
1931f Rec.: *I. Leavenworth, The Physics of Pascal, 1930*, Archeion, 13, 1931, p. 254-256.
1931g *Origine e sviluppi dell'esperienza torricelliana, Torino 1931*, Archeion, 13, 1931, p. 113-114.
1932a *Exploratione de interno et de externo de Terra*, S.&V., 7, 1-2, 1932, p. 29-30.
1932b *Precursori del sistema metrico decimale*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 67, 1932, p. 29-50.
1932c *III centenario de « Dialogo sui massimi sistemi »*, S.&V., 7, 6, 1932, p. 317-321.
1932d *L'invenzione della camera oscura*, Archeion, 14, 1932, p. 221-229.
1932e *Giuseppe Peano (27 augusto 1858 - 20 aprile 1932)*, Archeion, 14, 1932, p. 254-255.
1932f Rec.: *R. Marcolongo, La meccanica di Leonardo da Vinci*, Archeion, 14, 1932, p. 316-320.
1933a *Studio comparativo delle teorie elettriche del Nollet, del Watson e del Franklin*, Archeion, 15, 1933, p. 202-215.
1933b *L'elettrologia nel secolo XVII*, Per. di Mat., 4, 13, 1933, p. 1-14.
1933c *Progressus de electricitate in anno 1733; notitias scientifico*, S.&V., 8, 1933, p. 105-111.
1934a *Notitias scientifico*, S.&V., 9, 1-2, 1934, p. 20, 150-151.
1934b *Historia de sciencias et Interlinguistica*, S.&V., 9, 1-2, 1934, p. 67-78.
1934c *Una rivendicazione italiana: il telefono automatico*, Archeion, 16, 1934, p. 205-208.
1934d Rec.: *U. Cassina, L'opera scientifica di Giuseppe Peano*, Archeion, 16, 1934, p. 411-412.
1935a *Giambatista Beccaria nella storia dell'elettricità*, Archeion, 17, 1935, p. 15-47.
1935b *Historia de scientias et interlinguista*, S.&V., 10, 1935, p. 67-78.

1935c *Notitias scientifico*, S.&V., 10, 1935, p. 150.
1936a *Giovanni Fabbroni e la teoria chimica della pila*, Archeion, 18, 1936, p. 160-165.
1936b *Interessante libro pro Lingua Internationale*, S.&V., 11, 1936, p. 127-128.
1936c Rec.: *G. Halle, Otto Lilienthal, der erste Flieger*, Berlin, 1936, Archeion, 18, 1936, p. 404-406.
1937a *Profili di fisici sommi, ad uso delle scuole medie superiori*, Torino, SEI, 1937.
1937b (con Augusto Guzzo), *Linee di storia del pensiero filosofico e scientifico: ad uso dei Licei scientifici*, Napoli, Loffredo, 1937.
1937c *L'elettrologia fino al Volta*, 2 voll., Napoli 1937.
1938a *Galileo Galilei - Antologia delle opere maggiori*, Napoli, Loffredo, 1938.
1938b Rec.: *Memorie ed esperimenti inediti di Luigi Galvani, Bologna, 1937*; *Il Taccuino di Luigi Galvani ... Bologna, 1937*, Archeion, 20, 1938, p. 139-141.
1938c Rec.: *E. Persico, Fondamenti della meccanica atomica; F. Rasetti, Il nucleo atomico*, Archeion, 20, 1938, p. 141-142.
1938d *Appendice ad praefatione de volumine XXL: interlingua*, Archeion, 21, 1938, p. 10-12.
1939a *Fenomeni e leggi del riscaldamento elettrico nella prima metà del secolo XIX*, Atti SIPS, 6, 1939, p. 552-573.
1939b *Il contributo di Poisson all'elettrologia*, Per. Mat., 4, 19, 1939, p. 80-91.
1941a *La scoperta della bussola*, Le Vie del Mondo, 9, 7, 1941, p. 661-672.
1941b *Galileo Galilei e la determinazione della longitudine in mare*, Le Vie del Mondo, 9, 12, 1941, p. 1111-1118.
1941c *Galileo e la scienza dei suoi tempi*, Sapere, 7, 14, 1941, p. 312-316.
1942a *Tavole di cronologia scientifica italiana dal 1501 al 1600*, Archeion, 24, 1942, p. 23-81.
1942b *La funzione della matematica nel metodo sperimentale di Galileo*, Boll. UMI, 2, 4, 2, 1942, p. 118-129.
1948a *Relazioni scientifiche tra Fra Paolo Sarpi e Giovan Battista Porta*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 3, 1948, p. 395-433.
1948b *Origine della elettrochimica*, Chimica, 3, 8-9, 1948, p. 311-316.
1948c Rec.: *U. Forti, Storia della tecnica italiana alle origini della vita moderna, Firenze 1940*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 3, 1948, p. 541-543.
1948d *Roberto Marcolongo*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 3, 1948, p. 521-522.
1948e Rec.: *G. Abetti, F. M. Parenti, P. Pagnini, A. Saitta, G. de Bernard, A. Masotti, Giuseppe M. Boffito. L'uomo, le opere, bibliografia, Firenze 1947*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 4, 1948, p. 738-739.

1949a *Storia della critica al concetto di massa*, Humanitas, 4, 1949, p. 142-149.
1949b Rec.: *A Chronological history of electrical development from 600 B.C., New York 1946*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 7, 1949, p. 761-763.
1949c Rec.: *H.H. Skilling, Exploring Electricity: Man's unfinished quest, New York 1948*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 7, 1949, p. 763-765.
1949d Rec.: *B. Franklin, Autobiography*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 9, 1949, p. 1209-1210.
1949e Rec.: *A.A. Bright, The Electric-Lamp Industry: Technological change and economic development from 1800 to 1947*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 9, 1949, p. 1251-1253.
1950a *Fondamenti sperimentali dell'elettrodinamica d'Ampère*, Rend. Sem. Mat. Univ. Polit. Torino, 1949-50, p. 61-76.
1950b *Sulla natura dell' « Accademia de' Secreti » di Giovan Battista Porta*, Arch. Int. Hist. Sciences, 12, 1950, p. 536-541.
1950c *Storia del pensiero fisico*, Enciclopedia delle Matematiche Elementari, 3, parte 2, 1950, p. 819-883.
1950d *Il Convegno nazionale del Gruppo italiano di storia della scienza, Firenze 1950*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 13, 1950, p. 898-906.
1950e Rec.: *G. Testi, Dizionario di alchimia e di chimica antiquaria*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 13, 1950, p. 963-964.
1952a *G. B. Porta scienziato e mago*, L'Illustrazione Scientifica, 4, 26, 1952, p. 16-21.
1952b *Bibliografia di storia delle scienze nel decennio 1940-1950*, Humanitas, 7, 1952, p. 819-837.
1952c *Leonardo fisico*, Lo Smeraldo, 6, 3, 1952, p. 38-46.
1953a *Alessandro Volta insegnante di scuole secondarie, ovvero problemi antichi sempre nuovi*, Rassegna di cultura e vita scolastica, 7, 11, 1953, p. 1-22.
1953b Rec.: *S. Timpanaro, Scritti di storia e critica della scienza*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 23-24, 1953, p. 319-320.
1953c Rec.: *A. Volta, Epistolario*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 23-24, 1953, p. 330-331.
1956 Rec.: *R. J. Forbes, Studies in ancient technology, vol. 1-3, Leiden 1955*, Arch. Int. Hist. Sciences, 35, 1956, p. 169-172.
1957a *I modelli atomici*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 41, 1957, p. 329-339.
1957b *La rivolta dei robot*, Humanitas, 12, 12, 1957, p. 287-292.
1957c Rec.: *B. Dibner, Early electrical machines: the experiments and apparatus of two enquiring centuries (1600 to 1800) that led to the triumphs of the electrical age*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 39, 1957, p. 142.

1958a *Il principio di Fermat*, Actes VIII Congrès Int. d'Histoire des Sciences (Florence-Milan 1956), Collection de travaux de l'Acad. Int. d'-Histoire des Sciences, 9, Vinci, vol. 1, 1958, p. 215-219.
1958b Rec.: *G. Peano, Opere scelte, vol. I: Analisi matematica, Calcolo numerico, a cura dell'UMI, 1957*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 43, 1958, p. 204-205.
1958c Rec.: *U. Forti, Storia della tecnica: dal medioevo al rinascimento, Firenze 1957*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 44, 1958, p. 326-327.
1958d Rec.: *G. Peano, Opere scelte*, 3 vol., Eco della Scuola Nuova, 14, 1, gennaio 1958, p. 3.
1959a Rec.: *G. Peano, Opere scelte, vol. 2, Logica matematica, Interlingua ed algebra della grammatica*, a cura dell'UMI, Arch. Int. d'Histoire des Sciences, 47, 1959, p. 183-184.
1959b Rec.: *C.G. Abbot, Adventures in the world of science, Washington 1958*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 48, 1959, p. 316-317.
1959c Rec.: *K. Birr, Pioneering in industrial research: the history of the General electric research Laboratory, Washington 1957*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 48, 1959, p. 333.
1960a *Aldini Giovanni*, DBI, 2, 1960, p. 90-91.
1960b *Allievi Lorenzo*, DBI, 2, 1960, p. 502-503.
1960c *Allioni Carlo*, DBI, 2, 1960, p. 504-506.
1960d Rec.: *S.L. Stebbing, Philosophy and the physicists, 1958*, Arch. Int. Hist. Sciences, 50-51, 1960, p. 138.
1961a *La polemica sulla fosforescenza tra Giambatista Beccaria e Benjamin Wilson*, Physis, 3, 2, 1961, pp 113-124.
1961b *Degli Angeli, Stefano*, DBI, 3, 1961, p. 205-206.
1961c Rec.: *G. Peano, Formulario mathematico, con introd. e note di U. Cassina*, Physis, 3, 3, 1961, p. 263-264.
1962a *Fisici piemontesi del Settecento nel movimento filosofico del tempo*, Quaderni della Biblioteca Filosofica di Torino, 2, 1962, p. 558-571.
1962b *Storia della fisica*, in *Storia delle scienze*, (a cura di N. Abbagnano), vol. 2, Torino, Utet, 1962, p. 1-481.
1962c *Arduino Giovanni*, DBI, 4, 1962, p. 64-66.
1962d *Argoli Andrea*, DBI, 4, 1962, p. 132-134.
1962e *Arnaudon Gian Giacomo*, DBI, 4, 1962, p. 252-253.
1962f *Arrighetti Andrea*, DBI, 4, 1962, p. 307-308.
1962g *Avanzini Giuseppe*, DBI, 4, 1962, p. 644-646.
1962h Rec.: *U. Cassina, Dalla geometria egiziana alla matematica moderna, Roma, Cremonese, 1961*, Arch. Int. Hist. Sciences, 60-61, 1962, p. 423-425.
1963a *Il X Congresso Internazionale di Storia della Scienza*, Cultura e Scuola, 7, 1963, p. 287-291.

1963b *La scoperta delle leggi della rifrazione e del principio di Fermat*, Conferenze di Fisica, Milano, Feltrinelli, 1963, p. 79-98.
1963c *Il principio di causalità nella storia della fisica*, Conferenze di Fisica, Milano, Feltrinelli, 1963, p. 247-264.
1963d *La costituzione della materia nella concezione di Boscovich e di Faraday*, Atti conv. int. G. Boscovich e Fondaz. Osserv. Brera, 1962, Milano, Ist. It. Storia Tecnica, 1963, p. 115-119.
1963e *Bammacaro Nicola*, DBI, 6, 1963, p. 645-646.
1963f *Baratta Mario*, DBI, 6, 1963, p. 792-793.
1964a *Lo studio del magnetismo terrestre dal 1700 al 1832*, Per. di Mat., 4, 42, 1964, p. 1-24.
1964b *Barbagelata Angelo*, DBI, 6, 1964, p. 34.
1964c *Barbari Giuseppe Antonio*, DBI, 6, 1964, p. 43-44.
1964d *Barbarigo Girolamo*, DBI, 6, 1964, p. 69.
1964e *Barbieri Ubaldo*, DBI, 6, 1964, p. 240.
1964f Rec.: *F. Allodi, I microscopi Culpeper di Norimberga*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 66, 1964, p. 87.
1964g Rec.: *G.B. della Porta, De telescopio*, *Firenze 1962*, Arch. Int. Hist. des Sciences, 66, 1964, p. 87-88.
1965a *Bassani Francesco*, DBI, 7, 1965, p. 103-104.
1965b *Battelli Angelo*, DBI, 7, 1965, p. 237-238.
1965c *La data di pubblicazione del De animali electricitate dissertationes duae di Giovanni Aldini*, Physis, 7, 3, 1965, p. 357-358.
1966a *Il Volta della seconda maniera*, Cultura e Scuola, 17, 1966, p. 235-239.
1966b (con E. Tagliacozzo, B. Barbadoro), *Dal Mayflower al periodo Jacksoniano; Assolutismo illuminato, rivoluzioni, Napoleone*, Storia universale, vol 6.2, Milano, Vallardi, 1966.
1966c *Ugo Cassina (1897-1964)*, Arch. Int. Hist. Sciences, 74-75, 1966, p. 136-138.
1966d Rec.: *I. Newton, Principi matematici della filosofia naturale*, *1965*, Arch. Int. Hist. Sciences, 76, 1966, p. 296-297.
1967a *Riflessioni sulla storia della fisica*, Conferenze di fisica, vol. 2, Milano, Feltrinelli, 1967, p. 21-32.
1967b *Il concetto di massa nella storia e nell'insegnamento*, Conferenze di fisica, vol. 2, Milano, Feltrinelli, 1967, p. 33-49.
1967c *Teoremi meccanici di Vincenzo Riccati*, Physis, 9, 3, 1967, p. 293-300.
1967d *Opere scelte di Alessandro Volta*, *Introduzione e note*, Torino, Utet, 1967.
1967e *La polemica sulle forze vive in Italia*, Cultura e Scuola, 22, 1967, p. 236-243.

1967f *L'elasticità dell'aria e la propagazione del suono in Galileo*, Atti Symp. int. 'Galileo nella storia e nella filosofia della Scienza', Collect. Acad. Int. Hist. Sciences, n. 16, Vinci (FI), 1967, p. 45-48.
1967g Rec.: *The discovery of radioactivity and transmutation*; *ed. A. Romer*, Arch. Int. Hist. Sciences, 78-79, 1967, p. 153.
1968a *Bina Andrea*, DBI, 10, 1968, p. 483-485.
1968b *Lettres inedites de Giambatista Beccaria*, Actes du XI^e Congrès Int. d'Histoire des Sciences 1965, Wroclaw, vol. 3, Ossolineum, 1968, p. 211-215.
1968c Rec.: *W.E.K. Middleton, The History of the barometer*, Archives Int. Hist. Sciences, 84-85, 1968, p. 339-341.
1969a *Consonanze e dissonanze tra l'elettrostatica di Cavendish e quella di Volta*, Physis, 9, 1969, p. 231-248.
1969b *Bombelli Raffaele*, DBI, 11, 1969, p. 379-381.
1970a *G. B. Porta « Della magia naturale », Introduzione e note storico-critiche*, Milano, Ferro Ed., 1970.
1970b *Problemi di meccanica sperimentale nel XVIII secolo*, La Fisica nella Scuola, 1, 1970, p. 5-13.
1970c *Alle origini della stampa periodica scientifica*, Cultura e Scuola, 33-34, 1970, p. 346-352.
1970d Rec.: *Mechanics in sixteenth-century Italy: selections from Tartaglia, Benedetti, Guido Ubaldo & Galileo*, *eds. S. Drake, I.E. Drabkin*, Arch. Int. Hist. Sciences, 92-93, 1970, p. 282-284.
1970e Rec.: *Atti del primo convegno internazionale di ricognizione delle fonti per la storia della scienza italiana: i secoli XIV-XVI, Pisa 1966*, Arch. Int. Hist. Sciences, 92-93, 1970, p. 249-250.
1971a *Evoluzione dei metodi di Insegnamento della fisica*, Cultura e Scuola, 39, 1971, p. 182-187.
1971b *Cardano Girolamo*, DSB, 3, 1971, p. 64-67.
1971c *Fabbroni Giovanni Valentino Mattia*, DSB, 4, 1971, p. 503.
1973 *Levi-Civita Tullio*, DSB, 8, 1973, p. 284-285.
1974 *Cambi Giovanni Maria*, DBI, 17, 1974, p. 101-102.
1975a *Il calorico*, Cultura e Scuola, 56, 1975, p. 183-209.
1975b *Canterzani Sebastiano*, DBI, 18, 1975, p. 280-281.
1975c *Cantoni Giovanni*, DBI, 18, 1975, p. 324-325.
1975d *Giovanni Battista Beccaria*, Scienziati e Tecnologi dalle origini al 1875, vol. 1, Milano, 1975, p. 116-117.
1976a *Cardani Pietro*, DBI, 19, 1976, p. 758.
1976b *Torricelli Evangelista*, DSB, 13, 1976, p. 433-440.
2006 (a cura di A. Gliozzi, F. Gliozzi), *Storia della fisica*, Torino, Bollati Boringhieri, 2006.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASPoli Torino, *Registro immatricolazione Studenti, 1920-21 MA-I3; Registro Esami* n. 7 1922-23-EL–VARI, Tesi: *Impianto termico per forza motrice 250 HP effettivi* (voto 85/100). ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN dal 1923-24 al 1924-25*, n° 41, 1-161, p. 160; BSM Torino, *Fondo Gliozzi*: lettera di C. Crosio Peano a N. Mastropaolo, U. Cassina e G. Canesi, aprile 1932 (edita in C.S. ROERO, *Giuseppe Peano matematica, cultura e società*, Cuneo, L'artistica Savigliano, 2001, p. 78-79), manoscritti, libri, estratti, fascicoli di riviste e opuscoli relativi all'A.p.I. (descritti nell'articolo di G. Gagliardi in questo volume).

FONTI BIBLIOGRAFICHE

G. QUAZZA, *Mario Gliozzi*, L'eco della scuola nuova, Agosto-Settembre 1977, p. 3; N. BOBBIO, *Mario Gliozzi-Appartenne all'Italia civile*, L'eco della scuola nuova, Luglio 1977, p. 1; S. CAPARRINI, C.S. ROERO, *Mario Gliozzi (1899-1977) storico della scienza*, in *Due studiosi laici: Mario e Giuliano Gliozzi (in occasione dei 100 anni della Fnism)*, Torino, Unione Culturale F. Antonicelli, 2003, p. 11-22; C.S. ROERO, *Prefazione* a M. Gliozzi, *Storia della fisica*, Torino, Boringhieri, 2006, p. XV-XIX.

CESARINA BOCCALATTE

1901 - 1991

Cesarina Rosa Boccalatte nacque a Tortona (Al) il 15 gennaio 1901 da Faustino e Giacinta Cerrina e, dopo aver frequentato l'Istituto tecnico A. Bordoni di Pavia, si iscrisse al corso di studi in Matematica dell'Università di Torino, passando poi al terzo anno (1922-23) alla laurea mista in Scienze Matematiche e Fisiche. Nonostante il suo *curriculum* degli esami fosse poco brillante, nel 1927 Peano le assegnò un tema per la tesi di laurea.

Il 23 dicembre 1927 la studentessa, che era ormai fuori corso da tempo, fu respinta all'esame di laurea nella prova di cultura generale, che era stata istituita nel 1921 per le lauree miste. Quest'evento fu preso a pretesto da alcuni colleghi di Peano per screditare la sua attività didattica [1]. Ripetuto l'esame, Boccalatte conseguì la laurea il 27

[1] Cfr. A. TERRACINI, *Ricordi di un matematico Un sessantennio di vita universitaria*, Roma, Cremonese, 1968, pp. 42-43.

novembre 1928, discutendo un argomento sui Fondamenti della geometria. La dissertazione rifletteva l'insegnamento che Peano teneva in quegli anni nel corso di Matematiche complementari, sia per la scelta del tema, sia per l'approccio metodologico. Un estratto di questa ricerca fu presentato da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino, nella seduta del 2 dicembre 1928. Nella nota *La geometria basata sulle idee di punto e angolo retto* Boccalatte illustrava « dietro suggerimento del Prof. Peano » i postulati della geometria, partendo dalle idee primitive di punto e di angolo retto. A tale scopo utilizzava il simbolismo logico del *Formulario* e compendiava le costruzioni assiomatiche di Moritz Pasch, di Peano e di Mario Pieri.

Conseguite nel 1929 e nel 1933 le abilitazioni all'insegnamento della matematica negli Istituti medi inferiori, Boccalatte si dedicò alla scuola, restando tuttavia sempre legata a Peano e al suo esempio didattico e nel 1932 sottoscrisse una quota per il *Fundo Peano pro Interlingua.* Nel 1937 sposò il medico Vincenzo Allemano, dalla cui unione nacquero quattro figli. Ottima insegnante e preside con capacità organizzative non comuni, si prodigò affinchè sorgessero a Oulx, Susa, Sestriere e Bardonecchia Scuole medie statali e Licei, al fine di garantire l'accesso all'istruzione anche ai bambini e ai giovani delle borgate alpine più isolate. Fu per queste sue doti insignita del titolo di Cavaliere della Repubblica e del premio di Fedeltà Montanara.

Boccalatte morì a Oulx il 10 agosto 1991.

Elenco delle pubblicazioni

1929 *La geometria basata sulle idee di punto e angolo retto*, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 64, 1928-29, pp. 47-55.

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN*, n° 38, p. 55, n° matr. 3855. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 16.11.1925 al 13.7.1935*, p. 87; 127, Tesi: *Concetti primitivi della geometria*, Sottotesi: *La determinazione della densità media della terra*, *Le moderne teorie del magnetismo* e *La disintegrazione artificiale dell'atomo*; BC Cuneo: *Lascito G. Peano*: lettera a G. Canesi, ms. n. 102824 del 25.12.1932.

Fonti bibliografiche

Una vita per la scuola. Nel ricordo della preside, professoressa Rosa Boccalatte Allemano, donna di notevole statura nella scuola, nella famiglia e nel-

la fede, La Valsusa, N. 36, 26 settembre 1991; C.S. ROERO, *Peano e l'altra metà del cielo*, in *Giuseppe Peano Matematica, Cultura e Società*, Cuneo, L'artistica Savigliano, 2001, pp. 63-71; *Giuseppe Peano and the female universe*, in V. BABINI, R. SIMILI (a cura di), *More than pupils, Italian women in science at the turn of the 20th century*, Firenze, Olschki, 2007, pp. 40-41; E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 100-103.

CLEMENTINA FERRERO

1903 - 1984

Clementina Ferrero nacque a Torino il 24 febbraio 1903 da Alessandro e Teresa Blasi. Dopo aver conseguito la maturità all'Istituto tecnico Sommeiller, nel 1920 si iscrisse all'Università di Torino, dove si laureò in Matematica il 19 dicembre 1924, discutendo una tesi di Geometria superiore. Negli a.a. 1925-27 fu assistente alla Scuola di Calcolo infinitesimale diretta da Peano e conseguì l'abilitazione all'insegnamento di Matematica e Fisica e di Materie scientifiche. Risultata vincitrice del concorso a cattedra, nel 1926 Ferrero prese servizio come insegnante al Liceo scientifico di Pavia.

Fra il 1924 e il 1928 scrisse articoli divulgativi per l'Accademia torinese di agricoltura e seguì le attività promosse da Peano e dal suo gruppo, traducendo testi in *latino sine flexione*, recensendo volumi e pubblicando lavori di storia e di didattica della matematica.

La sua prima nota, intitolata *Resto nella formula di quadratura Cavalieri-Simpson*, derivava da una delle sottotesi di laurea e fu presentata da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino il 28 dicembre 1924. Qui Ferrero, riallacciandosi ai risultati ottenuti dal matematico cuneese alcuni anni prima (Peano 1913g) e sotto la sua guida, riuscì a migliorare una stima del resto data da Mauro Picone nel 1923. Sulle riviste dell'Academia pro Interlingua, di cui Peano era il presidente, apparve invece, nel 1927, un articolo di curiosità matematiche, nel quale si associavano i primi dodici numeri naturali ad eventi o monumenti celebri, come le sette meraviglie dei Greci, le nove Muse, i dodici segni zodiacali, ecc. La produzione scientifico-matematica di Ferrero si alternava a quella divulgativa su temi di chimica, alimentazione e agricoltura e, forse per questi interessi, Peano le

propose di tradurre dall'inglese in *latino sine flexione* un opuscolo di Mary Crosland Taylor, che con il titolo di *Coquina Vegetale* diffondeva notizie e ricette di cucina vegetariana fra i soci dell'ApI.

Sul *Periodico di Matematiche* Ferrero pubblicò infine la nota *Una questione di analisi indeterminata* dove si prendevano in esame le soluzioni dell'equazione indeterminata $ax + by = c$, con coefficienti interi positivi e a, b primi fra loro. La trattazione matematica era intervallata da precisi rimandi alle opere di Diofanto, Euclide, Beda il Venerabile, Leonardo Fibonacci Pisano e a testi recenti come il *Formulario mathematico* (1908), gli *Elementi di matematica* di Richard Baltzer (1886) e il *Trattato di algebra elementare* di Joseph Bertrand (1912).

Clementina Ferrero morì a Torino il 30 ottobre 1984.

Elenco delle pubblicazioni

1924 *Sunti storici dei lavori della R. Accademia di Agricoltura di Torino*, Annali R. Acc. di Agricoltura, 1919-1924.

1925a *Resto nella formula di quadratura di Cavalieri-Simpson*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 60, 1924-25, pp. 145-148.

1925b *Ricerche analitiche sopra un formaggio uso reggiano preparato in Piemonte*, Annali R. Acc. di Agricoltura, 1925.

1925c *Di un vino centenario*, Annali R. Acc. di Agricoltura, 1925.

1925d *I derivati fosforganici nella panificazione*, Atti I Congresso sulla macinazione dei cereali e sulla panificazione, 1925.

1925e *Crenologia. Analisi chimica delle acque minerali*, Milano, Tip. U. Grioni, 1925.

1925f Voce *Fumigazioni*, Enciclopedia Chimica, v. 4, parte 3, 1925, p. 954.

1927a *Curiositate de numeros*, Academia pro Interlingua, 1927, pp. 83-85.

1927b Mary Crosland Taylor, *Coquina Vegetale*, *Versione ex Anglo in Interlingua per Dr. Clementina Ferrero, Prefatione de prof. G. Peano, Paesidente de Academia pro Interlingua, Vocabulario de coquina, Vocabulario latino-anglo-franco-italiano*, Academia pro Interlingua, Cavoretto - Torino, 1927.

1927c *Una questione di analisi indeterminata*, Periodico di Matematiche, 4, 7, 1927, pp. 257-260.

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN, n° 38*, p. 61, n° matr. 2507. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 26.4.1921 al 16.11.1925*, p. 273, Tesi: *Le superficie del quarto ordine a conica doppia*, Sottotesi: *Resto nelle formule di quadratura espresso con un in-*

tegrale definito, *Le curve rettificabili* e *Distribuzione dell'elettricità in equilibrio sui conduttori*; BC Cuneo, *Lascito G. Peano*: lettera a Peano n. 101374 del 1928, con la recensione del libro di U. Cassina, *Calcolo numerico* (1928), visibile anche sul cd-rom *L'Archivio Giuseppe Peano.*

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: 1924-25, p. 242; 1925-26, p. 87; 1926-27, p. 118; C.S. ROERO, *Peano e l'altra metà del cielo*, in *Giuseppe Peano Matematica, Cultura e Società*, Cuneo, L'Artistica Savigliano, 2001, pp. 63-65; *Giuseppe Peano and the female universe*, in V. BABINI, R. SIMILI (a cura di), *More than pupils, Italian women in science at the turn of the 20th century*, Firenze, Olschki, 2007, pp. 31-44; E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 119-121.

TINA PIZZARDO

1903 - 1989

Nata a Torino il 5 febbraio 1903 da Francesco e Rosalia Musso, Battistina Pizzardo, che tutti chiamavano Tina, è nota al pubblico letterario come "la donna dalla voce roca" celebrata nelle poesie di Cesare Pavese. Amica del celebre scrittore e fidanzata di Altiero Spinelli, nel volume autobiografico *Senza pensarci due volte* Pizzardo raccontò le difficoltà incontrate in epoca fascista per le sue idee politiche, accennando anche alla vita universitaria torinese.

Allieva di Paolina Quarra nel R. Istituto magistrale di Alessandria, Pizzardo incontrò per la prima volta Peano all'esame di licenza, di cui era presidente di commissione. Iscrittasi nel 1920 all'Università di Torino, si laureò in Matematica il 17 luglio 1925 con una tesi di Geometria superiore e il 10 novembre 1925 conseguì l'abilitazione all'insegnamento medio di Matematica e Fisica e di Materie scientifiche negli Istituti medi inferiori.

Antifascista e amica di comunisti, negli anni del regime Pizzardo fu interdetta dai pubbblici uffici, trascorse alcuni mesi in carcere e fu tenuta sotto stretta sorveglianza. Consapevole di queste difficoltà, Peano le propose di diventare sua assistente alla cattedra di

Calcolo infinitesimale, ma la giovane rifiutò, temendo di comprometterlo [1].

Collaborò invece alla rivista *Schola et Vita*, redigendo nel 1926 la nota *Quaestiones de arithmetica in Beda*, dove presentava un elenco di problemi tratti dall'opera del matematico medioevale inglese Beda il Venerabile, da proporre in scuola come esercizi di algebra elementare. La ricerca si riallacciava al volume di Peano *Giochi di aritmetica e problemi interessanti* (1924b) e ad analoghe pubblicazioni di Paolina Quarra, Luisa Viriglio, Piera Chinaglia, Clementina Ferrero, Ugo Cassina, Giovanni Vacca e Alpinolo Natucci, che miravano a rintracciare nelle fonti storiche esempi curiosi da presentare a scuola per catturare l'attenzione dei ragazzi e vivacizzare l'insegnamento.

Tina Pizzardo morì a Torino nel 1989.

Elenco delle pubblicazioni

1926 *Quaestiones de arithmetica in Beda*, Academia pro Interlingua, 1926, pp. 44-45.

1996 *Senza pensarci due volte*, Bologna, Il Mulino, 1996.

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN*, n° 38, n° matr. 2514, p. 68. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 26.4.1921 al 16.11.1925*, p. 293, Tesi: *Quintiche ellittiche normali*, Sottotesi: *Scoperta e generalizzazione di un teorema fondamentale di calcolo* e *Teorema di Liouville e di Stäckel.*

Fonti bibliografiche

C. Pavese, *Poesie*, Torino, Einaudi, 1961, pp. 113-116: *Paesaggio IV* (a Tina), p. 113-114; *Un ricordo*, p. 115, *La voce* p. 116; C.S. Roero, *Peano e l'altra metà del cielo*, in *Giuseppe Peano Matematica, Cultura e Società*, Cuneo, L'artistica Savigliano, 2001, pp. 63-71; *Giuseppe Peano and the female universe*, in V. Babini, R. Simili (a cura di), *More than pupils, Italian women in science at the turn of the 20th century*, Firenze, Olschki, 2007, pp. 40-41; E. Luciano, C.S. Roero (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 124-127.

[1] Cfr. Pizzardo 1996, pp. 11, 114-115.

MARIA CIBRARIO

1905 - 1992

Maria Elisa Eugenia Cibrario nacque a Genova il 6 settembre 1905 da Giulio, cavaliere e capitano dell'esercito, e Cristina Botto. Compì gli studi al Liceo classico Verri di Lodi e il 22 luglio 1923 si iscrisse al corso di laurea mista in Scienze Fisiche e Matematiche dell'Università di Torino, ma dopo aver frequentato il primo anno, nel 1924 passò al corso di Matematica. Allieva di talento, conseguì la laurea il 14 luglio 1927 con la votazione massima, discutendo una tesi di Analisi redatta sotto la direzione di Guido Fubini, giudicata degna di menzione e pubblicata sui *Rendiconti del R. Istituto Lombardo.* La sottotesi *Definizione di arco di una curva e di area di una superficie e formule relative* verteva invece su uno dei temi prediletti da Peano e fu probabilmente svolta sotto la sua guida.

Nel novembre del 1927 Cibrario ottenne l'abilitazione all'insegnamento di Matematica e Fisica nelle scuole secondarie e divenne assistente alla Scuola di Calcolo infinitesimale, ancora diretta da G. Peano. In occasione di un convegno a Modena nel 1991 Cibrario ne ricordava con affetto le parole scherzose che era solito ripeterle al corso di Matematiche complementari: « Signorina ma perché viene a lezione? Queste cose che dico le avrà imparate a memoria! ». Egli ne apprezzava lo zelo e l'energia con cui riusciva a coniugare un'intensa attività di ricerca, testimoniata da otto pubblicazioni in sei anni, con un'altrettanto impegnativa attività didattica nei corsi di Analisi. Gli interessi di Peano in quel periodo riguardavano però temi di linguistica e di didattica della matematica e Cibrario li condivideva solo in parte, anche se collaborò alla rivista *Schola et Vita* con due articoli divulgativi, in *latino sine flexione*, sui metalli e sulle unità di misura e sotto la sua guida scrisse la nota *Proposizioni universali e particolari, e definizione del limite*, presentata da Peano all'Accademia delle Scienze di Torino il 23 giugno 1929. Utilizzando il simbolismo del *Formulario Mathematico* (1908a) Cibrario analizzava qui 24 proposizioni derivanti dalla definizione di limite, agendo sull'alternanza dei quantificatori esistenziale ed universale. L'articolo, arricchito da un interessante paragrafo di *Notizie storiche*, ricordava ricerche analoghe condotte da Peano (*Sugli ordini degli infiniti*, 1910b; *Sulla definizione di limite*, 1913e) e dai suoi allievi Mago (*Teoria degli ordi-*

ni, 1913) e Cassina (*Sul concetto di limite*, 1928c), ma Cibrario collocava il suo studio in un più ampio settore di indagini, cui afferivano i risultati di U. Dini e la memoria di G. Sannia, *I limiti di una funzione in un punto del suo campo* [1]. Pur affascinata dal rigore logico-critico del matematico cuneese, Cibrario percepì in quegli anni l'emarginazione dei colleghi verso Peano, tanto da ricordarlo come un « insigne maestro », ma anche come un « uomo solo, profondamente solo » [2]. Del resto la giovane ricercatrice si mosse fin da allora in modo autonomo e fu in grado di formulare e di realizzare impegnativi programmi, grazie alle sue doti peculiari: « la forza, il rigore del pensiero uniti a una chiara e disciplinata fantasia e metodica costanza » [3]. A partire dal 1928 Cibrario preferì dedicarsi a problemi di analisi pura, suggeriti e stimolati dai colloqui con Francesco Tricomi e soprattutto con Guido Fubini, che anche a distanza di tempo lei indicava come il suo « sommo », « illustre e venerato maestro ». Dopo la tesi di laurea, Fubini orientò le sue ricerche sulla teoria delle caratteristiche, sull'approfondimento dei lavori di Eugenio Elia Levi e di Hans Lewy sulle equazioni non lineari di tipo iperbolico. Ancora nel 1937-38, poco prima di abbandonare l'Italia, Fubini le propose lo studio di un problema applicativo che coinvolgeva un'equazione non lineare di tipo iperbolico, ripreso poi successivamente, ma da un punto di vista prettamente teorico, nel 1942.

Nel periodo trascorso a Torino, fino al 1939, giunsero a Cibrario i primi riconoscimenti per i suoi risultati scientifici: nel 1929 ebbe il premio C. Segre per gli anni 1926, 1927 e 1928; nel 1932 conseguì « con lusinghiera relazione » la libera docenza in Analisi infinitesimale e nel 1933 le fu conferito il premio ministeriale per le Scienze matematiche, assegnato dall'Accademia dei Lincei agli assistenti universitari [4].

All'attività didattica svolta in seno all'Istituto di Analisi, Cibrario accostò il corso di Istituzioni di matematiche, che tenne dal 1935

[1] Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino, 2, 66, 1915, n. 5, pp. 1-22.

[2] Recensione *Selected Works of Giuseppe Peano*, Historia Mathematica, 3, 1976, pp. 230-231.

[3] Skof 1993, p. 290.

[4] Rend. R. Acc. Lincei, Cl. Scienze FMN, s. 6, 17, 1933, p. 678.

al 1937, e nel 1938-39 quello di Matematiche complementari e la direzione dell'omonimo Istituto [5].

Sul versante della ricerca, dal 1931 al 1942 Cibrario si dedicò allo studio delle equazioni differenziali a derivate parziali lineari del 2° ordine di tipo misto, che le diedero fama internazionale, dopo la scoperta che le equazioni di tipo iperbolico-ellittico costituivano un modello per la descrizione dei fenomeni dell'aerodinamica transonica. Le sue indagini erano collegate alla celebre memoria lincea del 1923 in cui Tricomi studiava l'equazione che oggi porta il suo nome. Dopo un acuto esame critico delle ipotesi di validità del risultato di Tricomi, Cibrario affrontò più in generale la questione e giunse a classificare una vasta classe di equazioni sotto qualche ipotesi non troppo restrittiva. Dimostrò poi che oltre all'equazione di Tricomi, occorreva introdurre altre due forme canoniche, individuò le sottoclassi distinte, studiò la natura delle soluzioni e i problemi « ben posti ». Celebri furono i suoi teoremi di esistenza ed unicità, con un fecondo seguito in campo internazionale.

Nel 1938 Maria Cibrario sposò il collega Silvio Cinquini e si trasferì a Pavia come assistente e professore incaricato di Meccanica razionale. In seguito a concorso, ottenne nel 1947 la cattedra di Analisi matematica a Cagliari, poi a Modena e dal 1950 a Pavia, dove rimase fino all'andata fuori ruolo nel 1980. I frutti delle ricerche condotte insieme al marito confluirono in un cospicuo gruppo di lavori, in cui i problemi trattati in precedenza localmente furono risolti anche « in grande ».

Accanto ai numerosi studi sulle equazioni differenziali a derivate parziali, Cibrario compì ricerche anche su altre questioni di analisi, geometria, critica dei principi e teoria dei numeri, fra cui la trasformata di Laplace, i numeri e i polinomi di Bernoulli, i problemi di minimo, i rapporti fra serie di polinomi sferici generalizzati e serie trigonometriche riguardanti funzioni ipergeometriche di Gauss, le congruenze di rette iperspaziali e l'estensione dei metodi della Geometria descrittiva dallo spazio ordinario a quello a 4 dimensioni per rappresentare le rigate e certe varietà di piani.

Per i suoi risultati ottenne prestigiosi riconoscimenti: fu nominata socio corrispondente e membro effettivo dell'Istituto Lombar-

[5] Fu la prima donna a ricoprire all'Università di Torino la carica di direttore di un istituto.

do di Scienze e Lettere e socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Torino e dell'Accademia Nazionale dei Lincei, le conferirono il titolo di professore emerito ed ebbe la medaglia d'oro ai Benemeriti della Scuola, della Cultura e dell'Arte.

Maria Cibrario morì a Pavia, all'età di 87 anni, il 16 maggio 1992.

Elenco delle pubblicazioni

1929a *La trasformazione di Laplace*, Rend. Ist. Lomb., s. 2, 62, 1929, pp. 337-353.

1929b *Proposizioni universali e particolari, e definizione di limite*, Atti R. Acc. Sci. Torino, 64, 1929, pp. 319-330.

1929c *Metallos utile*, S.&V., 6, 1929, pp. 95-100.

1929d *Teorema di Leibniz-Wilson sui numeri primi*, Per. di Mat., s. 4, 9, 1929, pp. 262-264.

1930a *Sulla non esistenza di congruenze W di rette iperspaziali che abbiano per prime due falde focali delle varietà luoghi di spazii*, Rend. R. Acc. dei Lincei, s. 6, 11, 1930, pp. 170-173.

1930b *Sulle congruenze di rette di S_4 aventi per falde focali delle varietà luoghi di* ∞^1 S_2, Rend. Ist. Lomb., s. 2, 63, 1930, pp. 843-855.

1931a *Unitate de mensura. Systema metrico decimale*, S.&V., 6, 1931, pp. 79-84.

1931b *Sui teoremi di esistenza e di unicità relativi ad alcune equazioni differenziali a derivate parziali*, *Nota I*, Rend. R. Acc. dei Lincei, s. 6, 13, 1931, pp. 26-31.

1931c *Sui sistemi di esistenza e di unicità relativi ad alcune equazioni differenziali a derivate parziali*, *Nota II*, Rend. R. Acc. dei Lincei, s. 6, 13, 1931, pp. 115-118.

1931d *Su una trasformazione per le equazioni alle derivate parziali del secondo ordine*, Boll. UMI, 10, 1931, pp. 73-76.

1932a *Su alcuni notevoli cambiamenti di variabili e sulle loro applicazioni ad alcune equazioni a derivate parziali di tipo iperbolico e parabolico*, Atti R. Acc. Sci. Torino, 67, 1932, pp. 85-105.

1932b *Sulla riduzione a forma canonica delle equazioni lineari alle derivate parziali di secondo ordine di tipo misto*, Rend. R. Acc. dei Lincei, s. 6, 25, 1932, pp. 619-625.

1932c *Primi studi intorno alle equazioni lineari alle derivate parziali del secondo ordine di tipo misto iperbolico-paraboliche*, Rend. R. Acc. dei Lincei, s. 6, 26, 1932, pp. 10-15.

1932d *Sulla riduzione a forma canonica delle equazioni lineari alle derivate parziali di secondo ordine di tipo misto*, Rend. Ist. Lomb., 65, 1932, pp. 889-906.

1932e *Primi studi intorno alle equazioni lineari alle derivate parziali del secondo ordine di tipo misto iperbolico-paraboliche*, Rend. del Circolo Mat. di Palermo, 56, 1932, pp. 385-418.
1933a *Alcuni teoremi di esistenza e unicità per l'equazione* $xz_{xx} + z_{yy} = 0$, Atti R. Acc. Sci. Torino, 68, 1932-33, pp. 35-44.
1933b *Sui numeri di Bernoulli e di Eulero*, Rend. R. Acc. Lincei, s. 6, 18, 1933, pp. 110-118.
1933c *Sui polinomi di Bernoulli e di Eulero*, Rend. R. Acc. Lincei, s. 6, 18, 1933, pp. 207-214.
1933d *Su alcune generalizzazioni dei numeri e dei polinomi di Bernoulli e di Eulero*, Rend. R. Acc. Lincei, s. 6, 18, 1933, pp. 275-279.
1933e *Proprietà dei numeri e dei polinomi di Bernoulli e di Eulero generalizzati*, Rend. R. Acc. dei Lincei, s. 6, vol. 18, 1933, pp. 365-369.
1934a *Intorno ad una equazione lineare alle derivate parziali del secondo ordine di tipo misto iperbolico-ellittica*, Ann. SNS Pisa, s. 2, 3, 1934, pp. 255-285.
1934b *Alcuni teoremi di esistenza e unicità per l'equazione* $xu_{xx} + u_{yy} + 2u_x = 0$, Rend. R. Acc. Lincei, s. 6, 19, 1934, pp. 615-619.
1934c *Sui teoremi di esistenza e di unicità per le equazioni lineari alle derivate parziali del secondo tipo misto iperbolico-paraboliche*: $x^{2m} z_{xx} - z_{yy} = 0$, Rend. Circolo Mat. di Palermo, 58, 1934, pp. 217-284.
1935a *Le equazioni del secondo tipo misto ellittico-paraboliche e il problema di Dirichlet in domini infiniti*, Atti R. Acc. Sci. Torino, 70, 1934-35, pp. 372-381.
1935b *Rappresentazione in geometria descrittiva delle rigate e delle* S_2 - V_3 *dello spazio a quattro dimensioni*, Atti R. Acc. Sci. Torino, 70, 1934-35, pp. 391-403.
1935c *Sulle equazioni del secondo tipo misto ellittico-paraboliche*, Rend. Circolo Mat. di Palermo, 59, 1935, pp. 347-372.
1936a *Il problema di Dirichlet in dominii infiniti e le equazioni del secondo tipo misto ellittico-paraboliche*, Ann. di Mat. p. e appl., s. 4, 14, 1935-36, pp. 215-247.
1936b *Metodi e risultati nello studio delle equazioni lineari alle derivate parziali di tipo misto*, Conferenze di Fisica e di Matematica, Torino, 5, 1935-36, pp. 69-84.
1936c *Rapporti tra serie di polinomi sferici generalizzati e serie trigonometriche*, Boll. U.M.I., 15, 1936, pp. 77-82.
1937a *Sul minimo di un integrale doppio*, Atti R. Acc. Sci. Torino, 72, 1936-37, pp. 329-336.
1937b *Il principio di minimo*, Atti 1° Congresso U.M.I., Firenze, 1937, pp. 170-173.

1937c *Il principio di minimo e le equazioni di tipo misto ellittico-paraboliche*, Rend. Circolo Mat. di Palermo, 61, 1937, pp. 122-138.
1938a *Sulla dimostrazione di un teorema di esistenza*, Boll. UMI, 17, 1938, pp. 94-98.
1938b *Sull'esistenza di un integrale doppio*, Boll. UMI, 17, 1938, pp. 187-190.
1940a *Proprietà degli integrali delle equazioni a derivate parziali del Calcolo delle variazioni*, Rend. Ist. Lomb., 73, 1939-40, pp. 679-698.
1940b *Sull'analiticità degli integrali di alcune equazioni del primo tipo misto*, Ann. di Matem. p. e appl., s. 4, 19, 1940, pp. 51-79.
1940c *Relazioni fra integrali doppi e soluzioni di equazioni a derivate parziali*, Atti II Congresso UMI, Bologna, 1940, pp. 112-118.
1941 *Un complemento allo studio del problema di Dirichlet in dominii infiniti*, Atti R. Acc. Sci. Torino, 76, 1940-41, pp. 105-124.
1942a *Sopra alcune questioni relative ad equazioni ellittico-paraboliche del secondo tipo misto*, Atti R. Acc. Sci. Torino, 77, 1941-42, pp. 365-383.
1942b *Equazioni ellittico-paraboliche in dominii infiniti*, Rend. Ist. Lomb., 75, 1941-42, pp. 619-629.
1942c *Sul problema di Goursat per le equazioni di tipo iperbolico non lineari*, Ann. di Matem. p. e appl., s. 4, 21, 1942, pp. 189-229.
1942d *Una proprietà degli integrali delle equazioni ellittico-paraboliche del secondo tipo misto*, Rend. R. Accad. d'Italia, 3, 1942, pp. 502-510.
1943a *Intorno ad un sistema di equazioni alle derivate parziali del primo ordine*, Rend. Ist. Lomb., 76, 1942-43, pp. 177-184.
1943b *Sul problema misto per l'equazione del tipo iperbolico non lineare*, Rend. Ist. Lomb., 76, 1942-43, pp. 247-255.
1944 *Sopra alcune questioni relative alle equazioni del tipo iperbolico non lineari*, Ann. di Matem. p. e appl., 4, 23, 1944, pp. 1-23.
1945 *Un teorema di esistenza e di unicità per un sistema di equazioni alle derivate parziali*, Ann. di Matem. p. e appl., 4, 24, 1945, pp. 157-175.
1946a *Sopra un nuovo problema ai limiti per un sistema di equazioni alle derivate parziali*, Rend. Ist. Lomb., 79, 1945-46, pp. 103-111.
1946b *Sopra la teoria delle caratteristiche per le equazioni di ordine n di tipo iperbolico non lineari*, Rend. Ist. Lomb., 79, 1945-46, pp. 147-154.
1947a *Teoria delle caratteristiche per equazioni non lineari di ordine n di tipo iperbolico*, Ann. di Matem. p. e appl., 4, 26, 1947, pp. 95-117.
1947b *Una proprietà delle superficie integrali delle equazioni non lineari di ordine n di tipo iperbolico*, Rend. Acc. Naz. dei Lincei, 3, 1947, pp. 49-55.
1948a *Sopra il problema di Cauchy per i sistemi di equazioni alle derivate parziali del primo ordine*, Rend. Sem. Mat. Univ. di Padova, 17, 1948, pp. 75-96.

1948b *Sopra i sistemi di equazioni alle derivate parziali a caratteristiche reali e multiple*, Rend. Acc. Naz. dei Lincei, 8, 4, 1948, pp. 682-688.

1948c *Sui sistemi di equazioni a derivate parziali di ordine superiore*, Atti del III Congresso UMI, Pisa, 1948, p. 97.

1948d (con S. Cinquini), *Lezioni di Analisi Matematica*, vol. I, Pavia, 1947-48, 7 edizioni successive 1949-1973.

1949a (con S. Cinquini), *Lezioni di Analisi Matematica*, vol. II, Pavia, 1948-49, 7 edizioni successive 1950-1973.

1949b *Sui sistemi di equazioni alle derivate parziali di ordine superiore*, Annali di Matem. p. e appl., 4, 29, 1949, pp. 147-161.

1949c *Sopra la teoria delle caratteristiche per i sistemi di equazioni quasi-lineari alle derivate parziali del primo ordine*, Ann. Sc. Normale Sup. Pisa, 3, 3, 1949, pp. 161-197.

1950 *Sopra alcuni problemi preliminari*, Rend. Ist. Lomb., 83, 1950, *Nota I*, pp. 49-59, *Nota II*, pp. 71-78.

1951a *Metodi esistenziali in Analisi matematica*, Atti Sem. Mat. e Fis. Univ. di Modena, 5, 1950-51, pp. 90-100.

1951b *Un teorema fondamentale per la teoria delle caratteristiche di equazioni non lineari di ordine n di tipo iperbolico*, Atti 4° Congresso UMI, Taormina, 1951, vol. 2, pp. 52-56.

1951c *Alcuni nuovi teoremi di esistenza per equazioni non lineari di ordine n di tipo iperbolico*, Ann. Sc. Normale Sup. Pisa, 3, 5, 1951, pp. 329-353.

1951d (con S. Cinquini), *Sopra una forma più ampia del problema di Cauchy per l'equazione $p = f(x, y, z, q)$*, Annali di Matem. pura e appl., s. 4, 32, 1951, pp. 121-155.

1952 (con S. Cinquini), *Ancora sopra una forma più ampia del problema di Cauchy per l'equazione $p = f(x, y, z, q)$*, Ann. Sc. Normale Sup. Pisa, s. 3, 6, 1952, pp. 187-243.

1953 *Sopra la teoria delle caratteristiche per i sistemi di equazioni non lineari alle derivate parziali del primo ordine*, Rend. Ist. Lomb., 86, 1953, pp. 725-746.

1954a *Equazioni a derivate parziali di tipo misto*, Rend. Sem. Mat. Fis. di Milano, 25, 1953-54, pp. 18-40.

1954b *Una estensione nello studio dei sistemi di equazioni a derivate parziali*, Proc. Intern. Congress Mathem., Amsterdam, vol. I, 1954, pp. 449-450.

1955 *Nuovi teoremi di esistenza e di unicità per sistemi di equazioni a derivate parziali*, Annali SNS Pisa, 3, 9, 1955, pp. 65-113.

1956a *Moderne ricerche sulle equazioni a derivate parziali del primo ordine*, Rend. Sem. Mat. Univ. Polit. Torino, 15, 1955-56, pp. 5-26.

1956b *Equazioni e sistemi di equazioni alle derivate parziali a caratteristiche reali*, Atti del 5° Congresso UMI, Pavia-Torino, 1956, pp. 125-153.

1956c *Equazioni non lineari e teoria delle caratteristiche*, in *Equazioni alle derivate parziali a caratteristiche reali*, C.I.M.E., 1° Ciclo, Varenna, 1956, pp. 1-187.
1957a (con S. Cinquini), *Sopra una nuova estensione di un teorema di esistenza per equazioni a derivate parziali del primo ordine*, Ann. di Matem., s. 4, 43, 1957, pp. 51-81.
1957b *Sistemi di equazioni a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Ann. Mat. p. e appl., 4, 44, 1957, pp. 357-417.
1959a *Ulteriori ricerche intorno ai sistemi di equazioni a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Ann. SNS Pisa, 3, 13, 1959, pp. 449-488.
1959b *Teoremi di unicità per sistemi di equazioni a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Ann. Matem. p. e appl., 4, 48, 1959, pp. 103-134.
1960 *Sistemi di equazioni a derivate parziali quasi lineari in più variabili indipendenti*, Atti 6° Congresso UMI (Napoli 1959), 1960, pp. 287-288 - *Sistemi di equazioni a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Celebrazioni Archimedee del secolo XX, v. 2, Siracusa 1961, pp. 83-86.
1962 *Un teorema di esistenza per sistemi di equazioni a derivate parziali di tipo iperbolico*, Rend. Ist. Lomb., 96, 1962, pp. 190-208.
1963 *Sistemi di equazioni a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Seminari dell'Ist. Naz. di Alta Matem., 1962-63, Roma, Cremonese, 1964, pp. 103-122.
1964 (con S. Cinquini), *Equazioni a derivate parziali di tipo iperbolico*, Monografie Matematiche del C.N.R., n. 12, Roma, Cremonese,1964.
1965 *Teoremi di esistenza per sistemi semilineari di equazioni a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Ann. Matem. p. e appl., s. 4, 68, 1965, pp. 119-160.
1967a *Teoremi di esistenza per sistemi di equazioni quasi lineari a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Ann. Matem. p. e appl., s. 4, 75, 1967, pp. 1-46.
1967b *Proprietà delle soluzioni di sistemi di equazioni a derivate parziali*, Atti 8° Congresso UMI, Trieste 1967, pp. 282-283.
1968 *Ulteriori risultati per i sistemi semilineari di equazioni a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Rend. Ist. Lomb., 102, 1968, pp. 801-837.
1969 *Ulteriori risultati per sistemi di equazioni quasi lineari a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Rend. Ist. Lomb., 103, 1969, pp. 373-407.
1970 *Teoremi di esistenza per sistemi di equazioni non lineari a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Rend. Ist. Lomb., 104, 1970, pp. 795-829.

1976a Recensione: *Selected Works of Giuseppe Peano*, Historia Mathematica, 3, 1976, pp. 230-232.

1976b *Problemi relativi alle caratteristiche per sistemi di equazioni semilineari a derivate parziali*, Ann. Matem. p. e appl., s. 4, 110, 1976, pp. 177-209.

1977a *Attualità di alcuni metodi classici in Analisi Matematica* (presentato al Convegno «*Analisi Matematica classica e applicazioni*», Torino 1977), Rend. di Matem., 6, 10, 1977, pp. 477-487.

1977b, 1978a *Un complemento a ricerche sui sistemi di equazioni a derivate parziali di tipo iperbolico*, *Nota I*, Rend. Ist. Lomb., 111, 1977, pp. 62-68; *Nota II*, Rend. Ist. Lomb., 112, 1978, pp. 37-46.

1978b *Sopra i sistemi di equazioni a derivate parziali di tipo iperbolico*, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano, 48, 1978, pp. 9-33.

1979a *Sopra alcune questioni relative a sistemi di equazioni quasi lineari a derivate parziali in due variabili indipendenti*, Annali Matem. p. e appl., 4, 120, 1979, pp. 315-328.

1979b *Sopra un sistema di equazioni non lineari a derivate parziali in due variabili indipendenti*, Rend. Ist. Lomb., 113, 1979, pp. 92-102.

1980 *Francesco Giacomo Tricomi*, Rend. Ist. Lomb., Parte Generale e Atti Ufficiali, 114, 1980, pp. 72-79.

1981 *Alcune recenti ricerche relative a sistemi di equazioni a derivate parziali*, Atti Convegno Celebr. R. Calapso, Messina - Taormina, 1981, pp. 76-91.

1982a *Risultati antichi e recenti in teoria delle caratteristiche*, (Convegno G. Fubini e F. Severi, Torino 1979), Atti Accad. Sci. Torino, Suppl. al vol. 115, 1982, pp. 99-116.

1982b *Una classe di sistemi di equazioni a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Rend. di Matem., 7, 2, 1982, pp. 499-522.

1982c *Nuove ricerche sui sistemi di equazioni non lineari a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano, 52, 1982, pp. 531-550.

1985 *Sopra una classe di sistemi di equazioni non lineari a derivate parziali in più variabili indipendenti*, Annali di Matem., 4, 140, 1985, pp. 223-253.

Circa 150 recensioni sulle riviste *Mathematical Reviews*, *Bollettino UMI.*

Fonti archivistiche

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN*, n° 40, p. 155, n° matr. 40-155. *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 16.11.1925 al 13.7.1935*, p. 56, Tesi: *La trasformazione di Laplace e le sue applicazioni alle equazioni lineari di tipo parabolico a coefficienti costanti*, Sottotesi: *Un errore di Sophus Lie nella teoria dei complessi di rette* e

Definizione di arco di una curva e di area di una superficie e formule relative; Fascicolo personale. Affari ordinati per classi, XIV B 316, 322, 1929. XIV B 323, 1929; XIV B 328, 1930, XIV B, 344, 1933; XIV B, 345, 1933; XIV B 349, 1934; BDM Pavia: *Fondo S. Cinquini-M. Cibrario*: volumi e manoscritti donati dalla famiglia; BSM Torino: M. Cibrario, *Corso di Matematica per i Chimici ed i Naturalisti, anno 1936-37*, ms. litografato, Torino, Lit. Gili, [1936], Dispense 1-33, pp. 1-526 nn.

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuari dell'Università di Torino: a.a. 1927-28, pp. 358, 366; 1928-29, p. 95; 1929-30, p. 101; 1930-31, p. 118; 1931-32, pp. 112, 117; 1932-33, pp. 125, 129; 1933-34, pp. 52, 116, 121, 537; 1934-35, pp. 45, 89, 112, 120, 356; 1935-36 e 1936-37, pp. 32, 36, 75, 106, 114; 1937-38, pp. 61, 67, 107, 142; 1938-39, pp. 37, 41, 91, 131; 1939-40, p. 51; 1940-41, p. 44; 1945-46, p. 82. E E. KRAMER, *Six more Female Mathematicians*, Scripta Matematica, 23, 1957, pp. 83-95; L. OSEN, *Women in Mathematics*, Cambridge Mass., MIT Press, 1974, p. 159; F. SKOF, *Maria Cinquini Cibrario*, Atti Acc. Scienze Torino, 127, 1993, pp. 285-298; M.G. CAZZANI NIERI, *Maria Cinquini Cibrario*, Bollettino UMI, 7, 8/A, 1994, pp. 295-307; E. MAGENES, *Maria Cinquini Cibrario*, Atti Acc. Naz. Lincei, Cl. Scienze FMN, Rendiconti, 9, Suppl., 5, 1994, pp. 35-47; P. NASTASI, *Maria Cibrario Cinquini*, Lettera Matematica Pristem, 14, 1994, p. 31; *Maria Cibrario Cinquini*, in *Scienziate d'Occidente due secoli di storia*, Milano, Eleusi Pristem, Univ. Bocconi, 1997, p. 13; F. SKOF, *Maria Cibrario*, in C.S. ROERO (a cura di), *La Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali 1948-1998*, t. 2, *I docenti*, Torino, DSSP, 1999, pp. 619-621; E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 138-149.

FAUSTA AUDISIO

1906 - 1990

Fausta Audisio nacque a Torino il 12 luglio 1906 da Vittorio e Adele Andreis. Compiuti gli studi secondari presso il Liceo Cavour, frequentò per un anno la R. Accademia Albertina di Belle Arti e nel 1927 si iscrisse al corso di laurea in Matematica dell'Università di Torino, dove fu ammessa al secondo anno. Quand'era ancora studentessa, forse su invito di Peano, pubblicò una sua lezione del corso di

Matematiche complementari sui numeri interi e sulle quattro operazioni fondamentali. Il 14 luglio 1930 Audiso si laureò con semplice approvazione, discutendo una tesi diretta da Peano sulla storia di π. Nel 1931 conseguì l'abilitazione all'insegnamento di Matematica e Fisica e iniziò la carriera di docente nelle scuole medie, mantenendosi però in contatto con Peano e proseguendo le ricerche della sua tesi, che diedero luogo ad alcune note presentate all'Accademia delle Scienze di Torino, ai Lincei e al *Periodico di Matematiche.*

Nell'articolo *Calcolo di π in Archimede* Audisio prendeva in esame due passaggi oscuri dell'opera *Sulla misura del cerchio* e traduceva in termini moderni il calcolo del matematico siracusano, ipotizzando l'uso delle frazioni continue. In una successiva nota esponeva un metodo ideato da Peano per la stima del resto nella serie di Leibniz che esprime π/4. Il saggio intitolato *Il numero π* raccoglieva infine dettagliate notizie sul rapporto fra la circonferenza e il diametro del cerchio, desunte da fonti babilonesi, egizie, greche, indiane, cinesi ed arabe; illustrava metodi elementari per il suo calcolo; tecniche approssimate per determinarne la radice quadrata; espressioni di π nelle forme più disparate, oltre a cenni sui legami con il fattoriale, sulle dimostrazioni della sua irrazionalità e trascendenza e sui metodi di calcolo di π mediante gli sviluppi in serie, desunti dai lavori di Carlo Bersano (*Il numero π calcolato con la serie esponenziale*, 1918-19) e di Ugo Cassina (*Calcolo numerico*, 1928). Nell'ultima pubblicazione Audisio rispondeva semplicemente alle critiche mossegli da Ettore Bortolotti sull'utilizzo delle frazioni continue in Archimede, e rinviava al *Formulario Mathematico* di Peano e alla storiografia più recente sul tema.

Audisio morì a Mondovì il 20 marzo 1990.

Elenco delle pubblicazioni

1929 *I numeri interi. Le quattro operazioni fondamentali su di essi*, Rassegna di Matematica e Fisica, Periodico mensile dell'Istituto G. Ferraris (Roma), 1, 1929, pp. 81-85.

1930a *Calcolo di π in Archimede*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 65, 1929-30, pp. 101-108.

1930b *Calcolo di π colla serie di Leibniz*, Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti, 6, 11, 1930, pp. 1077-1080.

1931a *Il numero π*, Periodico di Matematiche, 4, 3, 1931, pp. 11-42.

1931b *Ancora sul numero π*, Periodico di Matematiche, 4, 20, 1931, pp. 149-150.

FONTI ARCHIVISTICHE

ASU Torino: *Registro di Carriera Scolastica della Facoltà di Scienze MFN n. 44*, p. 76 (n° matr. mancante). *Verbali di Laurea della Facoltà di Scienze MFN dal 16.11.1925 al 13.7.1935*, p. 173, Tesi: *Il numero π*, Sottotesi: *Gruppi di omografie che mutano in sé una quadrica piana*, *Determinazione approssimata dell'orbita di un pianeta dall'osservazione* e *Il teorema di Mittag Leffler e il teorema di Weiser*; *Tesi di laurea*; BC Cuneo, *Lascito G. Peano*: lettera a Peano n. 101024 del 31.5.1931, visibile anche sul cd-rom *L'Archivio Giuseppe Peano.*

FONTI BIBLIOGRAFICHE

Annuario dell'Università di Torino 1930-31, p. 346; C.S. ROERO, *Peano e l'altra metà del cielo*, in *Giuseppe Peano Matematica, Cultura e Società*, Cuneo, L'artistica Savigliano, 2001, pp. 63-71; *Giuseppe Peano and the female universe*, in V. BABINI, R. SIMILI (a cura di), *More than pupils, Italian women in science at the turn of the 20th century*, Firenze, Olschki, 2007, pp. 40-41; E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Numeri, Atomi e Alambicchi. Donne e Scienza in Piemonte dal 1840 al 1960*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008, pp. 152-154.

ATTI
DEL CONGRESSO INTERNAZIONALE
DI STUDI

Torino, 6-7 ottobre 2008

Sergej S. Demidov [*]

G. Peano et la communauté mathématique russe au premier tiers du XXe siècle [1]

1. *Remarques préliminaires*

Le sujet de ma recherche est devenu beaucoup plus clair après avoir eu l'opportunité, grâce à Madame la Professeur C. S. Roero, d'étudier la correspondance de G. Peano avec des mathématiciens russes. Cependant ce qui m'a frappé en examinant la liste de ses correspondants russes [2] est que parmi eux ne figure aucun savant des capitales russes – celles de Saint Petersbourg et de Moscou. Ceci étant dû au fait que Peano était en correspondance avec des mathématiciens de centres importants mais provinciaux: ceux de Kazan et de Rostov-sur-le-Don.

L'activité du grand mathématicien, tel un faisceau de lumière, éclaire (par sa correspondance, ses diffusions et le développement de ses idées en Russie, etc.) certains aspects de la vie

[*] *Nous tenons à remercier très chaleureusement Madame la Professeur C. Silvia Roero qui a eu l'amabilité de nous fournir les documents des Archives de G. Peano.*

[1] Cette recherche a été effectué par le support financier de la Fondation Russe de Recherches Fondamentaux (Projet N. 08-06-00099a).

[2] Nous n'examineront pas les lettres de Peano adressées à ses correspondants russes concernant la question d'interlingua.

de la communauté mathématique à l'époque russe et à l'époque soviétique, de la fin du XIX^e au premier tiers du XX^e siècle. Les tableaux dépeignant leurs vies étaient plus intéressants que je ne pouvais me l'imaginer auparavant.

Avant d'entamer ce sujet, penchons nous d'abord sur la situation générale des mathématiques mondiales pendant le dernier tiers du XIX^e siècle, ainsi que sur la situation qui régnait dans la communauté mathématique mondiale durant cette période très active.

Si, au départ, le monde mathématique se composait d'un ensemble de communautés nationales assez isolées, ayant des évolutions diverses (avancé comme la française ou l'allemande ou initial comme la grecque ou la portugaise), à partir des années 1860-1870, des relations internationales s'établirent avec impétuosité à travers les universités, les sociétés mathématiques, les congrès mathématiques internationaux (le premier datant de 1878 à Zürich), les projets internationaux (le formulaire des sciences mathématiques, les encyclopédies des sciences mathématiques), la Commission Internationale sur l'enseignement de mathématiques, la formation de premiers grandes écoles internationales à la manière de l'école de K. Weierstrass. Dans ce processus, un rôle prépondérant était réservé aux deux « grands » des mathématiques de l'époque: la France et l'Allemagne. Leurs efforts et les tensions qui régnaient entre eux (en partie dus à des facteurs politiques) déterminaient l'activité et les particularités du développement de la communauté mathématique internationale.

A cette époque, les recherches mathématiques se développaient très intensivement, mais différentes, en Italie comme en Russie. L'Italie, qui possédait une tradition mathématique de plusieurs siècles, voyait les mathématiques nationales prendre un nouvel essor – le Risorgemento mathématique. La Russie n'a commencé à emprunter la voie du développement mathématique, dont les racines remontent à L. Euler[3], qu'au XIX^e

[3] En Russie, le rôle d'Euler et de ses élèves, quant à l'organisation du

siècle. La première moitié du XIX^e siècle est l'époque où des mathématiciens russes, tels N.I. Lobachevskij et M.V. Ostrogradskij, se distinguent. Tandis que la seconde moitié du XIX^e siècle est l'époque de la formation des premières grandes écoles nationales, telle celle de Saint-Pétersbourg de P.L. Chebyshev, reconnue dans les années 1880-90 par toute l'Europe (ce qui signifie à l'époque par le monde entier). Puis ce fut le cas de l'école de Moscou, école philosophico-mathématique, renommée au début du XX^e siècle comme pour ses résultats en géométrie différentielle (K.M. Peterson, D.F. Egorov ainsi qu'en mathématiques appliquées (N.E. Zhukovskij. Les sujets étudiés par les Saint-Pétersbourgeois divergeaient de ceux traités par les Italiens (quelques exceptions sont à voir en mécanique analytique où les recherches de A.M. Ljapunov et de T. Levi-Civita se croisaient). Par ailleurs, les Moscovites qui étudiaient les problèmes de la géométrie différentielle étaient en contact avec les mathématiciens italiens. Pour plus de détails sur l'évolution des mathématiques et des instituts mathématiques en Russie cf., je vous invite à consulter la monographie classique de A.P. Jushkevich [4], offrant un cadre historique que nous ne devons ignorer afin de cerner l'influence des idées de G. Peano sur la communauté mathématique russe.

2. *Les mathématiciens Saint-Pétersbourgeois et Peano*

Comme nous l'avons déjà mentionné, les recherches des mathématiciens de Saint-Pétersbourg ne convergeaient pas avec celles de Peano et de ses élèves. L'école concentrait ses forces sur les objectifs déterminés par son célèbre fondateur: P.L. Chebyshev. Les nouvelles orientations prônées par les collègues européens ne furent accueillies qu'avec mépris et méfiance par les mathématiciens académiques de Saint-Pétersbourg,

système éducatif des sciences mathématiques et de la recherche mathématique, fut inestimable.

[4] A.P. JUSHKEVICH, *Istorija matematiki v Rossii do 1917 goda*, Moskva, Nauka, 1968.

craignant leurs orientations et leurs attitudes hautaines et les considérants comme décadents. Tel fut le cas de la théorie des fonctions d'une variable complexe de B. Riemann et celle des ensembles de G. Cantor et la théorie des fonctions d'une variable réelle construite à partir de la théorie des ensembles qui furent dédaigneusement taxée de « galimatias » [5]. Ils avaient la plus grande répugnance pour les travaux de G. Cantor sur la théorie des ensembles surtout pour ses passages théologiques – leur credo idéologique étant hostile à toute forme de convictions religieuses [6]). Ils n'estimaient pas non plus les travaux sur la logique mathématique et sur les fondements des mathématiques, les trouvant excessifs. Selon eux, seules les branches des mathématiques ayant une application effective étaient valables. Ainsi les travaux des Moscovites sur la géométrie différentielle, qui n'avaient pas à cette époque d'applications pratiques, étaient considérées comme futiles. Cette tendance les obligeait à trouver une justification pour leurs travaux sur la théorie des nombres [7], branche point destinée à une application pratique.

Les Saint-Pétersbourgeois restaient indifférents aux travaux de K. Weierstrass sur la reconstruction des fondements de l'analyse mathématique, parce que considérée comme excessive. A.A. Markov (« chaîne de Markov », « processus de Markov »!!!), un des chefs de file et enseignant en analyse mathématique à l'Université de Saint-Pétersbourg, ignorait ces idées réformatrices. Il n'est donc pas étonnant que les travaux de Peano sur l'analyse restèrent pendant longtemps étrangers à nos mathématiciens.

[5] Cf. N.S. Ermolaeva, *Novye materialy k biografii N. N. Luzina*, in *Istoriko-matematicheskie issledovanija*, 31, Moskva, Nauka, 1989, pp. 191-202.

[6] Cf. S.S. Demidov, *San Pietroburgo e Mosca*, in C. Bartocci, P. Odifreddi (Ed.) *La matematica*, vol. V, 1, Torino, Einaudi, 2007, pp. 603-623.

[7] Cette branche tombait dans la sphère de leurs intérêts grâce à Chebyshev qui, au début de sa carrière, s'attacha à éditer les travaux de L. Euler sur la théorie des nombres, épris de cette discipline.

Pourtant, au fil du temps, ces nouvelles tendances s'imposèrent aux Saint-Pétersbourgeois car il fallait désormais faire des cours sur l'analyse mathématique d'une manière nouvelle. Konstantin Aleksandrovich Possé (1847-1928) fut un des premiers à l'introduire. Bien qu'il n'ait pas fait partie des plus grands représentants de l'école de Saint-Pétersbourg (tel A.A. Markov ou A.M. Ljapunov), il était assez influent et éminent pour s'imposer dans l'école suprême russe.

K.A. Possé [8] a obtenu son diplôme de l'Université de Saint-Pétersbourg en 1869 et fut retenu à l'Université « pour préparer son grade de professeur ». Il était l'élève de P.L. Chebyshev. En 1873, le sujet qu'il choisi pour défendre sa thèse de « maître ès mathématiques pures » fut *Sur les polynômes de Jacobi et de Hermite*, sujet proposé par P.L. Chebyshev. Cette thèse fut la première monographie en Russie sur les polynômes orthogonaux.

Le fait que Possé utilisa en 1882, dans sa thèse de « docteur ès nathématiques pures » sur fonctions ultra-elliptiques, les méthodes riemanniennes de la théorie des fonctions d'une variable complexe, méthodes rejetées par les maîtres de l'école, témoignait de son esprit indépendant.

En 1886, Possé publiait son travail *Sur quelques applications des fractions continues algébriques*, en langue française, comme une continuation de sa seconde thèse [9]. Cette étude, où il utilisait et développait la théorie de l'intégrale de Stiltjes [10], marque son intérêt pour les recherches des mathématiciens occidentaux.

Les résultats de Possé furent couronnés par son élection, en 1916, en tant que membre honoraire de l'Académie des Sciences de la Russie.

[8] Sur la vie et sur l'activité de K.A. Possé v. JUSHKEVICH, *Istorija matematiki v Rossii...*, 1968, p. 397.

[9] C. POSSÉ, *Sur quelques applications des fractions continues algébriques*, St. Petersbourg 1886.

[10] Cf. F.A. MEDVEDEV, *Razvitie ponjatija integrala*, Moskva, Nauka, 1974, p. 55.

Bien que représentant de l'École saint-pétersbourgeoise et savant provenant de l'environnement proche de A. A. Markov, Possé ne fut jamais son adepte idéologiquement rigide. Toutefois, malgré les divergences, il se contint au scientifique et garda des relations cordiales avec ses collègues Moscovites.

Possé joua un rôle majeur dans l'évolution de l'enseignement mathématique en Russie et, plus particulièrement, de l'analyse mathématique[11]. En 1871, il entama d'enseigner l'analyse mathématique. Tout d'abord à l'Institut des ingénieurs des voies de communications, puis de 1879-1880 à l'Université, ensuite à partir de 1878, aux Cours supérieurs féminins et enfin en 1891, à l'Institut Polytechnique. Au début de son cursus d'enseignant, il utilisait des manuels de divers auteurs mais en 1891, il édita ses *Cours de Calcul intégral* (dont la deuxième édition parut en 1895[12]), qu'il compléta en 1903, en publiant ses *Cours du Calcul différentiel et intégral*[13]. En 1907 et en 1912, il rédigea et réédita ces cours. En 1923, parut sa 4ème édition (en peu différente de la 3ème). La 5ème édition datant de 1929 était stéréotypée. Ses cours de calcul différentiel et intégral furent réédités séparément en 1934 et en 1938 par I. I. Privalov. Ensuite, Privalov les réactualisa en 1937 et en 1939, et les réédita en tant que co-auteurs avec K. A. Possé.

Pour les besoins de ses étudiants, Possé entama la traduction des manuels étrangers sur l'analyse. Ainsi, il traduisit de l'allemand le *Manuel élémentaire de l'analyse algébrique et du calcul des infiniment petits* de E. Cesaro. Il annota et compléta

[11] L'enseignement d'analyse mathématique était considéré traditionnellement, par l'école supérieure russe, comme une de leurs priorités pour la formation des mathématiciens. Bien que les programmes éducatifs aient réservé une place prépondérante à d'autres disciplines, le niveau des cours d'analyse mathématique enseignés aux futurs mathématiciens restait élevé.

[12] K.A. Possé, *Kurs integral'nogo ischislenija*, Sankt-Peterburg, Tipografija Ju.N. Rerlikh, 1891; Sankt-Peterburg, Tipografija Instituta inzhenerov putej soobshchenija, 1895².

[13] K.A. Possé, *Kurs differencial'nogo i integral'nogo ischislenija*, Sankt-Peterburg, Tipografija Ju.N. Rerlikh, 1903.

cette traduction éditée en 1913-1914 [14]. G.M. Fikhtengol'c collabora avec lui pour la réalisation de ces manuels classiques sur l'analyse mathématique.

En 1922, Possé publia la traduction du cours de calcul différentiel et intégral de A. Genocchi dirigé de G. Peano [15]. Cette traduction était déjà la seconde. La première version avait été réalisée par un inconnu, N.S. Sineokov, avait été éditée en 1903 [16]. Une rapide comparaison des textes traduits prouve que celle de Possé est plus moderne. Il utilise une autre terminologie. Ainsi, la traduction de N.S. Sineokov utilise le terme de « nombres incommensurables » (les notes 1-3) alors que Possé utilise le terme de « nombres irrationnels ». Mis à part la terminologie, comment justifier une deuxième traduction?

Au début des années 20, une réelle pénurie se faisait sentir dans les manuels éducatifs et plus particulièrement, dans les livres adressés à l'enseignement supérieur. Cette pénurie était le résultat d'une longue interruption dans la production littéraire éducative, imposée par la Première Guerre Mondiale, la révolution et la guerre civile. Les conditions nécessaires à l'édition et à son financement ne se retrouvent que dans les rythmes d'une vie pacifique. Les manuels d'analyse mathématique, choisis parmi les éditions occidentales [17] de l'époque, furent les

[14] E. CHEZARO, *Elementarnyj uchebnik algebraicheskogo analiza i ischislenija beskonechno malykh*, trad. K.A. Possé, Odessa 1913, Chast' 1; 1914, Chast' 2.

[15] A. GENOCCHI, *Calcolo differenziale e principi di calcolo integrale, pubblicato con aggiunte del Dr. G. Peano*, Torino, Bocca, 1884; A. DZHENNOKI, *Differencial'noe ischislenie i nachala integral'nogo ischislenija, izdano s dopolnenijami i primechanijami prof. Dzh. Peano*, trad. K.A. Possé, Petrograd, Academia, 1922.

[16] DZHENNOKI, *Differencial'noe ischislenie i osnovy integral'nogo ischislenija, izdannye prof. Giuseppe Peano*, trad. N.S. Sineokov, Kiev-Peterburg-Khar'kov, Juzhno-Russkoe knigoizdatel'stvo F.A. Iogansona, 1903.

[17] Les manuels modernes, correspondants à l'esprit de l'analyse post-weierstrassienne (à l'exception des livres CHEZARO 1913 et 1914 cit., DZHENNOKI 1903 cit., et du premier volume du cours de E. Goursat, qui étaient devenus à l'époque post-révolutionnaire des raretés bibliographiques), n'existaient pas en russe.

suivants: *Cours d'analyse mathématique* de E. Goursat, dont la traduction de A.I. Nekrasov, dirigée par B.K. Mlodzeevskij, fut éditée à Moscou [18]; *Cours d'analyse des infiniment petits* de Ch. Vallé-Poussin (dont la traduction fut réalisée par Ja.D. Tamarkin et G.M. Fikhtengol'c et dirigée par V.A. Steklov); le manuel de A. Genocchi - G. Peano, à Saint-Pétersbourg. Possé, qui à cette époque se trouvait dans une situation financière déplorable (il était presque affamé [19]), se chargea de réaliser la traduction de ce dernier.

Aujourd'hui, nous ne savons toujours pas qui était N.S. Sineokov, le traducteur du livre de A. Genocchi - G. Peano en 1903. Mais, Possé insatisfait de la traduction, entreprit de le retraduire. Malheureusement l'édition [20] ne fut pas réussie. Voilà ce que Possé écrivait à V.A. Steklov, le 4 Avril 1924, sur la publication de Berlin (Maison d'Édition de l'État en ce temps là publiait là-bas plusieurs livres en langue russe) de son *Cours du calcul différentiel et intégral*:

« La traduction que j'ai réalisée du cours de A. Genocchi, contient 400 erratums sur 320 pages (des pages entières du manuscrit avaient disparu) ... » [21].

Cependant cette traduction, comportant les notes de Peano, ne fut pas enseignée en cours d'analyse mathématique en Russie. Entre temps, ce livre [22], et surtout les annotations de G. Peano, avait influencé les cours du calcul différentiel et intégral de Possé. Plusieurs idées de cours, problèmes, approches méthodiques avaient été utilisées par son collaborateur G.M. Fikhtengol'c. Fikhtengol'c avait par ses manuels [23] marqué le

[18] Le premier volume avait été publié en 1911.

[19] A.A. Sergeev, *Konstantin Aleksandrovich Posse*, Moskva, Nauka, 1997, pp. 57-58.

[20] A. Dzhennoki, *Differencial'noe ischislenie...*, 1903.

[21] Sergeev, *Konstantin Aleksandrovich Posse*, 1997, p. 58.

[22] Genocchi, *Calcolo differenziale...*, 1884.

[23] G.M. Fikhtengol'c, *Osnovy matematicheskogo analiza*, tt. 1-2, Moskva 1957³; *Kurs differencial'nogo i integral'nogo ischislenija*, tt. 1-3, Moskva-Leningrad 1949.

XXe siècle et quelques générations des mathématiciens soviétiques qui y étudièrent l'analyse mathématique.

Pour autant que nous sachions, la traduction de Possé fut l'unique lien entre la créativité de Peano et l'activité des mathématiciens de Saint-Pétersbourg.

3. *Les mathématiciens Moscovites et Peano*

Avec son Université et sa Société mathématique, Moscou constituait le deuxième (après Saint-Pétersbourg) centre mathématique de la Russie [24].

La période d'activité de G. Peano, antérieure à sa consécration à la logique mathématique et à l'interlingua (soit la période allant des années 1880 au début du XXe siècle), coïncide à l'époque de l'essor de l'école philosophico-mathématique [25]. La géométrie différentielle et les mathématiques appliquées étaient les orientations principales de son activité (vu d'un point de vue rétrospectif et contemporain). Les Moscovites collaborèrent étroitement avec les italiens pour les questions de géométrie différentielle. Toutefois G. Peano resta en marge de cette collaboration, désintéressé par le sujet.

La théorie des équations différentielles ordinaires, la théorie des ensembles, la logique mathématique et les fondements des mathématiques – les sujets de ses recherches de l'époque – n'intéressaient pas les Moscovites. Un changement apparaît dans la première décennie du XXe siècle, période où les Moscovites commencent à s'intéresser à la théorie des ensembles et à celle des fonctions d'une variable réelle. C'est à cette époque que naît l'École de la théorie des fonctions de Moscou (fondée par D.F. Egorov et N.N. Luzin). Cette activité était contraire à l'évolution des intérêts de G. Peano qui se désintéressait progressivement de la théorie des ensembles et de celle

[24] Cf. S.S. DEMIDOV, *La Scuola Matematica di Mosca*, in *Storia della Scienza*, v. VIII, Roma, Istituto della Enciclopedia Italiana, 2005, pp. 245-251.

[25] Cf. DEMIDOV, *San Pietroburgo e Mosca*, 2007.

des fonctions. Seul, dans les années 30, les Moscovites s'intéressèrent à logique mathématique et aux fondements.

Quand les Moscovites se penchèrent sérieusement sur la théorie des ensembles et celle des fonctions, les résultats de Peano étaient déjà classiques. La célèbre courbe de Peano, remplaçante du carré, devenait la partie essentielle du cours sur la théorie des fonctions d'une variable réelle que Luzin enseignait systématiquement[26]. Le célèbre théorème de Peano sur l'existence de solution au problème de Cauchy sur les équations différentielles devenait également partie organique du cours sur la théorie des équations différentielles. Nous n'avons aucune information sur la correspondance qu'entretenaient les mathématiciens Moscovites (et Saint-Pétersbourgeois) avec G. Peano. Il semblerait qu'il n'en n'eût point.

Toutefois, la vie mathématique de la Russie ne se limitait pas à l'activité des mathématiciens des deux capitales. Du dernier tiers du XIX^e^ siècle à la première décennie du XX^e^ siècle, la périphérie commença à se manifester dans la communauté mathématique russe. Eloignés des deux capitales, les mathématiciens des universités provinciales se sentaient indépendants, surtout quant au choix des sujets de leurs recherches, en optant parfois des orientations ignorées de Moscou et Saint-Pétersbourg.

4. *Les mathématiciens de Kazan et Peano*

N.I. Lobachevskij a fondé à Kazan la tradition de recherches mathématiques. La géométrie et les fondements de la géométrie (et par extension, les fondements des mathématiques) appartenaient à la sphère des intérêts des mathématiciens de Kazan.

Vu que le centenaire de la naissance de N.I. Lobachevskij fut célébré en grande pompe en 1892 par les savants de Kazan,

[26] Voir son livre: N.N. LUZIN, *Teorija funkcii deistvitel'nogo peremennogo*, Moskva, Uchpedgiz, 1940.

l'année suivante, une conférence internationale y fut organisée pour honorer ce jubilée et un prix spécial pour les travaux en géométrie (surtout en géométrie non-euclidienne [27]) y fut décerner. Alors que ces sujets étaient activement étudiés dans le monde occidental, en particulier en Allemagne et en Italie (dans l'école de G. Peano), les Saint-Pétersbourgeois et les Moscovites s'en désintéressaient. Ce qui n'était pas le cas des mathématiciens de Kazan qui trouvaient le sujet fort intéressant.

Aleksandr Vasil'evich Vasil'ev (1853-1929) [28] était la figure de proue de la vie mathématique de Kazan du dernier quart du XIX^e au début du XX^e siècle. Il était né à Kazan et était petit-fils de l'astronome I.M. Simonov, collègue de N.I. Lobachevskij, diplômé en 1874 de l'Université de Saint-Pétersbourg et élève de P.L. Chebyshev. En vue de la préparation de la thèse de « maître ès mathématiques pures », il fut envoyé en l'Allemagne où il suivit les cours de K. Weierstrass et de L. Kronecker. En 1880, il défendit sa thèse et en défendit une seconde en 1884, pour devenir « docteur ès mathématiques pures ». Les deux thèses étaient consacrées à l'algèbre. Dès 1875, il travaille pour l'Université de Kazan: au début comme privat-dozent, et à partir de 1887, comme professeur. En 1890, il prit l'initiative de modifier le statut de la Section physico-mathématique de la Société des naturalistes de Kazan pour créer la So-

[27] Cette célébration semblerait être la première manifestation scientifique officielle où la communauté provinciale russe scientifique manifesta son émancipation. A cette époque, les mathématiciens académiques de Saint-Pétersbourg ne faisaient aucune attention à cette date: ni N.I. Lobachevskij, ni sa géométrie n'entraient pas dans la sphère de leurs intérets. Cette tendance s'accentua avec l'organisation, en 1913, par A.A. Markov, des célébrations académiques pour le bicentenaire de l'édition de lois des grands nombres de Jacob Bernoulli. Selon l'idée de Markov ce jubilée fut une contre-manifestation au tricentenaire de la maison Romanov.

[28] Sur sa vie et ses travaux v. JUSHKEVICH, *Istorija matematiki v Rossii...*, 1968, pp. 520-521, et aussi V.A. BAZHANOV, A.P. JUSHKEVICH, *A.V. Vasil'ev kak uchenyi i obshchestvennyi dejatel'*, in A.V. VASIL'EV, *Nikolaj Ivanovich Lobachevskij*, Moskva, Nauka, 1992, pp. 221-228.

ciété physico-mathématique de Kazan, dont il est devenu le président. Bon mathématicien et doté d'un esprit ouvert, il fut le propagandiste des nouveaux résultats de la pensée mathématique mondiale[29]. En 1912, il fonde la série « Les nouvelles idées en mathématiques » où, en collaboration avec le philosophe et historien des sciences P.S. Jushkevich, il publie les traductions de travaux des mathématiciens connus, provenant de domaines nouveaux. Six livres paraîtront entre 1912 et 1915. En rejoignant le cercle des disciples de K. Weierstrass, il réussit à développer des relations à échelle internationale. Sa correspondance avec G. Mittag-Leffler, publiée en 1992[30], en est la preuve. Ayant des intérêts philosophiques et historiques assez variés, il fut l'un des premiers historiens russes de mathématique a encouragé les recherches sur l'histoire des mathématiques en Russie[31]. Ses recherches sur la vie et les travaux de N.I. Lobachevskij ont imprégné cette discipline car, sous sa direction, il édita de ses œuvres géométriques, rédigea sa première biographie scientifique et attira pour la première fois l'attention sur les travaux de Lobachevskij sur l'analyse mathématique et sur l'algèbre. Il a joué un rôle significatif dans l'organisation du jubilée de N.I. Lobachevskij tout comme dans la création du Prix Lobachevskij. Selon le règlement le prix devait être attribué tout les trois ans. Le premier prix fut décerné, en 1897, à S. Lie. L'annonce du second concours parut dans plusieurs revues mathématiques, dont dans le 6^e^ volume de la revue, publiée par G. Peano, « Rivista di Matematica » (1900-1901). Mario Pieri, un des meilleurs élèves de Peano, participa au troisième concours de 1904. Peano y présenta même le

[29] En 1923, A.V. Vasil'ev a publié le premier livre en Russie sur la théorie de la relativité de A. Einstein. Ce livre parut également en anglais, préfacé par B. Russell (A.V. Vassiliev, *Space, Time, Motion*, London 1923).

[30] *Pis'ma A.V. Vasil'eva G. Mittag-Leffleru. (Publikaciya, predislovie i kommentarii S.S. Demidova i T.A. Tokarevoj)*, Voprosy istorii estestvoznanija i tekhniki, 4, 1992, pp. 48-61.

[31] En 1929 il fut élu membre-correspondant de l'Académie Internationale d'Histoire des Sciences fondé en cette même année.

compte-rendu [32] sur les travaux des fondements de géométrie de Pieri [33].

En 1907, A.V. Vasil'ev quitta Kazan pour Saint-Pétersbourg pour répondre à ses tâches en tant que membre du Conseil d'État élu du « Professeur Curie ». Dans les années 20, il se déplace à Moscou où il y meurt en 1929.

L'élève de Vasil'ev, Nikolaj Nikolaevich Parfent'ev (1877-1943) [34], poursuivra les activités de la Société physico-mathématique de Kazan. Vasil'ev l'avait remarqué durant ses études à l'Université de Kazan et avait retenu sa candidature pour « préparer son grade de professeur ». Il fut nommé en 1904 privat-dozent. En 1910, il défendit sa thèse *Recherches sur la théorie de la croissance des fonctions* sur la théorie des fonctions d'une variable complexe pour devenir « maître ès mathématiques pures ». Il se pencha également sur les questions de l'histoire et de la philosophie des mathématiques. Sa principale activité professionnelle fut son poste à l'Université (où il fut nommé professeur en 1911 et où ses cours sur le calcul différentiel et intégral, sur le calcul des différences finies, sur la théorie des probabilités et sur la statistique y sont conservés) et son travail à la Société physico-mathématique de Kazan.

Le pouvoir bolchevique établi (seconde moitié des années 20), le pays sortit de l'indétermination politique et de la désorganisation économique, provoquée par les événements de la Première Guerre Mondiale, de la révolution et de la guerre civile, et les mathématiciens de Kazan commencèrent à retrouver la vie normale de la communauté et reprendre intensivement la recherche. Le géomètre D.I. Zejliger et N.G. Chebotarev, un

[32] G. PEANO 1905, *Sur les principes de la Géométrie selon Mario Pieri. Rapport présenté à la Société physique et mathématique de Kasan*, Izvestija Kazanskogo fiziko-matematicheskogo obshchestva (2), 4, 1905, pp. 92-95.

[33] Les relations de A.V. Vasil'ev avec G. Peano commencèrent au plus tard en 1900 (quand l'annonce du second concours parut dans la « Rivista di Matematica »). On peut trouver probablement des renseignements sur leurs contacts dans les archives de Kazan et de Moscou.

[34] Sur N.N. Parfent'ev v. JUSHKEVICH, *Istorija...*, 1968, p. 501.

de plus grands algébristes de l'époque, s'installèrent alors à Kazan. Les rapports internationaux tentèrent d'être rétablis. Il ne faudrait pas omettre de mentionner les efforts du vice-président de la Société physico-mathématique de Kazan, N.N. Parfent'ev, qui rétablit les contacts avec G. Peano [35]. Et malgré cette activité intense, les perspectives de l'époque étaient moroses: l'Europe ne tarderait pas à vivre un des plus sombre chapitre de son histoire.

Mais revenons à des temps meilleurs: fin XIX^{e} - début XX^{e} siècle. Le siècle ouvrait des horizons prometteurs à la communauté scientifique. Il suffit de relire le célèbre discours de D. Hilbert *Les problèmes mathématiques*, prononcé en 1900 à Paris, pour se rendre compte de la solennité des mots porteurs de foi quant à l'évolution d'un avenir positif pour l'humanité. Nous nous limiterons au professeur de l'Université de Kazan Platon Sergeevich Poreckij (1846-1907) [36].

Poreckij fit ses études à l'Université à Kharkov en 1870 et fut retenu par l'Université pour « préparer son grade de pro-

[35] Grâce à l'amabilité du professeur C.S. Roero, nous avons consulté les lettres de Parfent'ev à Peano de 1926 à 1928. Les réponses de Peano peuvent se trouver aux Archives de l'Université de Kazan. Les lettres de Parfent'ev écrites en français, ont pour la plupart été envoyées de Kazan et aussi de Moscou, où Parfent'ev habitait chez A.V. Vasil'ev (août 1928) pour effectuer son voyage en Europe de l'Ouest, de Paris, de Berlin et de Bologne, où Parfent'ev participait au Congrès International des mathématiciens et où il escomptait rencontrer Peano qui malheureusement ne put s'y joindre. Dans ces lettres les mathématiciens discutaient de questions diverses: le concours concernant le prix Lobachevskij annoncé en septembre de 1926, les échanges d'édition entre la Société physico-mathématique de Kazan et l'Academia pro interligua, l'adjonction de Parfent'ev à cette Académie, l'éventuel sujet de l'article de Parfent'ev à publier dans la revue de l'Académie (tentative qui échoua). Les 25 années de Parfent'ev à l'Université de Kazan furent célébrées en 1930. L'Université invita à cet effet l'Académie des Sciences de Turin. Le président de l'Académie pria Peano d'écrire une lettre de félicitations de la part de l'Académie, ce qu'il fit.

[36] Sur P.S. Poreckij v. JUSHKEVICH, *Istorija...*, 1968, pp. 534-535, et également N.I. STJAZHKIN, *Formirovanie matematicheskoj logiki*, Moskva, Nauka, 1967 et *History of mathematical logic from Leibniz to Peano*, Cambridge (Mass.), MIT-press, 1969.

fesseur ». En 1873, il passa les examens pour devenir « maître » et en 1876, il fut élu astronome-observateur à l'Université de Kazan. Période à laquelle la plupart du travail d'observation des étoiles était effectué par la Société Internationale Astronomique. En 1886, Poreckij défendit sa thèse pour être « Docteur en astronomie ». Malgré l'état de sa santé, il fournissait un travail important non seulement en astronomie mais aussi dans d'autres branches scientifiques (telles que la logique mathématique) et sacrifiait une grande partie de son temps à l'activité sociale (section physico-mathématique de la Société des naturalistes de Kazan et dans le journal libéral de Kazan « Télégraphe »). En 1889, date à laquelle il tombe gravement malade, il abandonna l'Université et s'installa dans sa propriété aux alentours de Chernigov où il y travailla jusqu'à sa mort.

Il étudia la logique mathématique, avant 1880, date à laquelle son premier travail, ou plutôt article de référence, sur le sujet, parut. Entre 1884 et 1908, il publia en russe et en français un ensemble d'articles où il développa et généralisa les idées de J. Boole et celles de E. Schröder. Ainsi il contribua grandement à la logique propositionnelle et à la logique des classes. Ses travaux gagnèrent l'estime de l'Occident et ses résultats furent hautement loués dans *L'algèbre de la logique* de L. Couturat [37].

Nous ne sommes pas en mesure d'analyser les relations entre Peano et Poreckij car cela nécessiterait une recherche historico-mathématique très approfondie aux archives. Il est toutefois peu probable qu'ils se soient rencontrés [38]. Pourtant le 6e volume de la « Rivista di Matematica » (1896-1899) publia l'article de Poreckij *La loi des racines en logique.*

[37] L. COUTURAT, *L'algèbre de la logique*, Paris, Alcan, 1905.

[38] Poreckij était de santé fragile et donc, il limita ses voyages. Il n'aurait probablement jamais quitté la Russie. Selon des sources indirectes nous pouvons conclure qu'il avait des rapports avec L. Couturat mais cette question (et plus généralement la biographie de Poreckij) exigerait une recherche approfondie.

Les travaux de Poreckij marquent le début des recherches de la logique mathématique en Russie. Ces recherches n'ont pas commencés dans les capitales mais à Kazan, ville marquée par le génie de N.I. Lobachevskij [39].

5. *Les mathématiciens d'Odessa et Peano*

Les mathématiciens de la nouvelle Université d'Odessa, organisée en 1865, était probablement la plus apte à accueillir les nouvelles idées de l'Ouest: elle n'était pas soumise aux traditions du passé et était ouverte aux tendances nouvelles, particulièrement aux idées de la logique mathématique. Ainsi un terrain fertile se créa. Un propagandiste ardent de la logique mathématique fut le professeur de l'Université I.V. Sleshinskij [40] (1854-1931). Il effectua la traduction de l'*Algèbre de la logique* de L. Couturat déjà mentionnée. Cette traduction, avec sa préface et ses commentaires ainsi que les addendum d'un autre mathématicien d'Odessa, S.O. Shatunovskij, fut publiée en 1909 par la maison d'édition d'Odessa « Mathesis ».

Les événements qui suivirent l'édition du livre susmentionnés illustrent bien la situation qui régnait dans la communauté mathématique russe. La parution de ce livre provoqua l'immédiate réaction du professeur de Saint-Pétersbourg B.M. Kojalovich, mathématicien de l'environnement proche de A.A. Markov. Son compte-rendu [41] sur ce livre s'opposait aux constructions de Couturat en se faisant référence à la critique de la logique de L. Couturat et celle de B. Russell par H. Poincaré, dans son livre *Science et méthode.* De plus, il relève les fautes de Couturat et la non-effectivité de l'algèbre de la logique, qui, à son avis, n'avait point d'applications hors de la logique-

[39] Il n'est pas étonnant que c'est à Kazan que les travaux du fils de A.V. Vasil'ev, N.A. Vasil'ev (1880-1940), parurent sur la logique non-standard, la soi-disant logique multivoque.

[40] Sur sa vie et ses travaux v. JUSHKEVICH, *Istorija...*, 1968, pp. 535-536.

[41] B.M. KOJALOVICH, *Recenzija na « Algebru logiki » L. Kutjura*, Zhurnal Ministerstva Narodnogo Prosveshchenija, janvar' 1910, pp. 111-115.

même. Sleshinskij s'opposa[42] en détails sur les critiques du mathématicien Saint-Pétersbourgeois. Sleshinskij a démontré que les dites fautes de Couturat n'existaient pas: la partie critique n'avait tout simplement pas approfondit la question. Quant à l'absence d'applications, il attira l'attention de Kojalovich sur l'article de Poreckij *La solution du problème général de la théorie des probabilités à l'aide de la logique mathématique*, publié en 1886 à Kazan. Kojalovich répondit[43] qu'il ne connaissait aucun traité sérieux sur la théorie des probabilités, les cours de Markov inclus, où on peut trouver une mention de son rapport sur l'algèbre de la logique. Une réponse aussi hautaine trahissait le refus de Saint-Pétersbourg[44] à accepter la valeur des travaux concernant la logique mathématique[45], ainsi que le travail de Poreckij (« qui est ce Monsieur? »).

Les idées du mathématicien d'Odessa, susmentionné, privat-dozent et plus tard, professeur de l'Université d'Odessa, Samuil Osipovich Shatunovskij (1859-1929) (v. sa critique sur le principe du tiers exclus) en font un précurseur des idées de l'intuitionnisme et du constructivisme. Quelques résultats intéressants sur la logique mathématique furent publiés en 1869-

[42] I.V. SLESHINSKIJ, *Po povodu otzyva prof. Kojalovicha o knige L. Kutjura « Algebra logiki »*, Zhurnal Ministerstva Narodnogo Prosveshchenija, maj 1910, pp. 211-220.

[43] B.M. KOJALOVICH, *Otvet prof. I. Sleshinskomu*, Zhurnal Ministerstva Narodnogo Prosveshchenija, sentjabr' 1910, pp. 189-199.

[44] Il ne s'agit que d'une tendance générale parmi la communauté, un état d'esprit qui régnait dans l'environnement proche de A.A. Markov. Il y avait pourtant à Saint-Pétersbourg des savants qui avaient un tout autre avis sur la logique mathématique, comme par exemple le mathématicien V.G. Imsheneckij (JUSHKEVICH, *Istorija...*, 1968, p. 536) ou le physicien P. Ehrenfest (P. EHRENFEST, *Recenzija na knigu L. Kutjura « Algebra logiki » L. Kutjura*, Zhurnal russkogo fiziko-khimicheskogo obshchestva pri Sankt-Peterburgskom Universitete, Fizicheskij otdel, 42, Otdel 2, 1910, pp. 382-387) qui avait embrassé les idées de Poretski.

[45] Il faut remarquer que le premier système d'axiomes de la théorie des probabilités proposé en 1917 par S.N. Bernstejn – natif d'Odessa et à cette époque professeur de l'Université de Kharkov – était construit sur l'utilisation des algèbres normées de Boole.

1899 par Evgenij Leonidovich Bunickij (1874-1952), privat-dozent et à partir de 1918, professeur de l'Université d'Odessa.

Les mathématiciens d'Odessa connaissaient bien les travaux de G. Peano et les appréciaient beaucoup. Parmi les mathématiciens d'Odessa Veniamin Fedorovich Kagan (1869-1953), privat-dozent et plus tard, professeur de l'Université d'Odessa, travaillait, au début du XX^e^ siècle, sur les fondements de la géométrie[46]. Dans le second volume de sa thèse, pour devenir « maître ès mathématiques pures » (publiée en 1907), il écrivait sur l'école de G. Peano:

« les mathématiciens italiens commençaient d'étudier le problème des fondements de la géométrie. L'aspiration de préciser et de fonder les disciplines mathématiques parues pour la plupart en Allemagne et au dernier quart du XIX^e^ siècle a trouvé une grande approbation en Italie. Une école de continuateurs y fut fondée, à la tête de laquelle se trouvait G. Peano. La logique mathématique, les fondements de l'arithmétique et les fondements de la géométrie, le développement rigoureux de l'analyse sont tant de questions auxquelles Peano consacra toute son énergie et attira l'attention de ses élèves. D'un point de vue rigoureusement formel, Peano comprenait que l'expression habituelle verbale de déductions mathématiques ne pouvait ni empêcher les fautes logiques, ni garantir le caractère rigoureux et formel de la déduction. C'est la raison pour laquelle il inventa l'idéographie spéciale, qui concordait avec son point de vue sur la logique mathématique et qui, à l'aide d'un petit nombre de symboles, devaient exprimer les propositions mathématiques et leurs déductions. La revue spécialisée « Rivista di Matematica » devait réaliser ces idées et les propager parmi les mathématiciens. La revue contenait presque exclusivement des articles écrits en idéographie de Peano. Toutefois, cette idéographie n'a pas reçu d'avis favorable parmi les mathématiciens et je doute qu'elle doive l'être. Les démonstrations de Peano ne sont pas des déductions faites mécaniquement sur base de lois formelles connues comme l'exige la logique formelle; l'idéographie de

[46] Sur la vie et sur les travaux de V.F. Kagan v. JUSHKEVICH, *Istorija...*, 1968, pp. 528-531, et aussi A.M. LOPSHIC, P.K. RASHEVSKIJ, *Veniamin Fedorovich Kagan*, Moskva, Izd-vo Moskovskogo Universiteta, 1969.

Peano est constituée par des mêmes mots mais désignés d'une autre manière, ce qui nécessitent une étude d'une symbolique plus complexe qu'il ne le pensait. Au lieu de se simplifier, l'affaire se complique. Mais si l'idéographie de Peano ne jouait pas *encore* un rôle important, *son esprit subtil, pénétrant les plus petits détails de la démonstration, a joué un rôle majeur dans la fondation des mathématiques* (Soulignement par S.D.).
En 1889, Peano publia un travail restreint *Les fondements de la géométrie logiquement exposé*, écrit dans l'esprit de son idéographie. Cet article est consacré à la fondation de la géométrie au sens strict du mot. Il semblerait que Peano ne connaissait pas les travaux de M. Pasch et la coïncidence des idées de Peano à celles du système de Pasch est étonnante » [47].

Et plus loin, il signale:

« Malheureusement ce petit travail, écrit en idéographie, reste presque inconnu, car très peu diffusé. Mais les élèves de Peano ont assimilés ses idées et les ont menées jusqu'à la fondation complète de la géométrie projective. Il s'agit des travaux de Amodeo, Fano, Enriques et Pieri » [48].

Kagan a proposé son propre système d'axiomes géométriques [49]. Cependant pour le sujet de notre article est très important sa contribution pour former la communauté mathématique soviétique. Après la révolution, il s'installa à Moscou où il exerça une grande influence sur les mathématiciens soviétiques, en tant que fondateur de l'école connue pour sa géométrie différentielle. Son activité favorisa l'appréciation des idées et de la réputation de Peano en Union Soviétique.

[47] V.F. KAGAN, *Osnovanija geometrii*, t. 2, Odessa 1907, p. 497.

[48] KAGAN, *Osnovanija geometrii*, 1907, p. 501.

[49] V.F. KAGAN, *Osnovanija geometrii*, t. 1, Odessa 1905. Kagan fournit des résultats importants quant aux fondements de la géométrie, la géométrie non-euclidienne, la géométrie différentielle des espaces multidimensionnels, le calcul tensoriel et l'histoire des mathématiques et a largement contribué à l'étude de l'héritage de N.I. Lobachevskij. Il prépara l'édition des ses œuvres complètes et sa biographie scientifique.

Cependant à Odessa, au début du XX^e siècle, le nom de Peano avait acquis une grande réputation et ses idées s'étaient développées. A cet effet, l'Université d'Odessa organisa le 16 décembre 1932 une séance spéciale consacrée en l'honneur de sa mémoire. Le discours sur la vie et les travaux de G. Peano fut prononcé par le professeur Dmitrij Anatol'evich Kryzhanovskij (1883-1938) qui avait réalisé ses études en Italie.

6. *Les mathématiciens de Varsovie et de Rostov-sur-le-Don et Peano*

Les relations entre Peano et les mathématiciens des terres polonaises furent variées. Au début du XX^e siècle, le territoire polonais étaient divisées entre trois empires: le russe, l'austro-hongrois et l'allemand. Après la Première Guerre Mondiale, presque toutes ces terres furent unies en un même pays ayant pour capitale, Varsovie. Ceci fut l'aboutissement d'une longue lutte pour l'indépendance tantôt révolutionnaire tantôt pacifiste.

La période entre la fin du XIX^e et le début du XX^e siècle fut calme. La résistance revêtit une forme cachée. Par exemple, la société de la partie russe (c'est-à-dire du Royaume Polonais) était divisée en deux camps: les partisants en faveur de la Russie et les patriotes polonais. La même polarisation régnait également au sein de communauté mathématique. Quoique les patriotes polonais parlassent bien la langue russe, ils tâchaient de ne pas l'utiliser surtout dans leurs travaux scientifiques. L'Université de Varsovie fondée en 1869 était une université russe. Ses professeurs étaient russes et les professeurs de mathématiques étaient des élèves des universités de Saint-Pétersbourg et de Moscou. Certains mathématiciens polonais célèbres avaient été élèves de ces Université, par exemple W. Sierpinski avait été élève de G.F. Voronoj. Il n'empêche que ces deux camps gardaient des distances. Au sein de leur communauté naquit la future école polonaise qui s'orienta sur la théorie des ensembles, la théorie des fonctions d'une variable réelle ainsi que sur la lo-

gique [50]. Les représentants de cette communauté (un de ses chefs de file était S. Dickstein) entretenaient des relations particulières avec Peano. L'étude de ces relations constitue un problème à part, nécessitant une recherche approfondie auprès des archives polonaises (à Varsovie et à Krakow) et ukrainiennes (à Lvov).

La communauté en faveur de la Russie avait pour représentant un des plus brillants mathématiciens de Varsovie qui était également en contact avec Peano: D.D. Mordukhaj-Boltovskoj.

Le prince Dmitrij Dmitrievich Mordukhaj-Boltovskoj [51] (1876-1952) provenait d'une famille d'ingénieur ferroviaire. En 1894, il acheva ses études au gymnase de Saint-Pétersbourg et entra à l'Université de Saint-Pétersbourg. A la fin de ses études en 1898, il fut retenu à l'Université pour se préparer au poste de « professeur » sur proposition de K.A. Possé. En 1900-1901, il passa ses examens pour devenir « maître ès mathématiques pures ». En 1898, il commença à enseigner les mathématiques à l'Institut Polytechnique de Varsovie. En 1906, il défendit sa thèse pour être « maître ès mathématiques pures ». En 1900, il devint professeur extraordinaire à l'Université de Varsovie et en 1914, professeur ordinaire. Quand la Première Guerre Mondiale éclata et l'armée allemande s'approcha de Varsovie l'Université fut déplacée à Rostov-sur-le-Don pour y rester jusqu'à nos jours. À l'Université, Mordukhaj-Boltovskoj donnaient tous les cours y compris la logique mathématique, la théorie des ensembles, la théorie des fonctions d'une variable réelle, la philosophie et l'histoire des mathématiques. L'envergure de ses recherches était aussi très large: il entama ses étu-

[50] Un de plus brillants représentants de ce mouvement fut W. Sierpinski qui collaborait activement avec l'école de Moscou de N. N. Luzin.

[51] Sur sa vie et ses travaux v. JUSHKEVICH, *Istorija...*, 1968, p. 386; A. RODIN, *Biograficheskij ocherk*, in D.D. MORDUKHAJ-BOLTOVSKOJ, *Filosofija. Psikhologija. Matematika*, Moskva, Serebrjanye niti, 1998, pp. 12-25; P. CHERNJAEV, N.M. NESTOROVICH, N.M. LJAPIN, *Dmitrij Dmitrievich Mordukhaj-Boltovskoj*, Uspekhi matematicheskikh nauk, 1953, 8, vyp. 4 (56), pp. 131-139.

des par la théorie des intégrales abéliennes, enchaîna sur le problème de l'intégrabilité des équations différentielles ordinaires en forme finie et sur la théorie des nombres transcendants. Il travailla également la théorie des fonctions d'une variable complexe, la géométrie (plus particulièrement, l'espace de Lobachevskij), la logique mathématique, l'histoire et la philosophie de mathématiques.

Grâce à la protection d'un des chefs bolcheviks M.I. Kalinin [52], il échappa aux tempêtes idéologiques qui faisaient rage dans le système de l'éducation supérieure soviétique dans les années 20-30.

Pendant la guerre, Mordukhaj-Boltovskoj se retrouva momentanément en territoire occupé par les Allemands. À cette époque, c'était une raison suffisante (tels étaient les ordres en Union Soviétique à cette époque!) pour se faire expulser de l'Université [53]. Il a trouvé une place du professeur à l'Institut Pédagogique de Pjatigorsk. C'est là qu'il prépara son dernier grand travail: la traduction d'*Éléments* d'Euclide, publiée en 1948-1950 et qui demeure une édition classique.

La correspondance entre Mordukhaj-Boltovskoj et Peano, conservée aux archives de Peano à Turin, date de l'été 1925 à l'automne 1931. Quand et comment a commencé cette correspondance? Ont-ils eu la possibilité de se rencontrer? Nous ne pouvons être certains. Le contenu de la première lettre de Mordukhaj-Boltovskoj en date du 25 Août 1925 indique que cette lettre ne constitue point un premier contact. Il s'agit d'une version de la « métalogique » proposée par Mordukhaj-Bol-

[52] M.I. Kalinin (1875-1946), d'origine paysanne, il avait été employé par la famille Mordukhaj-Boltovskoj qui se montra très généreuse envers lui, favorisa son éducation et plus tard, lui trouva une bonne place en une usine à Saint-Pétersbourg. Une fois devenu un des dirigeants de l'Union Soviétique – de 1938 jusqu'à sa mort, il fut le Président du Præsidium du Soviet Suprême de l'URSS (la ville de Königsberg fut rebaptisée Kaliningrad en son honneur) – il n'oublia pas la générosité dont la famille Mordukhaj-Boltovskoj avait fait preuve envers lui. Cfr. MORDUKHAJ-BOLTOVSKOJ, *Filosofija...*, 1998.

[53] Son protecteur est mort en 1946.

tovskoj, « de la *Métalogique*, qui a le même rapport avec la logique formelle, comme l'espace à plusieurs dimensions avec l'espace ordinaire ».

Malheureusement, à l'exception de quelques brouillons conservés aux archives de Peano, nous n'avons pas les lettres échangées par Peano, les archives d'avant-guerre de Mordukhaj-Boltovskoj furent brûlées lors du bombardement de Rostov-sur-le-Don par l'aviation allemande. Les lettres conservées (à l'exception de la première lettre susmentionnée toutes avaient été rédigées en interlingua) dévoilent qu'ils traitaient de questions de logique mathématique, de l'histoire et de la philosophie des mathématiques et de leur enseignement, et également de problèmes d'interlingua. Dans quelques lettres, ils parlaient des travaux de Mordukhaj-Boltovskoj préparés pour la revue « Schola et Vita » et aussi des manuscrits de Peano.

Pour ce qui est des idées de Mordukhaj-Boltovskoj sur la logique mathématique, les fondements mathématiques et leur influence sur le développement de ces branches en URSS (il ne faut pas oublier qu'il fut un grand enseignant et un des plus grands mathématiciens qui travaillait alors à l'Université de Rostov-sur-le-Don[54]) tout comme le contenu et l'éventuelle influence sur les savants polonais de son livre[55] qui ne figure sur aucune liste de ses travaux, qui fut rédigé par lui-même ou par ses élèves[56], il faudrait réaliser une recherche plus approfondie[57].

[54] On compte parmi ses étudiants de 1936 à 1941 A.I. Solzhenycin. Mordukhaj-Boltovskoj fut immortalisé par son roman *Le premier cercle.* Dans le roman il figure sous le nom Dmitrij Dmitrievich Gorjainov-Shakhovskoj.

[55] D. Mordukhaj-Boltovskoj, *Insolubiles in scholastica et paradoxos de infinito de nostro tempore*, Warszawa 1939.

[56] Nous ne savons rien sur les contacts polonais de Mordukhaj-Boltovskoj durant la période soviétique. Les années 20-30 ne se prêtaient pas à de telles relations qui pouvaient s'avérer être, pour les citoyens soviétiques, une raison suffisante pour se faire condamner au Goulag. L'existence de tels contacts est confirmée par son livre *Insolubiles in scholastica*, édité en 1939

7. *Les remarques finales*

La recherche sur les contacts de G. Peano avec les mathématiciens russes et celle sur la perception de ses idées en Russie permettent d'éclairer un aspect inattendu du processus de développement des mathématiques du pays de la fin du XIX^e au premier tiers du XX^e siècle. Période pendant laquelle la Russie et puis l'URSS ont posé les fondements d'une des écoles mathématiques les plus importantes de la deuxième moitié du XX^e siècle: l'École mathématique soviétique.

Un des traits caractéristiques de cette école était l'envergure exceptionnelle de ses recherches, conditions essentielles de survie en tant qu'école puissante dans un monde divisé par le rideau de fer [58]. Quand ce rideau commença à partir en lambeaux, après la mort de I.V. Stalin en 1953, le monde découvrit une école avec un potentiel extraordinaire. L'initialisation de la normalisation des relations des mathématiciens soviétiques et étrangers fut introduite par le Congrès International des mathématiciens organisé à Moscou en août 1968. Ce Congrès fut d'une certaine manière le triomphe de mathématiques soviétiques présentés par des noms aussi prestigieux que ceux de P.S. Aleksandrov, L.A. Ljusternik, M.A. Lavrent'ev, P.S. Novikov, I.G. Petrovskij, A.N. Kolmogorov, S.M. Nikol'skij, A.O. Gel'fond, A.N. Tikhonov, M.G. Krejn, L.S. Pontrjagin, N.N. Bogoljubov, S.L. Sobolev, A.I. Mal'cev, M.V. Keldysh, L.V. Kantorovich, I.M. Gel'fand, O.A. Ladyzhenskaja, I.R. Shafarevich, O.A. Olejnik, et enfin, les tout jeunes à l'époque, V.I. Arnol'd, S.P. Novikov, D.V. Anosov. Cette grande envergure

en Pologne. Il n'est toutefois pas étonnant que même Mordukhaj-Boltovskoj n'en fait pas mention.

[57] Le livre MORDUKHAJ-BOLTOVSKOJ, *Filosofija...*, 1998, préparé par A. Rodin en se basant sur les archives du savant, pourra aider les rechercheurs.

[58] Ce rideau n'était pas absolument impénétrable. Il y avait un échange très limité d'éditions scientifiques: ainsi par exemple les cahiers mathématiques des Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de la France étaient assez régulièrement reçus à Moscou. La correspondance était aussi très limitée.

n'aurait pu être obtenue si les recherches mathématiques du pays avaient été déterminées dans un cadre idéologique par les chefs des écoles de Moscou et Leningrad (anciennement Saint-Pétersbourg). Heureusement, l'influence de ces grands mathématiciens n'était pas absolue même dans ces deux grandes villes et s'estompa au profit de la périphérie. Ainsi, les universités provinciales perçurent les idées de Peano dans le domaine de l'analyse, des fondements des mathématiques et de la logique mathématiques. Ses résultats furent perçus comme les plus importants du XX^e siècle. Ils les percevaient et développaient. Et quand avec le temps, les mathématiciens d'une autre génération (certains provenaient de la périphérie) parurent sur l'avant-scène, ils contribuèrent à l'enrichissement des résultats de Peano. La thématique de leurs recherches compte non seulement la logique mathématique mais aussi les fondements de mathématiques, la théorie des fonctions des ensembles et la théorie de l'intégrale.

Longtemps, l'attitude et les idées de G. Peano restèrent lointaines, même à la communauté scientifique italienne. En fait, tant le milieu scientifique que la philosophie d'occidentale le sous-estimaient. Lors des 125 années de la naissance de Peano, le philosophe connu L. Geymonat expliquait dans son discours [59], les causes objectives et subjectives d'une telle situation. Selon Geymonat, il n'est donc pas étonnant que le commencement de la juste évaluation de l'importance de l'héritage de ce grand mathématicien fut initié hors des frontières italiennes, avant tout aux États-Unis [60] ainsi qu'en Union Soviétique, où F.A. Medvedev dans sa série de travaux [61] a démon-

[59] L. DZHEJMONAT, *Trudy Peano i ikh mesto v Ital'janskoj kul'ture*, Voprosy istorii estestvoznanija i tekhniki, 1, 1984, pp. 84-88. La traduction en russe de ce discours avait été réalisée d'après le manuscrit italien proposé par l'auteur à la rédaction.

[60] H.C. KENNEDY, *Peano*, Dordrecht 1980.

[61] L. Geymonat connaissait seulement ses travaux en langue russe. La traduction anglaise d'un de ses livres parut seulement en 1991. Cf. F.A. MEDVEDEV, *Scenes from the History of Real Functions*, Basel, Birkhäuser, 1991.

tré le rôle fondamental qu'a joué Peano dans le développement de la théorie des fonctions d'une variable réelle (particulièrement dans la théorie des fonctions des ensembles). Sur les travaux mentionnés par L. Geymonat, permettez-moi d'ajouter le livre de Stjazhkin sur l'histoire de la logique mathématique que nous avons déjà cité [62]. Parmi les travaux russes, je voudrais mentionner aussi la très intéressante recherche de E.A. Zajcev [63] sur la logique de Peano. C'est ainsi que la Russie a rendu hommage à la mémoire de ce grand Maître.

[62] N.I. STJAZHKIN, *Formirovanie matematicheskoj logiki*, 1967; *History of mathematical logic*, 1969.

[63] E.A. ZAJCEV, *Teorija opredelennoj Dzh. Peano*, in *Metodologicheskij analiz osnovanij matematiki*, Moskva, Nauka, 1988, pp. 46-55; *Semanticheskaja struktura logiki Dzh. Peano*, in *Istoriko-matematicheskie issledovanija*, vyp. 32-33, Moskva, Nauka, 1990, pp. 146-157; *An Interpretation of Peano's Logic*, Arch. Hist. Ex. Sci., 36, 4, 1994, pp. 367-383.

Aldo Brigaglia

L'influenza di Peano sulla Matematica palermitana

1. *Peano e il Circolo Matematico di Palermo*

Il *Circolo Matematico di Palermo* venne fondato nel marzo 1884 da 21 soci, docenti presso l'Ateneo palermitano, docenti nelle scuole palermitane, ingegneri. Il suo fondatore, Giovan Battista Guccia, era un giovane matematico, allievo di Cremona, coetaneo di Peano. Nel 1887, con l'uscita del primo numero dei suoi *Rendiconti*, divenne la prima vera associazione di matematici italiani. In quello stesso anno il ventinovenne Giuseppe Peano, non ancora professore nell'Università di Torino, si iscrisse al Circolo divenendone presto un membro assai influente. Fu certamente l'influenza di Peano a far entrare il *latino sine flexione*, insieme all'italiano, al tedesco, al francese e all'inglese, nel novero delle lingue ammesse per la pubblicazione nei *Rendiconti* (fatto questo unico tra tutte le riviste italiane, eccetto la *Rivista di Matematica* dello stesso Peano).

Nel triennio 1894-1896 Peano divenne anche componente del direttivo del Circolo (e quindi automaticamente del comitato scientifico dei *Rendiconti*); anche se tale elezione è probabilmente da mettere in relazione anche con le polemiche tra Peano e Segre e ai concomitanti contrasti tra lo stesso Segre e

Guccia in merito a questioni di ordine scientifico accademico [1], essa rappresenta certamente un segnale non equivoco dell'attenzione che negli ambienti matematici palermitani si prestava al progetto scientifico del matematico piemontese.

Peano utilizzò, sopratutto nel primo periodo, i *Rendiconti* come tribuna per aumentare l'auditorio rispetto alle sue prese di posizioni polemiche su varie questioni. La prima di esse fu quella con Francesco Giudice che vide, nel 1888, apparire nella rivista palermitana ben quattro articoli in cui i due giovani matematici discutono su problemi relativi alla definizione di uguaglianza di funzioni continue [2].

Comunque, la figura di Francesco Giudice e la sua presenza nel Circolo merita qualche osservazione, anche perché essa mi sembra poco nota.

Francesco Giudice (1855-1936) si era laureato nel 1877 in ingegneria a Torino e, nel 1881, in matematica a Pavia. Venne poi a Palermo come insegnante nella scuola superiore e a Palermo collaborò attivamente con il Circolo (al quale si era iscritto nel 1886) e con Francesco Gerbaldi (che aveva già conosciuto a Pavia e che aveva vinto la cattedra a Palermo nel 1890). Nel 1888 Giudice ottenne a Palermo la libera docenza in Algebra e in questa Università tenne un corso libero (sempre di Algebra) tra il 1889 e il 1892, quando si trasferì a Pavia. Continuò sempre a collaborare con il Circolo e con i *Rendi-*

[1] Sui contrasti tra Segre, Guccia e Del Pezzo, cfr. P. GARIO, *Resolution of singularities of surfaces by Pasquale Del Pezzo. A mathematical controversy with Corrado Segre*, Archive for History of Exact Sciences, 40, 1989, pp. 247-274.

[2] Tutti gli articoli apparvero nel n. 2 dei *Rendiconti*, pubblicati nel 1888. L'articolo 'incriminato' aveva titolo *Sopra la determinazione di funzioni di una variabile definite per mezzo di un'equazione con due variabili. Un'osservazione relativa alla costante che compare negli sviluppi in serie circolari*, pp. 28-36; la prima risposta di Peano apparve a p. 94, 1888d, *Osservazioni sopra una nota del prof. F. Giudice*; a pp. 94-95 Giudice rispose con una *Risposta a due osservazioni del prof. Peano sulla nota precedente*; Peano chiuse di fatto la controversia a pp. 187-188 con *Sulla risposta del prof. Giudice* (1888e) cui fu consentita a Giudice una brevissima controrisposta (*Per una comunicazione che mi riguarda*) nella stessa p. 188.

conti dove pubblicò ben 23 lavori tra il primo numero nel 1887 e il 1912.

Con Peano Giudice collaborò intensamente dopo la polemica. Ricordo che fu collaboratore del *Formulario* per il quale redasse il capitolo sulle serie e che nel 1895, fu insieme a un altro collaboratore di Peano, Rodolfo Bettazzi, tra i fondatori della Mathesis.

Nella controversia colpisce il tono usato da Peano, sempre perentorio (*Ho nulla da aggiungere a quanto dissi, ..., credo parimenti inutile confutare la sua risposta*), un tono che sarà presente nelle successive e più famose polemiche e che contribuirà non poco alle fiere opposizioni che egli avrebbe incontrato in futuro, ma anche alla fedeltà incondizionata, al limite del fanatismo, dei suoi seguaci. Nello stesso 1888 Peano pubblicò un altro articolo sui *Rendiconti*, intitolato *Teoremi su massimi e minimi geometrici, e su normali a curve e superficie* [3].

Il ruolo di amplificatore delle sue posizioni che Peano affidò in quegli anni ai *Rendiconti* è evidente riguardo alla successiva, e più famosa, polemica, quella con Giuseppe Veronese.

L'importanza attribuita da Guccia a questa controversia è testimoniata dal fatto che, contravvenendo a una loro precisa linea editoriale, i *Rendiconti* pubblicarono il primo intervento di Peano sulla questione ristampando l'articolo già apparso nel primo numero della *Rivista di Matematica* nel 1891 [4].

Per la sua importanza nell'economia dei rapporti tra Circolo e Peano ne do qui un breve resoconto. In realtà la polemica sugli iperspazi era già iniziata sulla *Rivista di Matematica* nel 1891 [5]. Nel suo volume *Fondamenti di geometria a più*

[3] PEANO 1888f, pp. 189-192.

[4] In totale vennero pubblicati nei *Rendiconti* tre interventi sulla questione, tutti apparsi nel vol. 6 del 1892: *Lettera aperta al prof. Veronese*, di Peano (pp. 40-41); *A proposito di una lettera del prof. Peano*, di Veronese (pp. 42-47); *Breve replica al prof. Veronese*, ancora di Peano (1892r, p. 160).

[5] Rinvio per questa parte del dibattito a M. GALUZZI, *Geometria algebrica e logica tra otto e novecento*, in G. MICHELI (a cura di), Storia d'Italia, Annali 3, *Scienza e tecnica nella cultura e nella società dal Rinascimento ad oggi,* Einaudi, 1980, pp. 1001-1105.

dimensioni, in appendice, Veronese si era inserito pesantemente nella polemica attaccando il recente volume di Peano sui Fondamenti della Geometria (apparso nel 1889) e scrivendo tra l'altro:

« Quanto al metodo, potremmo fare alcune osservazioni su alcuni degli assiomi del sig. Peano, specialmente sui primi, come anche sull'uso di premettere definizioni e dedurre teoremi che dipendono da assiomi dati più tardi; ma il lettore che legga attentamente potrà farlo da sé » [6].

E più avanti:

« Contro l'articolo citato del prof. Segre ... il prof. Peano credette di iniziare una polemica, parte della quale è rivolta agli iperspazi nel senso da me inteso ... Il sig. Peano ha torto nella forma e nella sostanza, ma per quanto non sia difficile rispondere alle sue affermazioni, siccome egli accusa di mancanza di buon senso quei geometri che non possono pensare come lui, è resa così impossibile ogni dignitosa ed amichevole discussione » [7].

La parte della polemica apparsa sui *Rendiconti* si apre quindi con la risposta di Peano:

« La prego di voler spiegare come mai una fra le mie definizioni le quali esprimono pure convenzioni di segni abbreviati, possa dipendere da qualche assioma, anziché dal mio libero arbitrio. E la prego parimenti di voler far vedere da quale assioma consecutivo dipenda il teorema 2 ... Osservo che quelle mie osservazioni sugli iperspazi, se vere, distruggono dalle fondamenta il libro ora da Lei pubblicato. Quindi non mi pare di abusare della Sua bontà pregandola di voler rendere di pubblica ragione questa non difficile risposta alle mie affermazioni » [8].

[6] G. VERONESE, *Fondamenti di Geometria*, Padova, Tip. del Seminario, 1891, pp. 606 e 608.
[7] VERONESE 1891 cit., p. 613.
[8] PEANO 1892r, p. 41.

L'articolata risposta di Veronese costituisce un interessante sforzo di chiarificazione del suo punto di vista:

« Lo spazio ordinario, piuttosto che il luogo degli oggetti esterni considerato come esistente fuori di noi e unico è per me la nostra rappresentazione intuitiva di esso. E poi per mezzo di operazioni mentali che io immagino dei punti fuori dello spazio a tre dimensioni. E li possiamo immaginare sia per via di definizioni, sia per via di ipotesi. È per ciò che la costruzione e l'ipotesi geometrica della quarta dimensione sono ben diverse dall'ipotesi metafisica di uno spazio a quattro dimensioni effettivamente esistente fuori da noi » [9].

Una breve considerazione su questa polemica. Va forse precisato che la più volte richiamata stretta connessione tra rigore e assiomatica, da un lato, e intuizione ed empirismo, dall'altro, andrebbe, almeno in questo caso, rivista. Infatti Peano in questa controversia appare sì uno strenuo difensore del rigore assoluto in matematica, ma le sue posizioni sono in modo altrettanto intransigente empiriste:

« Se un autore parte da ipotesi contrarie all'esperienza, o da ipotesi non verificabili con l'esperienza né esse, né le loro conseguenze, potrà, è vero, dedurre una qualche teoria meravigliosa, da far esclamare: quale vantaggio, se l'autore avesse applicato il suo ragionamento ad ipotesi pratiche! » [10].

Invece gli strenui difensori del ruolo dell'intuizione nella scoperta matematica hanno posizioni diverse. Più sfumate quelle di Veronese, che partendo da un nocciolo duro di verità incontestabili in quanto empiriche, ammette poi che la matematica possa legittimamente allargare tali verità (assiomi o, nel suo linguaggio, ipotesi) in modo arbitrario purché non contraddittorio:

[9] VERONESE 1892 cit., p. 43.

[10] PEANO 1891h, *Osservazioni del Direttore sull'articolo precedente*, RdM, 1, 1891, pp. 66-69, cit. a p. 67.

« Nel campo della matematica è possibile la definizione, il postulato o l'ipotesi ben determinata, i cui termini non si contraddicono tra loro e non contraddicono ai principi, alle operazioni, e alle verità che da esse derivano ... Una ipotesi è matematicamente falsa soltanto quando stabilisce una proprietà che è o può essere dimostrata in contraddizione con le verità precedenti, o da quelle che da queste si possono dedurre ... stabiliti i caratteri delle forme matematiche ..., la possibilità matematica è regolata dal principio di contraddizione ... e la possibilità diventa per la matematica realtà, seppure astratta » [11].

Infine svincolato da ogni aspetto empirista (anche se ancora più fortemente legato all'intuizione geometrica) appare Segre:

« L'elemento o punto di un tale spazio si consideri come un ente a sé, la natura intima del quale si lascia indeterminata, non si può rifiutare di ammetterla come scienza in cui tutte le proposizioni sono rigorose, perché dedotte con ragionamenti essenzialmente matematici. La mancanza di una rappresentazione per i nostri sensi degli enti che essa studia non ha molta importanza pel matematico puro » [12].

Naturalmente questa non è la sede per dilungarci ulteriormente su tali temi.

La collaborazione di Peano ai *Rendiconti* proseguì con due importanti lavori. Nel 1896 apparve un breve lavoro *Sul pendolo di lunghezza variabile* [13] e nel 1906 *Super Theorema de Cantor Bernstein* [14]. Quest'ultimo va notato, a parte la sua importanza intrinseca, per essere scritto in *latino sine flexione.*

Mi vorrei soffermare brevemente su questo lavoro perché ha alcuni aspetti significativi del rapporto tra Peano e i *Rendiconti.* Il lavoro riguarda, come dice il titolo, il teorema, enunciato da Cantor nel 1895 e dimostrato da Bernstein nel 1898 (in una nota al trattato di Borel sulla teoria delle funzioni, come ci

[11] VERONESE 1891 cit., p. IX.

[12] C. SEGRE, *Studio delle quadriche in uno spazio lineare e in numero qualunque di dimensioni*, Memoria R. Accademia delle Scienze di Torino, 2, 36, pp. 3-86, cit. a p. 3.

[13] PEANO 1896a, *Rendiconti*, vol. 10, pp. 36-37.

[14] PEANO 1906b, *Rendiconti*, vol. 21, pp. 360-366.

informa Peano) il cui enunciato è semplicissimo (lo do qui nel *latino sine flexione* di Peano):

« Si x et y es numero cardinale, de $x \geq y$ et $x \leq y$, seque $x = y$ ».

Peano traduce l'enunciato del teorema nei suoi simboli logici e nota:

« In scriptura de theorema praecedente occurre signos ε, Cls, , F, rep, ∃; ergo theorema pertine ad Logica Mathematica, si ita nos voca scientia que stude proprietates de signos scripto » [15].

Ciò posto, dopo aver tradotto in simboli logici la dimostrazione, nella quale compare il simbolo N_0, cioè i naturali, Peano fa sua un'osservazione di Poincaré [16]:

« Demonstratione contine idea de numero, et symbolo N_0, objecto de Arithmetica, dum theorema pertine ad Logica; et propone problema, si nos pote elimina signo N_0 » [17].

Il problema posto da Poincaré stuzzica Peano, e si pone come un anello della *querelle* tra il matematico francese e il logicismo, in particolare è una sfida all'autonomia della logica, per non parlare della riduzione russelliana della matematica alla logica stessa [18].

Non mi pare quindi un caso che Peano abbia scelto i *Rendiconti* per la prima pubblicazione del lavoro (che apparirà anche nella sua *Rivista*): si trattava di un giornale ad ampia diffusione nazionale, e per di più del giornale in cui ormai il massimo sponsor internazionale era proprio Poincaré.

[15] PEANO 1906b cit., p. 360. Ho leggermente adattato i simboli usati da Peano per ragioni tipografiche.

[16] H. POINCARÉ, *Les mathématiques et la logique*, Revue de Métaphysique et de Morale, 1906, pp. 27-29.

[17] PEANO 1906b cit., p. 361.

[18] Sulla polemica cfr. *G. Peano - L. Couturat Carteggio (1896-1914)*, a cura di E. LUCIANO, C.S. ROERO, Firenze, Olschki, 2005, pp. XXIX-LX.

Comunque Peano procede con la solita chiarezza, notando che un segno può essere introdotto in una teoria o attraverso una definizione nominale o attraverso postulati. Nel primo caso la sua eliminazione è sempre possibile (basta usare solo i segni che lo hanno definito) nel secondo no (« si signo es introducto per postulatos, tunc sua eliminatione es dubio, et non semper possibile »).

Notato quindi che il segno N_0 è appunto introdotto *per postulatos* nota che *in casu particolare, proposito per Poincaré eliminatione es possibile*, e ne da un'accurata dimostrazione, concludendo in modo assai significativo:

« Ita demonstratione de Bernstein, facto per intuizione, es reducto ad operationes elementare de Logica, in numero finito » [19].

Assai sorprendente è il seguito del lavoro perché Peano, utilizzando la tecnica dimostrativa usata, dà, in termini puramente logici, un'interpretazione (un modello) dei suoi postulati dell'aritmetica e conclude trionfalmente:

« Ergo pro simbolo de Arithmetica 0, N_0, + subsiste interpretatione que satisfac ad sistema de postulatos. Ita es probato (si proba es necessario) que postulatos de Arithmetica ... non involve in se contradictione » [20].

Come si vede nell'articolo il fronte della discussione è molto ampio, coinvolgendo non soltanto la difesa di Couturat e del logicismo dalle critiche di Poincaré, ma anche la polemica con Hilbert sul significato della non contraddittorietà degli assiomi. A questo proposito Peano è ancora più esplicito e dà alla sistemazione assiomatica un significato profondamente diverso da quello datogli dal matematico di Gottinga, ribadendo le sue idee espresse più volte:

[19] PEANO 1906b cit., p. 364.
[20] PEANO 1906b cit., p. 365.

« Proba que sistema de postulatos de Arithmetica, aut de Geometria, non involve contradictione non es, me puta, necessario. Nam nos non crea postulatos ad arbitrio, sed nos sume ut postulatos propositiones semplicissimo, scripto in modo explicito aut implicito, in omni tractatu de Arithmetica aut d Geometria. ... Systema de postulatos de Arithmetica et de Geometria es satisfacto per ideas que de numero et de puncto habe omni scriptore de Arithmetica et de Geometria. Nos cogita numero, ergo numero es. Proba de coexistentia de sistema de postulatos pote es utile si postulatos es hypothetico e non respondentes ad factu reale » [21].

Concludo questa digressione su quello che ritengo il più significativo articolo di Peano apparso nei *Rendiconti* notando che il matematico piemontese ritiene opportuno inserire una nota di chiarimento sull'uso del latino sine flexione (questa nota ovviamente non appare nella ristampa sulla *Rivista*):

« Praesente articulo es scripto in Latino sine flexione, id es per solo thema latino, sine grammatica. Suffice vocabulario latino, pro omni difficultate. Nos evita, in generale, usu de vocabulario, per adoptione de parte de vocabulario latino, vivente in linguas moderno » [22].

La nota prosegue con una puntigliosa analisi, parola per parola, di una frase del testo.

Oltre ai contributi diretti di Peano vanno quanto meno indicati i lavori della sua scuola, nella fattispecie quelli di Burali Forti il cui lavoro più importante (apparso nella rivista palermitana nel 1897) era destinato a lasciare il segno. Si tratta di *Una questione sui numeri transfinti* [23], nel quale è contenuto il suo celebre paradosso che insieme a quello di Russell era destinato a mettere in crisi la teoria degli insiemi nella sua formulazione « ingenua ». Burali aveva iniziato la sua collaborazione con i *Rendiconti* già nel 1890 e la proseguirà fino al 1908, pubblicando in totale (da solo o in collaborazione con Marco-

[21] PEANO 1906b cit., p. 365.
[22] PEANO 1906b cit., p. 365.
[23] Il lavoro è apparso nel vol. 11, pp. 154-165.

longo) 18 lavori[24], tra i quali quelli, a cui teneva moltissimo, sull'unificazione delle notazioni vettoriali[25].

Anche Mario Pieri ha pubblicato sui *Rendiconti*, ma si tratta di lavori di geometria enumerativa, lontani dalla problematica logico-fondazionalista; vorrei invece concludere questo paragrafo citando un lavoro ispirato da Peano e apparso nei *Rendiconti.* Si tratta di un articolo del matematico danese Mollerup (*Sur les sous ensembles bien ordonnés du continu*, pubblicato nel v. 23 del 1907, pp. 351-357) che Peano presentava per la pubblicazione con una lettera del 3 aprile 1907 in cui tra l'altro scriveva: « tratta di una di queste questioni in parte filosofiche, ora tanto discusse » [26], e che venne immediatamente accettato e pubblicato.

2. *I matematici palermitani e la scuola di Peano*

Passando ora a esaminare gli influssi più diretti della scuola di Peano sui matematici siciliani, non si può che cominciare dal più illustre: Michele Cipolla (1880-1945).

Cipolla aveva studiato alla Normale di Pisa subendo soprattutto l'influenza di Ulisse Dini e di Luigi Bianchi (per la parte algebrica che Bianchi inseriva nei suoi corsi anche quando non svolgeva ricerca diretta su questi argomenti); aveva però concluso i suoi studi a Palermo nel 1902, laureandosi sotto la direzione di Gabriele Torelli ma subendo anche la forte influenza di Francesco Gerbaldi e, indirettamente, di Ernesto Cesàro, dedicandosi quindi principalmente alla teoria dei numeri e all'algebra « moderna ». Dal 1904 al 1911 Cipolla aveva insegnato nel Liceo di Corleone, mentre dal 1911 al 1923 aveva insegnato all'Università di Catania, tornando poi a Palermo nel 1923 per non più spostarsi.

[24] Cfr. nell'*Elenco delle pubblicazioni*, annesso al profilo di Burali-Forti in questo volume, gli articoli 1894c, 1896c, 1897d, 1897e, 1897f, 1898b, 1901b, 1902c, 1906c, 1907c,d,f, 1908e,f, 1912b.

[25] Cfr. l'articolo di E. Sallent in questo volume.

[26] Peano a Guccia, Archivio del Circolo Matematico di Palermo.

A Catania ebbe come collega Gaetano Scorza, che già negli anni precedenti, dal 1907, era stato da lui conosciuto a Palermo, come insegnante presso il Liceo Vittorio Emanuele II. Dalla profonda cultura algebrica di Scorza, Cipolla venne influenzato, maturando una visione aperta alla problematica dei fondamenti della matematica.

È bene anche non dimenticare che a Catania era ancora forte il ricordo dell'insegnamento di Mario Pieri, forse il più dotato tra gli allievi di Peano.

Cipolla si distingue non solo per la forte propensione agli studi sui fondamenti della matematica e al suo orientamento decisamente conforme al punto di vista di Peano, ma anche per essere stato tra i pochissimi matematici italiani (fuori dallo stretto ambiente dei seguaci diretti del matematico piemontese) a usare, in due suoi lavori giovanili, il *latino sine flexione.* Si tratta di un lavoro del 1905, *Theoria de congruentias inter numeros integro*[27], e di un secondo del 1909, *Specimen de calculo arithmetico-integrale*[28]. Possiamo facilmente immaginare il giovane professore del liceo di Corleone, entusiasticamente immerso nello studio della matematica e avviato caparbiamente a una ricerca in condizioni ambientali non certo facili[29], che vuole testimoniare la sua ammirazione per il maestro!

Nella direzione dei lavori sui fondamenti della matematica di Cipolla va anche segnalato quello sui numeri reali, apparso nel 1910[30] e lodato da Peano, che lo indica come « il bellissimo articolo del prof. Cipolla sulle frazioni »[31].

[27] RdM, 8, 1905, pp. 89-117.

[28] RdM, 9, 1909, pp. 1-29.

[29] Nel 1905 scriveva infatti a Cesàro: « Nonostante il Ministero mi tenga ancora ad insegnare aritmetica ai ragazzi su di un monte, pure mi trovo ogni settimana, per 2 o 3 giorni, a Palermo », in L. CARBONE, P. NASTASI, F. PALLADINO, *I carteggi Torelli-Cesàro, Landau-Cesàro, Cipolla-Cesàro e alcune questioni connesse*, Nuncius, 11, 1996, pp. 151-225, cit. a p. 221.

[30] M. CIPOLLA, *I numeri reali*, Periodico di Matematiche, 3, 7, 1909-1910, pp. 87-118.

[31] PEANO 1910a, *Sui fondamenti dell'analisi*, Bollettino Mathesis, 2, 1910, pp. 31-37.

In almeno due lavori importanti della maturità Cipolla manifestò la sua adesione al logicismo di Peano (e di Bertrand Russell); mi riferisco a *Sui fondamenti logici della matematica secondo le recenti vedute di Hilbert*[32], del 1923 e a *La posizione odierna della matematica di fronte al problema della conoscenza*[33], del 1929.

Qualche passo tratto da questi due lavori potrà dare un'idea sufficientemente precisa della posizione di Cipolla su tali questioni controverse:

« Dopo i risultati di Hilbert, viene diminuita l'importanza dei Principia Mathematica di Russell e Whitehead, l'opera più grandiosa che, sulla base del Formulario del nostro Peano, sia stata scritta finora sui fondamenti logici della matematica? » [34].

E ancora:

« Il desiderio, divenuto via via più intenso, di dare espressione rigorosa ai principi fondamentali della matematica con una formulazione logica precisa, determina un orientamento della matematica pura verso la logica rinnovata. Con Weierstrass, Cantor e Peano da una parte, con Boole, Schroeder, Peirce dall'altra, si inizia quella graduale fusione della matematica e della logica che doveva determinare un rivolgimento nella filosofia delle matematiche e quindi nella teoria della conoscenza » [35].
« Russell giunge alla sorprendente conclusione che la matematica si identifica con a logica. Questo risultato è di una valore filosofico su cui molto c'è da discutere. Parrebbe che la matematica così costruita non avesse bisogno di alcun dato intuitivo. ... La matematica è venu-

[32] Annali di Matematica, 4, 1, 1923-24, pp. 19-29, ora anche in A. SCIMONE, F. SPAGNOLO (a cura di), *Michele Cipolla (1880-1947) La figura e l'opera*, Atti dei Convegni dell'A.I.C.M., Palermo, AICM, 1998, pp. 69-79.

[33] *Esercitazioni Matematiche*, 5, 1929, pp. 191-204, in SCIMONE, SPAGNOLO 1998 cit., pp. 81-92.

[34] M. CIPOLLA, *Sui fondamenti logici...*, in SCIMONE, SPAGNOLO 1998 cit., p. 69.

[35] M. CIPOLLA, *La posizione odierna...*, in SCIMONE, SPAGNOLO 1998 cit., p. 86.

ta ad identificarsi con la logica, e sia pure. Ma come si è compiuto questo miracolo? Non forse portando nella logica il concetto dell'infinito che è nell'essenza delle matematiche? » [36].
« Hilbert formalizza la matematica riducendo le proposizioni a figure costituite da segni privi di significato: non si ha più conoscenza ma gioco formale regolato da certe convenzioni e assomigliabile al gioco degli scacchi. Le formule che valgono come postulati hanno, nel quadro matematico, un posto come i pezzi nella scacchiera ... » [37].

Assolutamente caratteristico di Cipolla è lo sforzo coerente di trasportare all'interno dei suoi testi dedicati all'insegnamento della matematica, le sue concezioni più profonde riguardanti la ricerca logico-fondazionale. Così egli scrive nell'introduzione del suo testo di Analisi Algebrica (che con quello di Beppo Levi, altro allievo torinese di Peano è il solo a sforzarsi di porre davanti agli studenti, sin dagli studi del primo anno di matematica alcuni principi basilari della logica matematica e dell'algebra moderne).

Il programma espresso da Cipolla nell'Introduzione del suo manuale [38] è quanto mai innovativo per l'insegnamento universitario della matematica ed espresso con grande determinazione:

« Questo libro, in confronto ad altre eccellenti opere italiane di Algebra, ed anche straniere, presenta sostanziali differenze nei principi fondamentali, come pure in molti punti nel metodo (...) Ormai è da tutti risaputo che la Matematica pura è uno studio di classi sottoposte a speciali relazioni. Ed invero, l'importanza raggiunta dalla teoria degli insiemi, dei gruppi, delle funzioni, così da tenere il predominio di ogni speculazione matematica, è la prova migliore di questo fatto » [39].

[36] SCIMONE, SPAGNOLO 1998 cit., p. 89.

[37] SCIMONE, SPAGNOLO 1998 cit., p. 91.

[38] M. CIPOLLA, *Analisi algebrica ed introduzione al calcolo infinitesimale*, Palermo, Capozzi, 1914; 2ª ed. 1921.

[39] CIPOLLA 1914 cit., p. VII.

« L'unico postulato della matematica pura che non appartenga esclusivamente alla logica è il postulato dell'infinito: il tutto è una classe infinita; dal quale poi discende che ogni numero ha il successivo » [40]. « Per tali ragioni io ho dato preferenza, nel mio trattato di Analisi Algebrica, all'indirizzo Russelliano, modificandolo però alquanto nella costruzione del concetto di numero. Secondo le definizioni nominali di Russell la classe p. es. dei numeri razionali interi e quella dei numeri reali interi, sono distinte dalla classe dei numeri naturali; esse sono però isomorfe; applicando il principio d'astrazione all'isomorfismo io riesco a dare la nozione di numero astratto come unica concezione » [41].

L'introduzione si conclude con un appello al rinnovamento degli studi italiani, destinato ad essere raccolto ... 45 anni dopo, nel 1960:

« Io non sono punto favorevole a quest'anticipo dello studio della Meccanica, perché ... mi sembra questo un primo passo verso l'idea che si è ventilata, di ridurre al minimo il corso d'Algebra. Gli studi d'Algebra in Italia han bisogno, per contrario, di essere efficacemente incoraggiati, se si vuole veramente che, rispetto alle altre nazioni, si vada innanzi anche in questo ramo dell'analisi matematica, del cui sviluppo in Italia conserviamo le più gloriose tradizioni! E per un maggior impulso agli studi algebrici sarebbe inoltre assai utile l'istituzione di cattedre d'Algebra superiore » [42].

Fatta questa premessa il corso di Cipolla prosegue con un intero capitolo, il primo, sui *Principii di Logica*, senz'altro il primo tentativo concreto di introdurre, sia pure all'interno di una materia diversa, un corso di logica formale nel curriculum di base della matematica. Anche il capitolo successivo, dedicato all'aritmetica (*Fondamenti dell'aritmetica*) è impregnato dallo spirito assiomatico e logicista di Peano, anche se, rispetto a

[40] CIPOLLA 1914 cit., p. IX-X.
[41] M. CIPOLLA, *La funzione odierna...*; in SCIMONE, SPAGNOLO 1998 cit., p. 89.
[42] CIPOLLA 1914 cit., p. XIII.

molti allievi del matematico piemontese, Cipolla procede *con molta parsimonia.*

Questo testo è del 1914. Come ho detto poco avanti, anche un altro testo di poco successivo (del 1916) dovuto a Beppo Levi. Molti dei punti di partenza sono analoghi. Mi limito a una breve citazione sul problema del rigore:

« Si crede talvolta di rendere più facile l'esposizione mediante sguardi di insieme e considerazioni approssimative, facendo appello a della falsa intuizione, sorvolando punti delicati con qualche evidentemente » [43].

Comunque mi sembra che questo testo, forse ancor più di quelli esplicitamente dedicati allo studio dei fondamenti, ponga Cipolla in prima fila tra quei matematici che, seguendo senza estremismi « ideologici » le più importanti indicazioni provenienti da Peano e Russell, hanno tentato di tradurle nella pratica dell'insegnamento universitario.

Un altro punto in cui l'influenza di Peano su Cipolla si rivela appieno è quello riguardante la didattica e i giochi matematici. Lo riprenderò nel paragrafo successivo.

Chiudo questo paragrafo con un breve riferimento, connesso con quanto detto prima, all'indiscutibile influenza di Peano sugli insegnanti liceali palermitani. Al già citato Francesco Giudice devo aggiungere almeno Luigi Certo, napoletano, insegnante presso il Liceo Umberto e poi al Vittorio Emanuele II (probabilmente quindi anche collega di Gaetano Scorza) [44].

3. *Mario Pieri e l'influenza della scuola di Peano a Catania*

Nel 1900 giungeva a Catania un professore toscano, formatosi a Pisa e a Torino con Peano e Segre, Mario Pieri (1860-

[43] B. Levi, *Introduzione all'Analisi Matematica, I - teorie formali*, Paris, Hermann, 1916, p. II.

[44] Su Luigi Certo e le sue proposte relative all'insegnamento della Logica Matematica cfr. l'articolo di Erika Luciano in questo volume.

1913). Almeno dieci importanti lavori del periodo catanese di Pieri sono riconducibili ai suoi studi sui fondamenti della matematica [45].

Mi soffermerò su di uno di questi lavori, che costituì il discorso di apertura dell'anno accademico 1906-1907 presso l'ateneo catanese. Il discorso ha molti risvolti interessanti. Innanzitutto la stessa scelta di Pieri per pronunziare il discorso per l'inaugurazione mostra come egli fosse ormai considerato una personalità di assoluto rilievo tra i docenti catanesi; inoltre l'impresa a cui Pieri si accinse, cioè quella di parlare a un pubblico vasto e certamente tutt'altro che di specialisti di argomenti tanto ardui e astratti, era certamente nuova e coraggiosa. Anche il contenuto dell'intervento di Pieri è particolarmente interessante. Il matematico toscano non esita a condurre l'uditorio nel nocciolo della polemica che divide il gruppo di logici che fanno capo a Peano dai filosofi idealisti. Così cita i *Lineamenti di una logica come scienza del concetto puro* di Benedetto Croce:

«Gli scienziati s'inaridiscon la mente studiando logica-matematica» [46].

E continua:

«Non farà meraviglia il vedere come siano avversate le nuove tendenze intese qual sono ad affrancare il pensiero dalle tentazioni e dalle lascivie della parola, ad escludere qualunque inconscio richiamo al-

[45] Si tratta degli articoli 1904, *Circa il teorema fondamentale di Staudt e i principii della geometria proiettiva*; 1905a, *Nuovi principii di geometria proiettiva complessa*; 1906a, *Breve aggiunta alla memoria «Nuovi principii di geometria proiettiva complessa»*; 1906b, *Sulla definizione Staudtiana dell'omografia fra forme semplici reali*; 1906c, *Sopra una definizione aritmetica degli irrazionali*; 1906d, *Sur la compatibilità des axiomes de l'arithmétique*; 1907a, *Uno sguardo al nuovo indirizzo logico-matematico delle scienze deduttive*; 1907b, *Sopra gli assiomi aritmetici*; 1908, *La geometria elementare istituita sulle nozioni di punto e sfera.* Nello stesso periodo Pieri pubblicò anche alcuni lavori di geometria numerativa.

[46] Pieri 1907a cit., p. 14.

l'evidenza, ad impedire che nel discorso s'insinui qualche premessa inavvertita » [47].

Il punto centrale del discorso riguarda il *connubio* tra logica è matematica:

« Per questa via si compieva ai nostri giorni il connubio, o, a dir meglio, la fusione della logica con la matematica pura. Non si discerne più bene dove finisce la logica e cominci la matematica; né si distinguon fra loro queste discipline, fuorché dicendo con Bertrand Russell che la logica costituisce la parte più generale della matematica e la matematica consiste nell'applicazione dei principii logici a certe speciali relazioni » [48].

E ancora:

« La fusione progressiva della logica con la matematica – che si compiva implicitamente, e quasi incosciamente, nei lavori di Boole, Schroeder, Peirce da un lato e di Weierstrass, Cantor e Peano dall'altro – costituisce senz'alcun dubbio un fatto di somma importanza per la filosofia delle matematiche » [49].

Non si può fare a meno di notare le espressioni quasi identiche usate da Pieri, rispetto a quelle, successive, utilizzate da Cipolla e citate prima. È evidente che il matematico palermitano è stato molto influenzato dalla lettura attenta della prolusione di Pieri.

È, a mio avviso, su di un terreno lavorato in profondità da Pieri che si potrà innestare, nel ventennio tra la venuta a Catania di Scorza e Cipolla e la loro partenza, per Napoli e Palermo, di quella scuola algebrica catanese che costituisce un unicum, un'*anomalia*, nel panorama nazionale [50].

[47] PIERI 1907a cit., p. 14.
[48] PIERI 1907a cit., p. 21.
[49] PIERI 1907a cit., p. 49.
[50] Per qualche approfondimento rimando a A. BRIGAGLIA, A. SCIMONE, *Algebra e Teoria dei Numeri*, in S. DI SIENO, A. GUERRAGGIO, P. NA-

È giusto inserire in questo paragrafo anche l'influenza di Peano sulla didattica della matematica in Sicilia, in quanto forse il personaggio che più ne ha impersonato alcune idiosincrasie è il catanese Sebastiano Catania (1853-1946). Purtroppo non sono riuscito a rivedere i libri di Catania dedicati all'insegnamento dell'algebra (che avevo consultato tempo fa nella biblioteca di mio padre, insegnante di liceo, che mi raccontava della discreta diffusione che essi avevano avuto nelle scuole siciliane). Mi limito qui quindi a ricordare come egli abbia seguito da vicino l'esempio dello stesso Peano. Più di tante parole vale la pena di osservare una pagina del libro *Aritmetica generale e Algebra elementare*, edito a Torino nel 1902, nel quale è ben visibile l'uso strettissimo del simbolismo, alla spiegazione del quale Peano dedica solo poche righe di spiegazione. Che egli intendesse effettivamente utilizzare questo manuale per l'insegnamento nelle scuole superiori è ben mostrato dall'attento confronto che egli fa tra il testo e i vigenti programmi ministeriali [51].

Non è compito di quest'intervento analizzare le concezioni didattiche di Peano; mi limito a notare che, secondo me, Peano si basava su una astratta concezione del termine *facile.* Non è infatti errato ritenere che non ci sia nulla di difficile (tecnicamente parlando) nell'apprendere i ragionamenti scritti in stretto linguaggio formale, ma ciò che egli sottovaluta è che il processo di apprendimento non può prescindere da una fase che richiede la formazioni di immagini mentali, fase che non può certo ritenersi conclusa dopo la fase della scuola media [52].

STASI (a cura di), *La Matematica Italiana dopo l'Unità*, Milano, Marcos y Marcos, 1998, pp. 505–567.

[51] PEANO 1902b, pp. VI-VII.

[52] Su questa tematica rinvio al ricco dibattito che dura ormai da più di un secolo e che ha coinvolto matematici di ampio respiro come Castelnuovo, Enriques, Freudenthal, Fishbein. Una sintesi di queste discussioni può trovarsi in D. TIROSH, P. TSAMIR, *Intuition and rigor in mathematics education*, in M. MENGHINI, F. FURINGHETTI, L. GIACARDI, F. ARZARELLO (eds.), *The first century of the International commission on mathematical instruction*, Roma, Enciclopedia Treccani, 2008, pp. 47-61.

Comunque può essere utile leggere alcuni passi della recensione di Pieri al testo di Peano, per comprendere la chiave di lettura che permise a questo punto di vista di fare proseliti soprattutto nell'ambiente catanese:

« Semplificare e chiarire al possibile tutti i concetti matematici spogliandoli d'ogni superfluo; organizzare i principi della scienza; colmar le lacune di metodo e sanar magagne deduttive inveterate nella scuola e nei libri; educare negli studiosi l'abito di ben argomentare » [53].

Ma conclude in modo alquanto sconsolato:

« Il maggior contrassegno di originalità vuol essere l'uso costante dell'algoritmo logico-matematico invece del discorso ordinario. Non c'è troppo da illudersi sull'accoglienza che una riforma di questo genere è per trovare in buona parte del pubblico ... » [54].

Un momento diverso, successivo, nel quale il punto di vista didattico di Peano si intreccia in modo interessante con quello dei matematici siciliani è nel 1924, quando egli esamina una relazione sui libri di testo per le elementari redatto da una commissione presieduta dal pedagogista catanese Giuseppe Lombardo Radice e di cui era stato relatore Cipolla.

La commissione aveva presentato numerose osservazioni con le quali Peano concorda pienamente:

« Le deplorevoli condizioni dell'insegnamento della matematica elementare, talvolta vergognose, la mancanza di semplicità e di chiarezza scientifica nei libri di testo. ... Noi facciamo appello ai colleghi delle Università perché ci aiutino. Scrivano, persuadano, agiscano! Si tratta della scuola di tutti, si tratta dei fanciulli di tutti! » [55].

[53] PIERI 1903, 293, Recensione di *G. Peano, Aritmetica generale e algebra*; vedi anche 1905b, Recensione di *S. Catania, Aritmetica razionale*, pp. 47-48.

[54] PIERI 1903 cit., p. 295.

[55] PEANO 1924d, p. 237.

Al tono assai allarmato del rapporto fanno seguito importanti osservazioni di metodo:

« È veramente doloroso il constatare la pretesa che hanno molti autori che il bambino impari quelle definizioni e quelle regole a memoria. Egli ripeterà, sia pure, quelle stesse parole, ma nella sua coscienza nessuna verità matematica si sarà realizzata. L'insegnamento dogmatico delle nozioni aritmetiche e geometriche insidia non solo la formazione dell'intelligenza verso il vuoto e l'artificioso, ma ancor più il carattere morale, cui diverrebbe familiare l'insincerità » [56].

I commenti di Peano a queste osservazioni mi paiono di grande rilevanza e costituiscono un indiretto dialogo con Cipolla che avrà grande influenza sulla visione di quest'ultimo. Scrive Peano:

« Or sono cinquant'anni si insegnava l'aritmetica sotto forma di catechismo. Il maestro domanda: "che cosa è il numero?" cui risponde quale eco la voce dolente dell'allievo: "il numero è la riunione di più unità". ... Ma poi si soppressero le domande conservando le risposte ... Risulta così evidente che le antiche definizioni di numero, e delle operazioni aritmetiche costituiscono un ingombro inutile perché possiamo arrivare a risolvere i problemi dell'aritmetica pratica, senza quei discorsi. Si arriva allo stesso risultato, osservando che le persone adulte fanno i calcoli aritmetici di cui hanno bisogno ed hanno dimenticato le definizioni studiate nelle scuole elementari. Tutto ciò che si studia nelle scuole e si dimentica nella vita non è necessario ... Soppresse queste definizioni dogmatiche, alla domanda: "Che cosa è l'addizione?" l'allievo non saprà più rispondere, è vero, ma non dirà più delle parole vuote di senso, che non capisce né lui, né chi le insegna, né chi le domanda » [57].

In questo quadro Peano ci riporta anche a un altro episodio che conferma i molteplici legami con l'ambiente palermitano. L'episodio avviene quando (altri tempi!)

[56] Peano 1924d, p. 239.
[57] Peano 1924d, pp. 237-239.

« era assessore per l'istruzione della città di Roma l'illustre matematico Valentino Cerruti, che incaricò il prof. Gerbaldi ... di scrivere libri di testo per le scuole elementari di Roma. Questi libri furono ufficialmente adottati. La quarta edizione, per la prima classe, è del 1901. Questo libretto è tutto in simboli [58], senza parole: il suo studio non esige la conoscenza dell'alfabeto » [59].

Naturalmente vale la pena ricordare che Gerbaldi fu professore a Palermo e che di Cipolla fu il maestro.

Infine un tema su cui le riflessioni didattiche di Cipolla sembrano convergere con quelle di Peano riguarda i giochi matematici. Il 12 febbraio 1922 Cipolla teneva, per l'inaugurazione del Seminario Matematico di Catania, una conferenza dal titolo *Bellezze palesi e ascose dell'aritmetica* [60], nella quale si ponevano in essere molte delle idee didattiche espresse da Peano (le stesse idee che avrebbero improntato, due anni più tardi, il volume sui giochi del matematico piemontese) [61]. Qualche citazione basta per notare la comunanza di intenti dei due matematici e per concludere questo intervento:

« Son spesso tali fatti aritmetici che rivelandosi da prima come curiosità in uno spirito anche non particolarmente coltivato, ne fermano l'attenzione, e destano quell'intenso desiderio di scrutare la ragione riposta, che poi è quello che spinge l'indagine e sviluppa l'indagine matematica » [62].

E poi:

« L'insegnante che riduce la materia all'aridità delle formole, per quanto esatte, allo schema dei ragionamenti, per quanto rigorosi, fal-

[58] Naturalmente in questo caso non ci si riferisce a simboli logici, ma a quelle che noi definiremmo immagini.

[59] PEANO 1924d, p. 238.

[60] M. CIPOLLA, *Bellezze palesi e ascose dell'aritmetica*, Esercitazioni di Matematiche, 2, 1922, pp. 61-79.

[61] PEANO 1924b, *Giochi di Aritmetica e problemi interessanti*, Torino, Paravia.

[62] M. CIPOLLA, *Bellezze palesi...*, in SCIMONE, SPAGNOLO 1998, p. 51.

lisce alla sua missione. Se egli sente tutta la bellezza, l'utilità, l'importanza di quelle formole comunichi questo suo sentire alla scolaresca, le infonda tutta la passione sua; e accenderà con la sua fiamma altre fiamme all'amore e al culto per le scienze » [63].

[63] M. CIPOLLA, *Bellezze palesi...*, in SCIMONE, SPAGNOLO 1998, p. 52.

Angelo Guerraggio

Rodolfo Bettazzi alla scuola di Peano

Nella memoria dei matematici, il nome di Rodolfo Bettazzi è legato soprattutto a quello della *Mathesis.* Effettivamente, Bettazzi fu tra i fondatori dell'associazione professionale degli insegnanti di Matematica; ne fu poi il primo presidente e la diresse per una decina di anni. Il suo percorso matematico, umano e professionale si rivela comunque più ricco e articolato e, almeno per un certo periodo, riguarda direttamente la *Scuola* di Peano.

Rodolfo Bettazzi nasce a Firenze il 14 novembre 1861 da Giuseppe – compositore e maestro di musica – e Cecilia Pezzatini. L'unità della famiglia non è però destinata a durare a lungo. Il 22 aprile '66, muore il papà e il 4 ottobre '71 (come Rodolfo annota in un quadernetto di note autobiografiche molto concise, a cui ricorreremo anche più avanti, presumibilmente redatte all'inizio del Novecento) « la Mamma esce dalla mia famiglia Bettazzi e torna nella sua famiglia ». Rodolfo viene educato dal nonno Cesare, che gestiva una piccola libreria in piazza del Duomo a Firenze e che, « onestissimo e cristianissimo uomo, ma codino in politica, e ancora devoto al vecchio Granduca di Toscana », gli impartisce un'educazione fortemente ispirata a valori cristiani e morali. Rodolfo frequenta le due classi elementari superiori e le quattro tecniche presso le *Scuole Pie* di Firenze, dirette da quel Padre Celestino Zini che

sarebbe divenuto più tardi Arcivescovo di Siena. È a questo periodo giovanile che risale la sua frequentazione dei Padri scolopi, con i quali terrà sempre rapporti molto cordiali. Dopo le scuole medie, nel 1875 Rodolfo passa all'Istituto tecnico dove resta per tre anni sempre con ottimi risultati, così che (nella primavera del '78) « il nonno parla di mandarmi a terminare gli studi nell'Università di Pisa, mentre credevo di non doverli proseguire ». Il ritratto del giovane Rodolfo è insomma nitido e quasi senza sfumature: casa, studi e un profondo attaccamento ai principi cristiani. Sugli studi abbiamo una precisa testimonianza del diretto interessato:

« dal 1878, infatti, al 1882 lasciai la famiglia a Firenze e frequentai l'Università di Pisa: iscritto da prima a Ingegneria, e poi passato per la ragione della maggiore brevità degli studi alla facoltà di Matematica, anche, in verità, per un'indubbia vocazione agli studi teorici di quella disciplina e all'insegnamento. Il 30 giugno 1882 mi laureai Dottore in Matematica. Noto che all'Università la mia diligenza fu tale, che in quattro anni mancai a una lezione sola, e fu in occasione di una visita che mi fece il nonno a Pisa: e che a tutti gli esami, sia annuali che di laurea, ebbi sempre i pieni voti assoluti con lode. Nei quattro anni non uscii mai di casa la sera, salvo qualche rara domenica per andare da un vecchio medico, conoscente di famiglia del mio intimo amico Annibale Stefanini e una sera al teatro a sentire il fonografo, che allora era una novità ».

A Pisa, dopo i primi due anni, Bettazzi aveva ottenuto con il massimo dei voti – da parte di una commissione formata da Betti, Dini, De Paolis e Felici – l'ammissione alla Scuola Normale come « esterno senza sussidio ». La sua carriera di studente universitario era poi proseguita brillantemente (come abbiamo letto nel ricordo ora citato e come documenta l'estratto dal registro della S. Normale) così che nell'agosto '81, Bettazzi può cominciare i suoi studi per la tesi di laurea che termina di trascrivere nel maggio 1882. Il 14 giugno di quest'anno è « l'ultimo giorno di lezione all'Università, cioè oggi ho terminato di essere studente ». La laurea è del 30 giugno: Bettazzi ottiene l'approvazione unanime e le felicitazioni della

commissione esaminatrice, discutendo la tesi preparata con Ulisse Dini.

Manifesta subito il proposito di continuare gli studi. In un primo momento riesce anche a rimanere nell'ambiente universitario, grazie ad una borsa di studio di un anno « procuratagli » da Enrico Betti che gli affida anche il corso di Teoria dei Numeri per gli studenti del secondo anno della S. Normale. Poi « per le premure dell'ottimo mio professore, l'On. Ulisse Dini » viene nominato professore straordinario al Liceo di Foggia. Così Bettazzi opta (almeno momentaneamente) per l'insegnamento liceale e il 27 dicembre 1884 – durante le vacanze di Natale – si reca a Pisa per sostenere alla S. Normale l'esame per l'abilitazione all'insegnamento. La permanenza a Foggia dura comunque un solo anno. Nell'85-'86 ottiene l'avvicinamento a Lucca e l'anno successivo « addirittura » a Pisa « per le premure del Prof. Dini, che mi nominò, insieme, suo assistente alla cattedra universitaria di Calcolo infinitesimale e mi mantenne in tale ufficio per quattro anni ».

Bettazzi insegna al Liceo di Pisa, è assistente di Dini e (nell'agosto '86) si presenta al concorso per la cattedra di Analisi superiore all'Università di Genova che però non supera, pur avendo avuto una buona relazione, per 2 voti contro 3. Nel giugno successivo fa allora domanda all'Accademia Navale di Livorno e, nel settembre, partecipa al concorso al posto di Professore straordinario di Calcolo infinitesimale all'Università di Modena. Entrambi i concorsi non lo vedono vincitore, pur essendo giudicato « idoneo ». Bettazzi ha insomma la possibilità negli anni '80 di continuare i suoi studi frequentando un ambiente particolarmente stimolante. Dini è sempre il suo principale punto di riferimento, anche se via via emergono diverse « curiosità » e una maggiore autonomia. Vediamo allora, con qualche dettaglio, le ricerche compiute da Bettazzi nei suoi anni pisani.

Come abbiamo visto, si era laureato con Ulisse Dini nel 1882. Un estratto della tesi di laurea viene pubblicato nel 1884 negli *Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa* con il titolo *Sulla rappresentazione analitica delle funzioni di più va-*

riabili. L'estratto si apre con l'esplicita dichiarazione dei debiti contratti con le ricerche condotte dal maestro:

« Il chiariss. Prof. Dini, nel suo libro: « Serie di Fourier ed altre rappresentazioni analitiche delle funzioni di una variabile reale », espone un metodo col quale si può sviluppare una funzione di una variabile reale, data in un certo intervallo nel quale soddisfa a certe condizioni, in una serie i cui termini siano funzioni date [...]. Il medesimo processo è suscettibile di essere applicato al caso generale delle funzioni di più variabili reali e ci dà per esse analoghi resultati. Scopo della presente nota è appunto di mostrare questa applicazione ».

Obiettivo di Bettazzi è dunque la generalizzazione alle funzioni di n variabili dei risultati ottenuti da Dini a proposito degli sviluppi in serie di una funzione assegnata. Da questo punto di vista, la Nota del 1884 è davvero l'estratto di una tesi di laurea: Bettazzi, invitato ad estendere le acquisizioni conseguite da Dini nella sua monografia del 1880, porta a termine con cura e diligenza il suo « compito », superando anche alcuni passaggi tecnicamente non del tutto semplici. Né tale giudizio deve apparire eccessivamente severo. Stiamo parlando di uno studente (laureando o neo-laureato) la cui autonomia di ricerca non può – quasi inevitabilmente – essere maggiore, soprattutto se si pensa che si sta confrontando con un matematico del valore di Dini e con alcuni suoi recenti risultati.

Ben altra autonomia mostrano due Note pubblicate sul *Giornale di Matematiche* di Battaglini nel 1884 e nel 1888 con i titoli di « Sui concetti di derivazione e di integrazione delle funzioni di più variabili reali » e « Sulla derivata totale delle funzioni di due variabili reali e sull'inversione delle derivazioni ». L'oggetto delle due Note è l'estensione « alle funzioni di più variabili reali dei medesimi concetti su cui si fondano la derivazione e l'integrazione delle funzioni di una variabile sola ». Siamo negli anni delle rigorizzazione del Calcolo (differenziale e soprattutto integrale) nella sua estensione a funzioni di n variabili, e Bettazzi avverte l'esigenza di inserire due paragrafi dedicati rispettivamente alla continuità e al calcolo integrale per funzioni di due variabili. Nel secondo, in particolare, ricorda il

modo « ordinario » con il quale vengono definiti gli integrali multipli, come integrali successivi di funzioni di una variabile. Il suo punto di riferimento è invece la definizione di integrale doppio data da Riemann. Bettazzi partecipa, a pieno titolo e in « tempo reale », al processo di chiarificazione e rigorizzazione che investe l'integrazione multipla. Il suo lavoro del 1884 segue di soli pochi anni quello di K. Thomae del 1876 dove, per la prima volta, l'approccio di Riemann veniva applicato agli integrali doppi. Addirittura, il contributo di Bettazzi è presumibilmente il primo in cui la questione della misurabilità del dominio di integrazione è posta in termini consapevoli ed espliciti. Nella costruzione dell'integrale, osserva infatti di non aver fatto alcuna ipotesi sul dominio (limitato) di integrazione ma

> « in tutto quello che segue converrà supporre che esso sia tale che la somma di quelli fra gli spazi elementari $\delta_{x_1\,v_1}$, $\delta_{x_2\,v_2}$, ... $\delta_{xn\,vn}$ in cui si è diviso il campo totale che sono intersecati dal contorno tenda allo zero comunque impiccioliscono le δ_x. Con questa condizione non vi è evidentemente ambiguità sul modo di prendere i valori negli spazi $\omega_{v_1,\,v_2,\ldots vn}$ quando questi intersecano il contorno, potendosi prendere per essi una frazione qualunque dei rispettivi spazi elementari completi, ed anche gli spazi interi stessi, o potendosi anche trascurare affatto senza alterare il valore dell'integrale assoluto ».

L'importanza dell'osservazione è notevole perché costituisce – come detto – il primo momento in cui, nella costruzione di un integrale multiplo, viene richiesta esplicitamente la misurabilità del dominio di integrazione. Poi Bettazzi dimostra che è possibile ridurre il calcolo di un integrale doppio a due successivi integrali semplici, indipendentemente dall'ordine di integrazione seguito. Anche questo teorema è significativo, perché ottenuto con ipotesi più deboli delle consuete.

Il tema principale dell'indagine svolta nei due articoli è comunque quello delle relazioni tra la derivata totale e le derivate seconde miste di una funzione di due variabili, dove la prima è definita come il limite per (h, k) convergente a $(0, 0)$ di

$$R(h, k) = [f(x + h, y + k) - f(x + h, y) - f(x, y + k) + f(x, y)]\,/hk,$$

mentre una derivata seconda mista può essere vista come

$$\lim_h \lim_k R(h, k).$$

Da una parte c'è un limite « assoluto » in due variabili e dall'altro un limite iterato della stessa espressione (la cui esistenza richiede però, preventivamente, quella di una derivata parziale prima). Bettazzi mostra con contro-esempi come i due concetti non si implichino e prova alcune condizioni sufficienti nelle quali la derivata totale implica l'esistenza delle derivate seconde miste (e la loro uguaglianza) e viceversa. Lo studio di $R(h, k)$ e del suo limite vengono infine applicate al calcolo integrale considerando l'integrale doppio di una funzione $f(x, y)$, integrabile in una regione C,

> « esteso ad un campo limitato da due parallele agli assi condotti in una direzione qualunque, purchè fissa, per un punto (x, y) del campo totale C e prolungate fino al punto più lontano in cui incontrano il contorno, e dal pezzo di contorno compreso fra queste parallele ».

Il valore dell'integrale doppio di f viene così ad essere una funzione di due variabili, dipendendo dalle coordinate (x, y) del punto considerato:

$$F(x, y) = \int\int_C f(x, y)dx\ dy$$

Se f è continua in (x, y), allora F ammette nello stesso punto derivata totale, che è uguale al valore di f in (x, y). È evidente il riferimento alla generalizzazione di problematiche particolarmente vivaci proprio in quegli anni, attinenti il calcolo integrale per funzioni di una variabile. Bettazzi esamina, anche nell'ordine inverso, l'applicazione successiva delle operazioni di integrazione e derivazione e prova che, se due funzioni ammettono sempre la stessa derivata totale e questa è continua, allora esse non possono differire che per la somma di due funzioni, una della sola x e l'altra della sola y.

Negli anni successivi, Bettazzi sarà autore di altri lavori di Analisi. Nel 1892 pubblicherà sui *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* una Nota *Sui punti di discontinuità delle*

funzioni di variabile reale, su cui torneremo proprio a proposito di Peano; nel 1898, gli *Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino* ospiteranno un suo articolo *Sulle serie a termini positivi le cui parti rappresentano un continuo.* Ma progressivamente, già in questi anni '80, i suoi interessi si spostano verso un baricentro che potremmo chiamare topologico e fondazionale, con una crescente attenzione verso la didattica. Sul *Periodico di Matematiche* pubblica una prima serie di tre Note di carattere didattico (*Impossibilità di certe divisioni e sull'equivalenza delle divisioni*, *I postulati e gli enti geometrici*, *Sul concetto di numero*). Alla luce degli sviluppi successivi, notevole è la Nota *Su una corrispondenza fra un gruppo di punti ed un continuo ambedue lineari* (sugli *Annali di matematica pura ed applicata*) dove emerge con chiarezza l'interesse dell'autore per le teorie di Cantor e le questioni di carattere topologico.

Notevole, in assoluto, è la *Teoria delle Grandezze*, una monografia di poco più di 150 pagine che già nel '88 aveva ricevuto un encomio dal Ministero della Pubblica Istruzione e che successivamente viene premiata dall'Accademia dei Lincei – la commissione giudicatrice era formata da Betti, Beltrami, Cremona e Battaglini – con un riconoscimento di L. 1500 e la concessione della stampa negli *Annali delle Università Toscane.* La *Teoria delle Grandezze* rappresenta l' « esplosione » degli interessi fondazionali, molto sensibili nei confronti delle ricerche della scuola tedesca Bettazzi – buon conoscitore della lingua – apprezza molto i lavori di Cantor, Dedekind, Schröder, ecc. esprimendo una notevole comprensione delle nascenti problematiche legate all'introduzione e alla diffusione in Matematica di un punto di vista strutturale.

La scelta a favore di un livello formale e di una presentazione assiomatica è esplicita e consapevole. Era stata d'altra parte anticipata in alcune delle Note prima citate. Ne *I postulati e gli enti geometrici* leggiamo:

« queste verità devono essere logicamente possibili, cioè non contraddittorie agli assiomi o fra loro; stabilito che siano, potremo coi

ragionamenti trarne delle conclusioni, che saranno, a rigore di logica, giuste e costituiranno col loro insieme una scienza esatta...
I postulati di una scienza devono essere scelti in modo da essere indipendenti e non contraddittori».

La Geometria appartiene proprio all'insieme delle scienze che studiano enti ideali:

«il perfezionarsi dei mezzi di osservazione porta a scoprire sempre nuove accidentalità in questi limiti, rendendo quindi sempre variabile l'oggetto dei nostri studi. I corpi tali quali sono non possono perciò essere gli enti di una scienza di ragionamento che ne studi l'estensione: la Geometria non può studiare enti reali».

La *Teoria delle Grandezze* è suddivisa i due parti: la prima è quella più propriamente dedicata a costruire una teoria delle grandezze: la seconda utilizza le acquisizione precedenti per introdurre diversi sistemi numerici. Le ultime venti pagine, in particolare, formano l'appendice sulla teoria analitica dei numeri. Il concetto di *grandezza* viene subito definito con quello spirito formale che abbiamo già cominciato ad apprezzare nella sua originalità, almeno per ciò che concerne l'ambiente matematico italiano: «Grandezza è ognuno degli enti di una certa categoria, di due qualunque dei quali può dirsi se sono eguali o diseguali», dove ai termini *eguali* e *diseguali* non si deve attribuire alcun significato preciso. Due enti che, «in un certo ordine di idee», possono dirsi uguali, non risultano più tali in un'altra ottica. La relazione di uguaglianza, priva così di qualsiasi denotazione «concreta», esprime solamente ciò che oggi chiamiamo una relazione di equivalenza, caratterizzata dalle proprietà simmetrica e transitiva (Bettazzi non ritiene necessario esplicitare quella riflessiva).

A questo punto, può cominciare la costruzione della struttura algebrica con l'introduzione di un'operazione *S* (supposta sempre possibile) che, «eseguita su più oggetti *A, B, C* ...., L di una certa categoria, conduca ad un unico oggetto. L'insieme delle grandezze viene a configurarsi come una *classe* ovvero, nel nostro linguaggio, come un semi-gruppo commutativo in

quanto l'operazione S è esplicitamente ipotizzata associativa, commutativa, oltre che iniettiva rispetto a ciascuna variabile (Bettazzi usa il termine « dipendente »).

Nella struttura algebrica di semi-gruppo commutativo, arricchita dall'operazione inversa D e dall'esistenza della grandezza modulo definita dal valore $D(A,A)$, viene ora introdotta una relazione di ordine totale:

« Alle parole « maggiore » e « minore » devesi qui attribuire un significato soltanto in modo simile a quello usato per la parola « uguale »: basta a noi che prese due grandezze A, B disuguali avvenga un fatto ben definito il quale si esprima colla frase « A è minore di B » o coll'altra « A è maggiore di B ». I concetti di maggiore e di minore sono, del pari che quello di uguale, introdotti colla massima generalità e senza nessuna limitazione; intenderemo solo di sottoporli a certe condizioni caratteristiche, che sono quelle che si verificano per gli ordinari concetti di maggiore e di minore ».

Una classe G, in cui è definita una relazione d'ordine totale compatibile con la sua struttura algebrica è chiamata *classe ad una dimensione*. Sono proprio le classi ad una dimensione e ad un senso (che contengono cioè, oltre il modulo, solo grandezze maggiori) che costituiscono l'oggetto dell'indagine di Bettazzi che mette poi in evidenza le diverse strutture topologiche che si possono presentare, studiando i quattro casi (*successione, collegamento, sezione* e *salto*) che si ottengono ripartendo la classe in due sottoinsiemi.

I numeri o meglio il concetto di numero – « si osservi che la parola numero non è qui definita esplicitamente, né si cercherà di definirla » – vengono introdotti solo in un secondo momento, dopo una sessantina di pagine dedicate a studiare le diverse strutture di un insieme. È proprio la consapevolezza che si tratti di un nuovo e diverso modo di intendere l'Algebra che chiude la monografia:

« seguendo questo metodo l'Algebra acquista un'importanza molto superiore a quello che si ha se si considera come sola scienza del numero: essa diviene la scienza delle proprietà formali e dà quindi ri-

sultati applicabili non solo ai numeri, ma anche agi altri enti che godono di proprietà formali simili».

Su quale sia la caratteristica profondamene innovativa di questo metodo Bettazzi non ha alcun dubbio. Ribadirà più volte che cosa significhi per lui l'*esistenza* di realtà matematiche come, ad esempio, nella Nota *Sull'infinitesimo attuale. Osservazioni sopra l'articolo del Dr. G. Vivanti*:

« in Matematica si dice che un ente esiste quando, non contraddicendo esso per la sua definizione alle definizioni ed alle proprietà degli enti già ammessi, si enuncia, per nostro arbitrio, la frase « il tale ente esiste », che sarà quindi un postulato. Per tale esistenza dunque non occorre che un ente della matematica abbia riscontro nella realtà, senza di che non si studierebbero, p.es., lo zero, l'infinito, gli spazi a più di tre dimensioni, la geometria non euclidea, ecc.; ma basta che non contraddica i postulati già ammessi e le loro conseguenze ».

Con la *Teoria delle Grandezze*, siamo arrivati agli anni '90. Adesso, la vita di Bettazzi registra una svolta significativa e la continuazione dei suoi studi viene a riguardare direttamente Peano (che finora, anche nella *Teoria delle Grandezze*, era stato citato solo una volta in nota). Dopo le delusioni concorsuali degli anni precedenti, nel 1891 è positivo l'esito del concorso per insegnare nelle scuole, con sede a Torino. Bettazzi ne viene a conoscenza il 9 gennaio; il giorno successivo accetta il posto chiedendo però una proroga all'inizio del servizio, che non può comunque rinviare oltre il 1 febbraio. Si chiude definitivamente il periodo pisano e comincia quello torinese con l'insegnamento al Liceo Cavour (« dove restai insegnante per quaranta anni e mezzo, fino al termine della mia carriera per raggiunti limiti di età (70 anni) che fu il 15 settembre 1931 ». L'inserimento di Bettazzi nell'ambiente matematico piemontese è rapido. Nel maggio '92 ottiene la libera docenza in Calcolo infinitesimale all'Università e, nell'ottobre dello stesso anno, comincia le lezioni di Analisi finita all'Accademia militare dove insegnerà per 30 anni, salvo una breve interruzione per una momentanea riduzione del personale. La fama che comincia ad

accompagnarlo è più che lusinghiera: nell'estate del '91 dà lezioni private al figlio maggiore del Principe Eugenio di Carignano; è del luglio '93 una lettera di Edmondo De Amicis che lo ringrazia per la benevolenza con la quale ha valutato il figlio:

« Ella ha voluto incoraggiare il mio figliuolo con la bontà: La ringrazio, col fermo proposito di far quanto è possibile perché d'ora innanzi egli corrisponda più degnamente alle cure e all'aspettazione del suo valentissimo professore ».

A Torino, Bettazzi stringe stretti contatti anche con l'ambiente cattolico. Già a Pisa, negli ultimi mesi, era entrato a far parte della Società di S.Vincenzo de' Paoli; ora, nel novembre '91, viene accolto dalla Conferenza torinese della stesa società. La lascia nel marzo '94 per essere nominato presidente della Conferenza di S. Barbara, che dirigerà per moltissimi anni.

A livello scientifico, il trasferimento a Torino significa la conoscenza personale di Peano e del gruppo di giovani matematici (e storici e filosofi della scienza) che ruota attorno a lui e con il quale Bettazzi instaura un importante rapporto di collaborazione. La sua partecipazione di Bettazzi all'edizione del 1895 del *Formulario* peaniano, con il capitolo sui limiti, resta la traccia più evidente di questo incontro che porta Bettazzi a confrontarsi direttamente con la logica e il rigore peaniano. La frequentazione della scuola torinese riorienta un progetto di ricerca, prima maggiormente orientato verso le questioni di Analisi, in cui pure era già ravvisabile la presenza di alcune problematiche fondazionali-topologiche e l'avvio di un'impostazione assiomatica.

Con il trasferimento a Torino, Bettazzi non pubblica più Note di Analisi (con le uniche eccezioni di *Sui punti di discontinuità delle funzioni di variabile reale*, in cui comunque è molto presente l'impronta peaniana e di *Sulle serie a termini positivi le cui parti rappresentano un continuo*). La sua ricerca, sempre più attratta dai problemi sui fondamenti, si esprime soprattutto con una serie di tre importanti articoli negli *Atti* del-

l'Accademia delle Scienze di Torino (*Sulla catena di un ente in un gruppo*, *Gruppi finiti e infiniti di enti*, *Sulla definizione dei gruppi finiti*), con la Memoria *Fondamenti per una teorica generale dei gruppi* (nel *Periodico di matematica*) e una vivace partecipazione al dibattito sul concetto di infinito e di infinitesimo attuale sulla *Rivista di Matematica* di Peano.

Proseguono pure le Note di carattere prevalentemente didattico. Bettazzzi rimane ancora « sospeso » tra insegnamento liceale e universitario: impegnato fortemente nel primo, anche per ovvie esigenze di bilancio familiare, continua a tenere rapporti con il mondo universitario nel quale spera di rientrare. Questo equilibrio instabile si orienta infine verso la scuola per una serie di fattori tra cui il più importante si rivelerà la fondazione della *Mathesis.* A partire dall'autunno del 1895, Bettazzi è impegnato in prima persona, e con pochi altri colleghi, alla costituzione di questa associazione che intende organizzare e approfondire la cultura didattica e matematica degli insegnanti. Bettazzi sarà presidente della *Mathesis* dalla fondazione (nel 1896) fino al 1904 salvo un'interruzione di due anni, all'inizio del secolo, per una clausola statutaria che ne impedisce la rielezione. L'impegno richiesto è effettivamente pesante e significa per Bettazzi la fine dell'attività di ricerca. A partire dal 1896, il suo tempo libero dagli impegni didattici si divide tra rafforzamento della *Mathesis* e testimonianza cristiana nel contesto sociale.

Il dopoguerra lo vedrà ancora intensamente impegnato su temi morali e sociali quali la preparazione dei giovani alla vita familiare, la comprensione dell'opera dei sacerdoti, la stampa cattolica, ecc. Non c'è più traccia di alcuna attività matematica, salvo la nomina a coadiutore di Guido Fubini per l'insegnamento di Analisi nel 1919, nei corsi di integrazione per gli allievi reduci dalle armi, e la preparazione del Convegno (e degli Atti relativi) su Gaetana Agnesi, a Torino nell'aprile 1927. C'è invece, per alcuni anni, un impegno squisitamente politico. Bettazzi si iscrive, con il consueto entusiasmo e dispiegando quell'attivismo che ormai conosciamo, al partito cattolico (« Partito Popolare Italiano » o PPI) facendo parte degli organismi diri-

genti cittadini. Nelle pagine delle *Cronache torinesi* de *L'Avanti*, Gramsci polemizzerà spesso con questo matematico « ossessionato dall'impudicizia » anche se gli riconoscerà perlomeno il merito di non aver portato le sue posizioni su aspetti intransigenti e fanatici. Quando, nelle elezioni comunali del '20, il PPI si allea con i liberali per combattere il partito socialista, Bettazzi entra nelle liste cattoliche e viene eletto consigliere comunale. Fa anche parte della Giunta comunale, come assessore all'Istruzione media fino al 1923 quando, in tutta Italia, i Consigli comunali vengono sciolti dall'avvento del fascismo. Sul nuovo regime, Bettazzi non prende posizioni pubbliche, limitandosi a manifestare privatamente qualche perplessità e contrarietà. È un atteggiamento 'debole', che si inserisce in molti comportamenti della piccola borghesia italiana e del mondo cattolico negli anni '30; qui occorre aggiungere la menzione particolare dell'età del Bettazzi, ormai giunto sui 70 anni.

Bettazzi comunque, continua a non risparmiarsi. Scrive articoli e registra in casa alcune conversazioni radiofoniche, non potendo più uscire per una paralisi che lo colpisce agli arti inferiori. Muore il 26 gennaio '41, dopo aver ricevuto la benedizione del Papa e la visita del cardinale Fossati, arcivescovo di Torino.

Noi, per concludere, torniamo ai rapporti che ha intrattenuto con Peano e la sua *scuola.* La Torino nella quale era arrivato agli inizi degli anni '90 e in cui ha poi condotto le sue ricerche, era sicuramente un centro quanto mai stimolante per un giovane matematico. A ricordare sinteticamente che cosa rappresentava il capoluogo piemontese per la Matematica italiana, basta menzionare il fatto che nei primi tre Congressi internazionali (Zurigo 1897, Parigi 1900, Heidelberg 1904) era sempre stato un matematico dell'Università di Torino – Peano, Volterra, Segre – a rappresentare l'Italia come *invited speaker.* Bettazzi si trova quindi in un posto « giusto » e, in particolare, non può non risentire della presenza di Peano.

La sua presenza, nelle ricerche e nelle pubblicazioni di Bettazzi, può essere colta in almeno tre momenti. Il primo è costituito dalla Nota *Sui punti di discontinuità delle funzioni di*

variabile reale, già citata, presentata all'Accademia delle Scienze di Torino. « Dovendo studiare il contegno di una funzione anche nei punti ove essa ha discontinuità, conviene estendere la definizione di limite ». Così Bettazzi introduce il concetto di *valore limite* – parla di *confine* – pressoché contemporaneamente a Peano. Bettazzi dimostra che la classe limite è chiusa e contiene quindi in particolare i propri estremi superiore e inferiore (eventualmente infiniti) – il massimo e il minimo limite – caratterizzati in base ad una loro proprietà, oggi ben nota. Un giudizio di priorità non sembra possibile, visto il rapporto di collaborazione instauratosi in questo periodo tra Peano e Bettazzi. Resta il fatto che la sua Nota, come dicevamo, è di fatto contemporanea ai primi lavori (*Sulla definizione del limite di una funzione* del 1892 e *Sur la définition de la limite d'une fonction* del 1894) in cui Peano espone questa generalizzazione del concetto di limite e che si deve comunque alla *scuola* di Torino, in generale, l'approfondimento del concetto di valore limite e la sottolineatura della sua utilità nello studio dell'Analisi reale.

L'articolo di Bettazzi contiene anche la dimostrazione, svolta utilizzando esplicitamente l'assioma della scelta, che un valore limite altro non è che un limite successionale. Bettazzi prova questa equivalenza ma subito prende le distanze dal suo procedimento dimostrativo:

« quando occorre considerare infiniti sottogruppi (...) e costruire un gruppo formato scegliendo in ciascuno di quei sottogruppi un punto qualunque senz'altra condizione (...) non basta dire che si forma questo gruppo prendendo un punto ad arbitrio per ciascuno di quei sottogruppi ».

Occorre individuare e assegnare una legge. Purtroppo, « nello stato attuale della teoria dei gruppi » una risposta *generale* (che non si limiti a casi particolari quali, ad esempio, gli insiemi numerabili o quelli chiusi) non è nota e non si sa « indicare una legge applicando la quale al gruppo, ne venga determinato un punto, e ciò qualunque sia il gruppo dato ». L'assioma della scelta è appunto il secondo momento in cui la pre-

senza di Peano si fa sentire. Il matematico torinese aveva esplicitamente parlato nel famoso articolo del '90 sull'esistenza delle soluzioni di un'equazione differenziale e lo aveva rifiutato come non proponibile, almeno «secondo il valore usuale della parola dimostrazione». Per Peano, le infinite scelte erano ammissibili solo se determinate da una precisa legge. Bettazzi fa sua questa attenzione e questo atteggiamento – ben prima dell'intervento di Zermelo – e lo ripropone in una serie di articoli sulla teoria degli insiemi del '95-'96: *Sulla catena di un ente in un gruppo, Gruppi finiti ed infiniti di enti, Sulla definizione dei gruppi finiti, Fondamenti per una teorica generale dei gruppi.* Prende in particolare in considerazione la definizione di insieme infinito, come non finito, e quello di insieme infinito come sviluppabile ovvero come «simile ad una sua parte propria». Bettazzi prova la loro equivalenza ma avanza precise riserve sulla parte della dimostrazione che dall'ipotesi della non finitezza fa seguire la tesi della sviluppabilità, dove

> «si deve segliere ad arbitrio un ente (corrispondenza) in ciascuno di infiniti gruppi, il che non pare rigoroso; a meno che non si voglia ammettere per postulato che tale scelta possa farsi, la qual cosa peraltro ci sembrerebbe inopportuna».

C'è poi – terzo momento in cui la presenza di Peano è chiaramente ravvisabile e a cui abbiamo già accennato – la partecipazione di Bettazzi al progetto del *Formulario* e, in particolare, la redazione del capitolo sui limiti nell'edizione del 1895. Ma proprio il *Formulario* è un segnale abbastanza inequivocabile che i rapporti con Peano non si sono poi sviluppati come forse potevano e come forse ci si poteva aspettare data la consistente intersezione dei loro interessi matematici. Il capitolo sulla teoria degli insiemi – con la *Teoria delle Grandezze*, Bettazzi poteva essere considerato uno «specialista» – viene affidato a Giulio Vivanti e la sua firma non compare più in calce alle varie parti del *Formulario.* Siccome non risulta nessuna frattura o raffreddamento a livello personale – tra l'altro, Peano e tutta la sua *scuola* daranno per anni un significativo

contributo al decolla della *Mathesis* – possiamo ipotizzare che qualche fessura si sia inserita in quella che chiamavamo (consistente) intersezione dei loro interessi matematici. Possiamo pensare ad una non proprio completa identità di vedute. Peano interviene una sola volta pubblicamente sulla *Teoria delle Grandezze* e ne critica la circolarità logica che, a suo avviso, sussiste nel rapporto tra grandezza e numero. Poi, altri esponenti della *scuola* (in particolare, Vivanti e Burali-Forti) interverranno sullo stesso argomento per proporre approcci diversi. Dal giudizio, critico e tiepido, di Peano passiamo ad una quasi-sconfessione. Si comincia a intravvedere la « fessura ». Soprattutto con la *Teoria delle grandezze*, Bettazzi si muove (non senza esitazioni e una consapevolezza ancora parziale) in una direzione dove le quantità « reali » e non « convenzionali » sono ancora presenti come suggeritrici delle strategie da adottare, ma hanno perso il ruolo di finalizzatrici di ogni discorso. Per Peano e la sua *scuola*, in questo contesto l'obiettivo rimane quello di definire rigorosamente i numeri reali. Non a caso Vivanti parla di una teoria che deve rimanere ben distinta da quella, più generale, delle grandezze. Insomma, il programma peaniano è si teso ad una generalità unificante ma – potremmo dire – a quella minima generalità che assicura il massimo rigore nei campi classici del pensiero matematico.

Erika Luciano [*]

Sulla didattica della Logica Matematica: dalle conferenze di A. Padoa (1898) all'istituzione dei corsi ufficiali (1960) [1]

Nonostante siano stati recentemente pubblicati alcuni studi su esponenti di spicco della Scuola di Peano, non sono finora state indagate alcune iniziative peculiari, quali i cicli di conferenze e di seminari di Logica, avviati con successo dal matematico cuneese e dai suoi collaboratori in Italia e all'estero, talora in margine ad un corso di laurea, talaltra in forma autonoma, destinati ad un pubblico vario. In questa sede, attraverso fonti d'archivio inedite [2], ci si propone di contestualizzare tali iniziative sotto il profilo istituzionale e scientifico, evidenziando le tappe che portarono all'inserimento della Logica

[*] *Questa ricerca non avrebbe visto la luce senza la guida preziosa della prof.ssa C.S. Roero, che è stata prodiga di innumerevoli suggerimenti e stimoli. Un cordiale ringraziamento va ai proff. E. Casari, F. Previale, F. Parlamento e S. Mazzone, con i quali ho discusso alcuni aspetti di questo lavoro. Infine un grazie particolare a L. Morelli per il suo costante sostegno e incoraggiamento.*

[1] Ricerca eseguita nell'ambito del Progetto MIUR, Storia delle Matematiche, Unità di Torino.

[2] Nel seguito si adoperano le seguenti abbreviazioni: Archivio Giovanni Vailati, BDF Milano = AVM; Archivio Geymonat, Milano, Museo Civico di Storia Naturale = AGM.

nei *curricula* di Matematica ed illustrando l'evoluzione dei contenuti e i loro riflessi sulla produzione editoriale specialistica, la metodologia adottata e gli influssi sull'attività di ricerca. Infine ci si sofferma sul pubblico di riferimento, sulle reazioni e sui dibattiti suscitati, individuando il retaggio culturale e i legami con ulteriori esperienze di discussione e divulgazione della Logica in circoli privati, come ad esempio il Centro di Studi metodologici di Torino.

1. *Il contesto legislativo e la questione delle libere docenze*

Nell'ultimo scorcio dell'Ottocento ampi settori della comunità matematica internazionale sono intimamente persuasi dell'utilità di illustrare i primi elementi di Logica agli studenti delle Facoltà scientifiche e vedono con favore l'inserimento di questa materia nell'ambito delle Scuole di Magistero. Da un lato, infatti, si tratta di fornire ai giovani gli strumenti del retto ragionare e del corretto argomentare, dall'altro si aspira a formare futuri docenti di scuola media e secondaria consci dello spessore delle problematiche fondazionali e dei loro legami con le matematiche elementari.

Il tema è presto oggetto dell'attenzione del legislatore, che si appunta su tre aspetti: l'opportunità di istituire un corso ufficiale di Logica, le modalità di reclutamento dei docenti incaricati di impartirlo e i contenuti e i programmi caratterizzanti tale disciplina. La prima proposta organica giunge dalla Sicilia: il 27 febbraio 1897, alla Mathesis di Palermo, L. Certo avanza il suggerimento di offrire nei Licei, negli Istituti tecnici e nelle Scuole normali alcune lezioni di Logica, « ridotta alle nozioni più semplici ed essenziali », quale introduzione allo studio della Matematica [3]. Nella discussione che segue si dichiarano a favore A. Pepoli e G. Rozzolino, ritenendo anzi opportuno che

[3] Cfr. *Allegato per la questione XIV. Estratto del verbale dell'adunanza tenuta in Palermo nel giorno 27 febbraio 1897, fra i soci di « Mathesis », professori Certo, Pepoli e Rozzolino*, Bollettino dell'Associazione Mathesis fra gli insegnanti di Matematica delle Scuole Medie, 2, 1, 1897-98, pp. 9-10.

le Facoltà scientifiche contemplino un insegnamento completo di Logica matematica.

Il suggerimento è presentato nel primo Congresso dell'associazione Mathesis, che si svolge a Torino nel settembre 1898 [4]. Incaricato di relazionare sulle modifiche da apportare all'ordinamento degli studi matematici universitari, al fine di migliorare la preparazione degli insegnanti per la scuola secondaria, Certo suggerisce di istituire un corso organico di Logica, vincolante per il conseguimento del diploma di Magistero, da affidare ad un chiaro cultore di tale disciplina.

Il contesto è quanto mai propizio: il convegno segna infatti un momento di successo per Peano e la sua Scuola. La *Conversazione sul Formulario*, tenuta il 13 settembre in un'aula gremita di pubblico, è accolta da uno scroscio di applausi, così come il discorso di Certo, pronunciato nella sessione presieduta dallo stesso Peano [5]. Quest'ultimo, a conclusione dell'intervento, non può che asserire che la fede che il collega ha dimostrato « nel trionfo della logica matematica, è per lui una delle più belle soddisfazioni » [6].

Per l'esiguità del tempo a disposizione, i lavori congressuali si chiudono con un voto di plauso e un'approvazione generica di tutte le proposte di Certo, ivi inclusa quella inerente il corso di Logica. L'esito dei confronti successivi nelle singole sezioni della Mathesis è però ben più sfumato, tanto che, all'atto della pubblicazione della sua *Relazione* sul *Periodico di Matematica*, Certo non nasconde la delusione per il fatto che l'unico fra tutti i punti dibattuti che non abbia riscosso consensi da parte di *nessuno* dei soci è quello di avviare l'insegnamento della Logica, la 'nuova Cenerentola' della matematica.

[4] Cfr. L. CERTO, *Relazione sulla quinta questione proposta dal Comitato Mathesis: Modificazioni da introdursi nell'ordinamento degli studi matematici universitari, al fine di ottenere buoni insegnanti secondari*, Periodico di Matematica, 16, 1899, pp. 107-116.

[5] Cfr. *Verbali del Congresso*, Bollettino dell'Associazione Mathesis fra gli insegnanti di Matematica delle Scuole Medie, 3, 5, 1898-99, pp. 5-20.

[6] *Verbali* 1898-99 cit., p. 19.

Forte del convincimento nel « molto bene che i metodi del calcolo logico, dalla maggior parte degli scienziati disprezzato o deriso, son destinati a portare » il professore siciliano ribadisce comunque l'opportunità didattica e scientifica di fornire un tale insegnamento, che anzi dovrebbe a suo parere essere reso obbligatorio « per ogni sorta di studenti di matematiche pure » [7].

Nonostante queste insistenze, il progetto è affossato nel successivo congresso Mathesis, che si svolge a Livorno nel 1901, e non ne è neppur fatta menzione da G. Pittarelli, subentrato a Certo come relatore sulla *Quinta questione* [8]. A partire da questa data i consensi si orientano infatti verso la creazione di un corso di Metodologia matematica [9], che avrebbe

[7] Cfr. CERTO 1899 cit., pp. 107-116: « Dico questo [...] non perché so di trovarmi nella cittadella dove quei metodi sono così pertinacemente e con tanto valore propugnati. E potrei recare esempi, anche recentissimi, di lavori che, pur rivelando una forte potenza investigatrice delle più profonde questioni scientifiche, sono tanto deficienti dal punto di vista logico [...] che fanno deplorare che i loro autori sieno così ignoranti o noncuranti o dispregiatori dei prelodati metodi, i quali li avrebbero salvati dalla macchia d'un peccato, ch'io reputo capitale! »

[8] Cfr. G. PITTARELLI, *Modificazioni da introdursi nell'insegnamento matematico superiore per la preparazione degl'insegnanti secondari*, in *Atti del Secondo Congresso dei Professori di Matematica delle scuole secondarie*, Livorno, Giusti, 1902, pp. 137-164 e *Relazione sul tema III: Preparazione degl'insegnanti di Matematica delle Scuole Medie*, in *Atti del I Congresso della Mathesis*, Padova, Società Cooperativa Tipografica, 1908, pp. 34-40.

[9] Cfr. S. PINCHERLE, *Relazione sul tema « Sulla convenienza di rendere non obbligatoria la laurea in matematica a chi vuol conseguire il diploma di magistero per le Scuole Medie »*, Bollettino di Matematica, 2, 2, 1903, pp. 43-49; G. LORIA, *Per la preparazione degli insegnanti*, Bollettino di Matematica, 5, 1906, pp. 204-208; *Preparazione degl'insegnanti*, Bollettino di Matematica, 7, 1908, pp. 253-254; S. PINCHERLE, *Sugli studi per la laurea in Matematica e sulla sezione di matematica delle Scuole di Magistero*, Boll. Mathesis, 3, 1911, pp. 1-14: « ... nello scorso ventennio avveniva una rivoluzione nel modo di considerare gli elementi della matematica [...] se ne estraeva, per così dire, il nocciolo logico, venivano pure minutamente vagliati, criticati, migliorati i metodi. Non è possibile non rendere edotti i futuri insegnanti, durante il loro corso di studi universitari, dei risultati di codesto ingegnoso lavoro di critica e di analisi logica ... Dunque, un primo desiderato

potuto e dovuto includere Elementi di Logica, accanto a riflessioni sui fondamenti, sulla didattica e sulla storia delle matematiche [10].

Da ultimo, l'istituzione nel 1922 delle cattedre di Matematiche complementari fornirà ai cultori della Logica la naturale collocazione per impartirne le principali nozioni. Si cristallizzerà in tal modo una situazione di insegnamento « ufficioso » della Logica, con differenze sostanziali da sede a sede, destinata a perdurare fino al 1960, anno in cui fa la sua comparsa per la prima volta all'Università di Pavia un corso ufficiale di tale disciplina nei *curricula* della Facoltà di Scienze MFN.

La speranza di giungere alla creazione di corsi di Logica dotati di fisionomia autonoma innesca parallelamente il dibattito sulle modalità di reclutamento dei suoi docenti: nasce il problema delle libere docenze cui aspirano, con esiti talora deludenti, gli allievi di Peano Cesare Burali-Forti e Alessandro Padoa. Il primo inoltra la sua domanda nel 1894, ritirandola però subito dopo [11]. Particolarmente sintomatica è poi la vi-

[...] è quello di rafforzarvi lo studio della matematica elementare dal triplice punto di vista scientifico, critico e pedagogico » e S. PINCHERLE, *Sulla preparazione degli Insegnanti di matematica*, Bollettino di Matematica, 14, 1919, pp. 141-143.

[10] Cfr. G. LORIA, A. PADOA, *Preparazione degli insegnanti di matematica per le scuole medie*, in *Atti del II Congresso della Mathesis*, Padova, Società Cooperativa Tipografica, 1909, pp. 1-10. Il corso di Metodologia matematica dovrebbe includere, secondo i relatori, la *Metodologia teoretica*: Del metodo deduttivo, Del definire e del dimostrare: parziale arbitrarietà nella scelta dei concetti fondamentali e dei postulati di una teoria deduttiva; Aritmetica: Principio d'induzione completa, definizioni e dimostrazioni induttive; Geometria: vari sistemi di concetti fondamentali, di definizioni, di postulati. Cfr. anche A. PADOA, *Sulla riforma delle Scuole di Magistero*, Bollettino di matematica, 1909d.

[11] Cfr. *Verbale dell'adunanza dei Prof. Ordinari e Straordinari della Fac. di Scienze dell'Univ. di Torino*, 18.6.1894, ASU Torino VII-81, N. 100: « Domanda di libera docenza in Logica matematica del Signor Dottor Cesare Burali-Forti. La Facoltà, tenuto conto del regolamento generale e delle deliberazioni prese dal C.S. in merito alle concessioni di libera docenza, delibera di interpellare il Ministero se, malgrado l'articolo 100 della Legge Casati, si possa procedere all'esame dei titoli facendo in pari tempo osservare

cenda di Padoa, che per ben tre volte, nel 1901, nel 1912 e nel 1933, intraprende l'*iter* concorsuale. Fin dal primo tentativo egli è ben conscio delle difficoltà procedurali e sostanziali che si oppongono al conseguimento di una libera docenza in Logica presso una Facoltà scientifica [12]. Gli ostacoli nascono innanzitutto dalla vigente legislazione universitaria: l'ordinamento Casati prevede infatti che si possa conferire il titolo solo per discipline cui corrisponde una cattedra effettiva, anche se non mancano le eccezioni procedurali da parte del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione. Assai più serie sono le difficoltà sostanziali, ovvero – per dirla con Padoa – il « giudizio degli autorevoli incompetenti circa la Logica » [13] e cioè l'ostilità più o meno palese di larghi settori della comunità matematica italiana nei confronti delle ricerche fondazionali espresse con il formalismo ideografico, alle quali si nega il marchio dell'originalità costruttiva e della fantasia creativa [14]. Proprio per aggirare tali pregiudizi Padoa accarezza l'idea di pilotare la composizione della Commissione giudicatrice, affinché ne entrino a far parte, oltre a Peano, M. Pieri, G. Vivanti, G. Loria, G. Pittarelli e T. Levi-Civita, « tra i favorevoli o i meno avversi » [15]. Analogamente, per eludere l' « ingiustificata antipatia » contro la Logica discute con Giovanni Vailati l'opportunità di concorrere alla libera docenza in Critica matematica, Pedagogia o

che esiste un precedente favorevole nel fatto che nell'Università di Roma un corso libero di Logica matematica viene fatto dal Prof. Nagy. ». Sulla vicenda cfr. anche *Verbale dell'adunanza dei Prof. Ordinari e Straordinari della Fac. di Scienze dell'Univ. di Torino*, 3.7.1894, ASU Torino VII-81, N. 101.

[12] Cfr. A. Padoa a G. Vailati, 24.2.1902, in E. Luciano, C.S. Roero, *Giuseppe Peano. Matematico e Maestro*, Torino, DM, 2008, pp. 52-53.

[13] A. Padoa a G. Vailati, in Luciano, Roero 2008 cit., p. 53.

[14] L'autentico fulcro della vicenda risiede nella nozione di « originalità ». Come già Padoa aveva avuto modo di notare, all'atto dell'assegnazione annuale dei Premi ministeriali dell'Accademia dei Lincei per i docenti della scuola secondaria, non si negava precisione, eleganza e pregio alle pubblicazioni di Logica, ma non si era disposti ad accordare a tali ricerche il sigillo dell'originalità. Cfr. A. Padoa a G. Vailati, 25.8.1902 in Luciano, Roero 2008 cit., pp. 54-55.

[15] A. Padoa a G. Vailati, 24.2.1902, in Luciano, Roero 2008 cit., p. 53.

Fondamenti della Matematica, tutte discipline che gli avrebbero consentito un'ampia libertà nella scelta dei temi da trattare e nella stesura dei programmi. Non sono purtroppo pervenute le risposte di Peano e Vailati, cui Padoa manifesta le sue aspirazioni, ma si desume che entrambi non fecero mancare all'amico solidarietà e sostegno [16]. Nell'Archivio Storico dell'Università di Torino non è peraltro custodito l'incartamento relativo alla richiesta di libera docenza in Logica presentata da Padoa, il che lascia presumere che egli avesse presto lasciato cadere questa sua intenzione, come farà in altre circostanze [17]. Di fatto Padoa coronerà il suo desiderio solo nel 1932, conseguendo a Genova la libera docenza in Logica matematica, la prima in Italia in una Facoltà scientifica, con una commissione costituita da Beppo Levi, Michele Cipolla e Giovanni Vacca.

2. *Educare al rigore: l'insegnamento 'logico' di G. Peano*

Come già asseriva B. Russell, per diffondere una qualsiasi nuova teoria, come la Logica simbolica, occorre « occupare una cattedra e fondare una Scuola » [18]: non stupisce dunque l'impegno assiduo di Peano e dei suoi collaboratori nel promuovere e sostenere una congerie di iniziative didattiche a supporto dell'insegnamento della Logica, quanto mai differenziata per modalità e finalità.

A Torino, dal 1890 in poi, Peano inserisce elementi di Logica nei corsi da lui tenuti, sia come titolare di cattedra che per incarico: Analisi infinitesimale (1890-1924), Analisi superiore (1908-1910) e Matematiche complementari (1925-1932).

[16] Cfr. Padoa a Vailati, 27.2.1902, in LUCIANO, ROERO 2008 cit., p. 54.

[17] Padoa presenta nel 1912 domanda di libera docenza in Filosofia teoretica, ma la ritira nel 1913.

[18] B. Russell a L. Couturat, 1.1.1905, in A.F. SCHMID, *B. Russell. Correspondance sur la philosophie, la logique et la politique avec L. Couturat*, Paris, Kimé, 2001, pp. 461-462: « Je crois que, pour répandre la logique symbolique, il faut, comme Peano, occuper une chaire et fonder une école. C'est comme cela que les idées nouvelles en philosophie se sont généralement répandues ».

L'adozione del linguaggio ideografico e dei metodi assiomatici nelle lezioni di Calcolo differenziale ed integrale, impartite nel primo biennio universitario e all'Accademia militare, è certamente una delle scelte metodologiche più 'spregiudicate' e discusse della sua docenza [19]. Alla logica egli dedica ben cinque lezioni, della trentina di cui all'epoca era costituito il corso di Analisi, e ad essa sono destinate sistematicamente delle *Appendici* [20] o alcuni paragrafi delle dispense ad uso degli studenti. I contenuti logico-fondazionali sono affrontati, come è ovvio, solo entro i limiti in cui possono risultare funzionali allo sviluppo del programma di Analisi: l'insegnamento della Logica che ne scaturisce è dunque forzatamente limitato [21]. Peano introduce e utilizza pochi segni ideografici (una ventina

[19] Cfr. E. LUCIANO, *Un sessantennio di ricerca e di insegnamento dell'Analisi infinitesimale ...*, 2008, pp. 65-92. C. Somigliana asserisce ad esempio (*Intorno all'ordinamento degli studi matematici nel primo biennio universitario in Italia*, 1911, p. 21): » [Peano] diede un indirizzo suo proprio all'insegnamento, introducendovi largamente i metodi della logica matematica. Le sue *Lezioni di Analisi infinitesimale* (Torino, 1893), sono un notevole esempio di unione fra i metodi rigorosi moderni e la semplicità antica di esposizione. Gli ulteriori svolgimenti dei metodi del Peano (v. *Formulario Mathematico*) sono invece attualmente assai discussi, poiché si ritiene che la preponderanza accordata al formalismo logico ed alla rappresentazione simbolica faccia meno chiara negli allievi la visione degli intenti del calcolo, della sua origine, del suo valore applicativo, come strumento di studio dei fatti naturali ».

[20] [G. VACCA], *Appendici alle Lezioni di Analisi infinitesimale del Prof. G. Peano*, (copia litografata, Fascicoli I-V), [Torino], Tasca, 1898, pp. 1-78, BSM Torino, *Fondo Peano-Vacca.*

[21] Cfr. G. Peano a E. Catalan, 25.1.1892 in E. JONGMANS, *Quelques pièces choisies dans la correspondance d'Eugène Catalan*, Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège, 50, 9-10, 1981, p. 307: « Or, dans notre cas, je suppose données les idées générales de logique [...]. Les études de cette nature ne sont pas, je crois, stériles. On voit sous des points différents les éléments de la mathématique; et lorsque ces théories sont suffisamment élaborées, on les peut substituer ou partiellement ou en totalité dans l'enseignement à d'autres théories. Mais il ne faut pas, de l'autre coté, exagérer, et croire qu'on puisse tout-de-suite expliquer dans les écoles, les définitions et les théorèmes, p. ex., sous la forme que j'ai publié. Ils seront simplement *incompréhensibles* ».

al più), senza peraltro commentarne tutte le relative proprietà. Non è dato spazio invece a questioni tecniche, come i tipici problemi di coerenza, indipendenza, definibilità, categoricità, completezza e così via.

Nonostante le cautele adottate, questa impostazione didattica atipica desta forti perplessità e, se non mancano le testimonianze entusiastiche di alcuni studenti affascinati dal magistero di Peano, non scarseggiano neppure le critiche di una cospicua porzione degli analisti italiani e di alcuni colleghi di Ateneo, fra cui F. Tricomi e G. Fubini [22]. Il timore manifestato da più parti è che un uso acritico ed eccessivo del formalismo mascheri i procedimenti « naturali » del Calcolo infinitesimale, induca la meccanizzazione dell'apprendimento e la disaffezione degli studenti più brillanti, oltre ad oscurare i legami con le applicazioni alle scienze. Conseguentemente, i riflessi nell'ambito editoriale sono modesti e, a quanto risulta dalla ricerca condotta, l'ampia manualistica di *Calcolo* fiorita in Italia include, entro il 1930, solo un trattato preceduto da un'introduzione sui principi della Logica – quello di M. Cipolla [23] – che

[22] Cfr. ad esempio F. TRICOMI, *Matematici torinesi dell'ultimo secolo*, Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino, 102, 1967-68, p. 257: « Quanto al lungo insegnamento del Peano [...] non si può tacere che esso, ottimo all'inizio, cominciò a scadere intorno alla fine del secolo scorso, degenerando infine in una poco seria congerie di logica matematica, applicazioni del calcolo vettoriale, approssimazioni numeriche, ecc. » e G. FUBINI, *Lezioni di analisi matematica*, Torino, STEN, 1913, p. VII: « Ridurre le teorie svolte alla parte essenziale; scegliere le dimostrazioni più facili, anche se più lunghe e meno eleganti; dimenticare, per quanto possibile, ogni considerazione di importanza prevalentemente critica .... ».

[23] Cfr. M. CIPOLLA, *Analisi algebrica ed introduzione al calcolo infinitesimale*, Palermo, Capozzi, 1914, p. VIII « Ho voluto, a tal fine, premettere un'introduzione sui principi di Logica, ai quali s'informano i concetti e i ragionamenti matematici. Essa però non è un'esposizione critica di tali principi (né poteva esserlo, senza uscire dal disegno del lavoro, e dal suo precipuo scopo didattico), ma è un richiamo breve e facile di nozioni di Logica, un riassunto di quelle proprietà generali delle classi e delle relazioni, che hanno, in tutto il seguito, frequentissime applicazioni. Per tale motivo, appunto, in riguardo alle notazioni di cui si giova la Logica matematica, mi sono limitato a quelle strettamente necessarie allo scopo cui l'introduzione è

non a caso è un esponente della Scuola di Peano. Certamente questa diagnosi non potrebbe essere estesa all'editoria più recente, anche se la propensione a contemplare parti più o meno estese di logica e di teoria degli insiemi nei testi di Analisi per l'Università appare maggiormente connessa ai riflessi della corrente bourbakista, che non alla tradizione culturale di matrice peaniana.

Ancor più fragile è il tentativo di Peano di sfruttare la Logica nell'ambito del corso di Analisi superiore (1908-09, 1909-10) e nei lavori di ricerca. Infatti, pur in presenza di alcuni risultati di pregio ottenuti nelle matematiche superiori dagli allievi M. Gramegna, M. Peyroleri e V. Mago, la volontà di concedere ampio spazio alle questioni 'critiche', commentate a partire dal *Formulario*, e l'uso dei simboli in questa sede, portano ad uno scontro in Facoltà, che produce la non riconferma dell'incarico a Peano [24].

È infine purtroppo assai frammentaria la documentazione per quanto riguarda il corso di Matematiche complementari tenuto da Peano fra il 1925 e l'anno della morte [25]. Le testimonianze di Fausta Audisio, Cesarina Boccalatte, Aldo Ghizzetti e Ludovico Geymonat colmano infatti solo parzialmente le lacune sui contenuti affrontati e sulla struttura dell'insegnamento di Peano in quel settore, sulla letteratura scientifica utilizzata e sui temi di approfondimento proposti. È tuttavia indubbio che la voce 'Logica matematica', abbinata ai Fondamenti e alla Storia della matematica faccia parte integrante di quel corso e la conferma di ciò giunge dai titoli e dai brevi prospetti rias-

destinata. Ed aggiungo, in proposito, che di queste stesse notazioni io mi giovo nel seguito con molta parsimonia, non essendo possibile, nel momento attuale, per vari e complessi motivi, un radicale e repentino mutamento in questo senso».

[24] Cfr. C.S. Roero, *Giuseppe Peano, geniale matematico, amorevole maestro* in R. Allio (a cura di), *Maestri dell'Ateneo torinese dal Settecento al Novecento*, Torino, Stamperia artistica nazionale, 2004, pp. 138-141; E. Luciano, *G. Peano and M. Gramegna on ordinary differential equations*, Revue d'Histoire des Mathématiques, 12, 2006, pp. 33-77.

[25] Cfr. Luciano, Roero 2008 cit., pp. 148-149.

suntivi, inviati a *L'Enseignement mathématique* e pubblicati nell'apposita rubrica [26].

Accanto alla categoria dei corsi ufficiali, esiste poi quella, altrettanto significativa, degli insegnamenti liberi. Peano ne propone due di Logica matematica, rispettivamente negli a.a. 1906-07 e 1909-10 [27]. Particolarmente significativo è il primo, che viene seguito con successo da numerosi allievi, fra cui M. Peyroleri. In questo contesto, Peano non si limita ad illustrare il significato e le prime proprietà dei suoi simboli, come avveniva nei corsi di Analisi, ma sviluppa un percorso didattico organico e armonicamente strutturato nel campo della Logica [28]. Adottando un approccio storico, egli delinea il percorso seguito dalla Logica a partire da G.W. Leibniz fino agli ultimi sviluppi ottocenteschi. Non trascura cenni alle applicazioni della Logica allo studio dei Fondamenti della Geometria e dell'Aritmetica e affronta temi di avanguardia, fra cui i contributi di teoria degli insiemi di G. Cantor, il problema delle antinomie, la natura e l'ammissibilità dell'assioma della scelta e le questioni sulle definizioni matematiche. Si tratta di argomenti al centro del dibattito filosofico e matematico di quel tempo, ad esempio sulla *Revue de Métaphysique et de Morale*, e oggetto

[26] I titoli sono per l'a.a. 1927-28, *Fondamenti della matematica, Storia, Logica Matematica*, L'Enseignement mathématique, 27, 1928, p. 153, per l'a.a. 1928-29, *Fondamenti della matematica, Logica Matematica, Cenni storici*, L'Enseignement mathématique, 28, 1929, p. 321, per l'a.a. 1929-30, *Fondamenti della Matematica, esame critico*, L'Enseignement mathématique, 29, 1930, p. 169 e per l'a.a. 1930-31, *Fondamenti dell'Aritmetica e della Geometria*, L'Enseignement mathématique, 30, 1931, p. 151.

[27] Del secondo corso esiste solo una documentazione indiretta. Esso è infatti segnalato in *L'Enseignement mathématique*, 11, 1909, p. 319, tuttavia non è registrato negli Annuari accademici, né è conservato il suo programma in ASU Torino.

[28] Cfr. PEANO, *Programma di Logica Matematica, corso libero per l'anno 1906-07 presso la R. Università di Torino*, ms. autografo, Torino 20.3.1906, ASU Torino, XIV B, c. 1r, edito in LUCIANO, ROERO 2008 cit., pp. 133-134. Esso ricalca da vicino i contenuti e la struttura della nota di PEANO, *Super teorema de Cantor-Bernstein et additione*, 1906b, 1906e, RdM, 8, 1906, pp. 136-143, 143-157.

pure dell'attività di ricerca dello stesso Peano che, come in altre occasioni, si dipana in intima connessione con la sua pratica didattica. La bibliografia utilizzata nel corso e commentata con gli studenti è di caratura internazionale e vi spiccano saggi recentissimi come quelli di B. Russell, H. Poincaré o le celebri *Cinq lettres sur la théorie des ensembles* di R. Baire, E. Borel, H. Lebesgue e J. Hadamard.

3. *Esperienze di insegnamento della Logica in ambito universitario*

Sarebbe del tutto fuorviante ritenere che la galassia di proposte didattiche nel campo della Logica si riduca alle iniziative del solo Peano. Anche circoscrivendo il campo di indagine ai corsi di Logica attivati con questa denominazione specifica, il panorama è infatti ricco e articolato e il ventaglio degli insegnamenti di Logica, seppure numericamente limitato, presenta una grande vivacità di approcci culturali.

A Milano Ugo Cassina ripropone nei suoi corsi di Matematiche complementari l'abbinamento fra Logica, Critica dei Fondamenti e Storia della Matematica già caro al suo Maestro [29]. Nell'Ateneo napoletano Alfonso Del Re completa nell'a.a. 1906-07 un ciclo di Lezioni di *Algebra della Logica* per gli studenti di Matematica e di Filosofia che, per il vivo apprezzamento riscosso, è presto pubblicato dalla locale Accademia delle Scienze. Nell'a.a. 1933-34 Corradino Mineo tiene per incarico a Palermo un corso di Logica matematica [30], mentre a Gevova questo affidamento è costantemente riconfermato a Padoa dal 1932 all'anno della morte (1937).

[29] I titoli dei corsi di Cassina sono per l'a.a. 1930-31, *Logica Matematica, Fondamenti dell'Analisi, Il concetto di limite e le sue applicazioni, Evoluzione storica dell'Aritmetica, dell'Algebra e della Geometria* (L'Enseignement mathématique, 29, 1930, p. 168) e per l'a.a. 1932-33, *Logica Matematica, Fondamenti dell'Aritmetica e dell'Analisi, Introduzione alla teoria dei numeri, Storia dell'Aritmetica e dell'Algebra, Critica dei principi* (L'Enseignement mathématique, 31, 1932, p. 129).

[30] Esso è segnalato su *L'Enseignement mathématique*, 32, 1933, p. 95.

Pur avendo limitato la ricognizione alle sole Facoltà scientifiche, non possiamo infine tacere il nome di Albino Nagy che, come libero docente, tiene corsi di Logica matematica dal 1893 al 1896 presso la Facoltà di Filosofia dell'Università di Roma La Sapienza. Apprezzato da Peano e da Burali-Forti, e in contatto epistolare con Vailati, Vacca e Padoa, Nagy è ritenuto dalla Scuola torinese un pioniere della didattica della Logica in Italia a livello universitario e di scuola secondaria. Autore di apprezzati manuali [31], tutti recensiti con favore sulla *Rivista di Matematica* [32], Nagy si riallaccia alle incoraggianti esperienze tentate in seno ai corsi di filosofia da J. Venn « sopra due classi parallele di giovani, delle quali una soltanto era addestrata all'uso dei metodi e delle notazioni della logica simbolica » [33].

A livello europeo, poi, l'impostazione didattica di Peano è recepita da Louis Couturat nel suo corso di Logica tenuto al Collège de France durante l'a.a. 1906-07. Il filosofo francese, che dal 1896 si manteneva in contatto epistolare con Peano, era all'epoca accreditato in Francia come il divulgatore della logica ideografica e già nel 1904 aveva tentato, con esiti deludenti, di attirare sulla Logica l'attenzione della cerchia di E. Borel,

[31] A. NAGY, *Principi di logica, esposti secondo le dottrine moderne*, Torino, Loescher, 1892.

[32] Cfr. PEANO, *Albino Nagy, Lo stato attuale ed i progressi della Logica. - Roma, 1891, pag. 21*, RdM, II, 1892, p. 80 e G. VAILATI, *Albino Nagy*, RdM, VII, 1900-1901, p. 111.

[33] G. VAILATI, *A. Nagy, Principi di logica esposti secondo le teorie moderne*, *Torino, Loesher, 1891, p. 219*, RdM, 3, 1893, p. 62. Vailati conclude: « Ci è grato segnalare questa pubblicazione come un primo tentativo in Italia verso una riforma dell'insegnamento di questo importante ramo della filosofia, nella quale si tenga conto dei progressi fatti in quest'ultimo trentennio, per opera specialmente dei logici inglesi. [...] Si può prevedere, del resto, come non lontano il tempo in cui l'affermare la convenienza di familiarizzare per tempo i giovani coi concetti e coi processi della logica matematica, diventerà un'asserzione non abbisognante di prova e in cui parrà superfluo il far rilevare l'addizionale importanza di questo genere di disciplina mentale ».

cercando di coinvolgere H. Lebesgue e R. Baire [34]. Accettata l'opportunità di sostituire nel semestre invernale il collega H. Bergson, Couturat avanza l'inattesa proposta di dedicare il corso alla storia della logica formale moderna. Come già Peano, egli ravvisa in Leibniz il padre di questa disciplina che, sviluppatasi grazie alle ricerche di impronta algebrica di G. Boole, C. S. Peirce e E. Schröder, vede il suo compimento nei lavori di G. Frege, B. Russell e dello stesso Peano, cui sono dedicate ben tre lezioni [35].

È comunque nell'ambiente americano che si registrano i successi più ampi per quanto concerne la didattica della Logica in vista della formazione dei docenti di Matematica. Nel 1916 J.W. Young e D.E. Smith segnalano infatti l'attivazione, negli Atenei più prestigiosi, come la Columbia University, la Cornell University, Harvard, Chicago e la Pennsylvania University di ben cinque corsi, sia propedeutici che avanzati di Logica e Fondamenti della Matematica [36].

4. *Letture e conferenze di Logica matematica*

Il magistero di Logica condotto in ambito universitario si accosta a una congerie di iniziative *a latere*, contraddistinte da un taglio anfibio fra la didattica propedeutica e l'alta divulga-

[34] A tal scopo Couturat aveva inviato a Baire, Borel e Lebesgue dei *Remarques d'un logicien* sulle *Leçons sur les fonctions de variable réelles* di Borel e sulle *Leçons sur les fonctions discontinues* di Baire, invitandoli a confrontare le loro notazioni con i segni ideografici di Peano. Sulla vicenda cfr. LUCIANO 2008 cit., pp. 73-75.

[35] Il corso di Couturat avrebbe dovuto dar luogo alla pubblicazione presso Alcan di un manualetto di *Histoire de la logistique*, che però non vide mai la luce. Cfr. L. Couturat a G. Peano, 21.11.1905, 3.5.1906 e 9.5.1906 in LUCIANO, ROERO, (a cura di), *Giuseppe Peano - Louis Couturat Carteggio (1896-1914)*, Firenze, Olschki, 2005, pp. 93, 106, 109.

[36] J.W. A. YOUNG, D.E. SMITH, *The Training of Teachers of Mathematics in the United States of America*, L'Enseignement mathématique, 1916, pp. 429-439.

zione: si tratta dei cicli di conferenze e seminari tenuti da Burali-Forti, Padoa e Vacca in varie sedi italiane ed estere.

Questa tradizione esordisce con il corso di *Letture scientifiche* sulla Logica tenute da Burali-Forti all'Università di Torino nell'a.a 1893-94. Riallacciandosi alla consolidata attività di insegnamento di G. Halsted e C.S. Peirce nelle Università americane e di P. Poretsky nell'Ateneo russo di Kazan, Burali-Forti elabora la prima accurata e lucida sintesi delle ricerche condotte dalla Scuola torinese di Peano con intenti spiccatamente didattici. Il ciclo di *Letture* sfocia nella pubblicazione del manuale *Logica matematica*, che costituirà per decenni il sussidiario di riferimento per apprendere i primi rudimenti della disciplina [37]. Il testo conosce una seconda edizione nel 1919, interamente riveduta, ma non altrettanto riuscita dal punto di vista scientifico e metodologico. Oggetto di un caustico attacco di F. Enriques, la *Logica* del 1919 non incontrerà del resto neppure il favore di Peano che, con il suo spirito aperto e cosmopolita, non poteva apprezzarne le pagine grondanti nazionalismo e acrimonia verso le « logiche infantili » di Hilbert e Russell [38].

La figura principale di divulgatore e docente della Logica ideografica è tuttavia quella di Padoa che a partire dal 1898 profonde energie e impegno in una serie di cicli di seminari tenuti a Bruxelles (1898), Pavia (1899), Roma (1900 e 1906), Cagliari (1906-7), Ginevra (1911) e Genova (1932-1937) [39]. L'a-

[37] C. Burali-Forti, *Logica Matematica*, Milano, Hoepli, 1ª ed. 1894, 2ª ed. 1919. Cfr. anche G. Vailati, *C. Burali-Forti. Logica matematica, 1894 (Hoepli, Milano)*, RdM, 4, 1894, pp. 143-146.

[38] Cfr. C. Burali-Forti a G. Vacca, [19.6] 1919, in P. Nastasi, A. Scimone, (a cura di), *Lettere a Giovanni Vacca*, Quaderni PRISTEM, n. 5, Palermo, 1995, p. 24. Sulla polemica sorta fra Burali-Forti ed Enriques cfr. G. Lolli, *I critici italiani di Peano: Beppo Levi e Federigo Enriques*, in Aa.Vv., *Peano e i Fondamenti della Matematica*, Modena, Mucchi, 1993, pp. 51-71. Su questa seconda edizione cfr. anche A. Reymond, *C. Burali-Forti. Logica matematica (Manuali Hoepli). Seconda edizione intieramente rifatta..., Milan, 1919*, L'Enseignement mathématique, 21, 1920-21, pp. 66-67.

[39] I titoli di questi cicli sono: *Conférences sur la logique mathématique*, Université Nouvelle de Bruxelles, 1898; *Algebra elementare logicamente*

zione didattica di Padoa è solidalmente improntata ad un medesimo principio ispiratore, delineato nella sua conferenza *Logica matematica e matematica elementare*, ritenuta a ragione dall'amico Vailati «il manifesto dei logici italiani»[40]. Convinto che «soltanto alcuni equivoci contrastino oggi ancora alla Logica matematica il posto eminente che sembra spettarle fra le più importanti manifestazioni dell'umano pensiero» Padoa intende dimostrare che «l'ideografia logica è più facile ad apprendersi d'ogni altro linguaggio conosciuto»[41] ed identifica dunque l'insegnamento della Logica con quello del formalismo ideografico di Peano. Si tratta, come è facile intuire, di un' 'equazione' non priva di limiti ed ambiguità.

Lasciata Pinerolo, dove Vailati lo sostituisce presso il locale Istituto tecnico, Padoa raggiunge Bruxelles nell'ottobre del 1898 e qui, in qualità di *visiting professor* della neonata Université Nouvelle, tiene undici conferenze fra il 19 ottobre e il 23 novembre[42]. L'obiettivo che si prefigge è dichiarato nella lezione di apertura:

«Je me propose de faire connaître aux étudiants de philosophie et de mathématiques la signification et l'usage des symboles logiques, dans

esposta, Università di Pavia, 1899; *L'Algebra e la Geometria, quali teorie deduttive*, Università di Roma, 1900; *Logica Matematica*, Università di Padova, 1905; *Logica Matematica*, Università di Cagliari, 1907; *La logique déductive dans sa dernière phase de développement*, Università di Ginevra, 1911; *Logica Matematica*, Università di Genova, 1932-1933; *Logica ideografica*, Università di Genova, 1934-1937.

[40] G. Vailati a G. Vacca, 19.2.1902, AVM, CXLII, c. 1r-v.

[41] A. Padoa, *Logica matematica e matematica elementare*, 1902a.

[42] Cfr. A. Padoa a G. Vailati, 25.10.1898, AVM, CCCXXX, c.p.: «... fui occupatissimo, essendo partito senza aver preparato le mie lezioni, mentre qui fui pregato di fare una pubblicazione autografica delle mie conferenze. Queste ebbero ottimo risultato finora. Parecchi professori mostrano molto interesse. Le manderò le dispense sinora pubblicate; sono piene di errori linguistici, stante la fretta e la mancanza di alcun aiuto. Se avrà qualche osservazione relativamente alla sostanza, me la comunichi, affinché ne possa tener conto nell'errata corrige. Ho dovuto diluire molto per rendere accessibile». Cfr. anche A. Padoa a G. Vailati, 5.10.1898, 9.10.1898, 31.12.1898, 4.12.1898, AVM.

l'espoir de mettre mes auditeurs à même de lire sans difficulté les principaux ouvrages dans lesquels ces signes sont employées et de les encourager à vouloir contribuer au développement de ces études. Les deux exemples que je viens de donner vous ont déjà fait comprendre exactement ce que c'est pour nous la Logique mathématique: un instrument. [...] Évidemment, onze leçons ne pouvait être suffisantes pour tout ce qu'on pourrait dire à ce sujet. Mais j'espère d'être réussi à vous faire comprendre l'importance et l'utilité de ces études, à vous apprendre la signification et l'usage des symboles, à vous donner la possibilité de lire sans difficulté les ouvrages publiés et de contribuer au développement de la Logique Mathématique » [43].

L'ossatura di questo primo ciclo, ripartita in due parti, è destinata a influenzare tutti i successivi. Dopo aver brevemente ripercorso la storia della logica, evidenziandone le finalità e l'utilità per la ricerca matematica, Padoa introduce i principali segni ideografici, illustrandone il significato e la sintassi [44]. Nella seconda *tranche* di lezioni « legge » insieme agli uditori alcuni paragrafi del *Formulaire mathématique, II §1, Logique Mathématique* e del *Formulaire, II § 2, Arithmétique* [45], dato alle stampe proprio mentre egli si accingeva a raggiungere il Belgio. Il corso si chiude con il commento di una *selecta* di stralci degli scritti fondazionali di Peano e di alcuni collaboratori della sua Scuola espressi ideograficamente – per esempio gli opusco-

[43] A. PADOA, *Conférences sur la Logique Mathématique*, 1898c.

[44] Più in dettaglio nella prima conferenza (19.10.1898) Padoa illustra il sogno di Leibniz, presenta la logica come microscopio e telescopio, ripercorre brevemente la storia della logica e introduce i segni P, le lettere, i punti, le parentesi e i simboli ⊃, Df, ∩, Ks, ε. Nella seconda (21.10.1898) presenta i simboli di coppia, di negazione ~, le idee primitive della logica, le idee derivate e il segno Pp. Dopo aver descritto il progetto del *Formulaire* introduce il segno ∍, il concetto di inclusione di classi, il prodotto logico di classi e l'uguaglianza. Nella terza conferenza (25.10.1898) tratta la somma logica di classi, il simbolo ∃, le convenzioni sulla punteggiatura, alcune proposizioni primitive, il simbolo Simpl e la classe nulla. Nella quarta (28.10 1898) Padoa illustra il segno Comp, il sillogismo, le proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva dell'uguaglianza, la proprietà commutativa e associativa di ∩.

[45] Al *Formulaire* sono dedicate le conferenze VII del 8.11.1898, VIII del 11.11.1898, IX del 16.11.1898 e X del 18.11.1898.

li *Arithmetices principia nova methodo exposita* e *Il metodo deduttivo come strumento di ricerca* di G. Vailati. Questa struttura, del resto, ricalca fedelmente l'impostazione cara a Peano e da lui adottata in più circostanze, per esempio nella sua *lectio magistralis* al secondo congresso internazionale dei matematici di Zurigo, nell'agosto 1897, o nella conferenza plenaria sul *Formulario* tenuta al convegno Mathesis nel settembre 1898.

La medesima metodologia informa i seminari tenuti da Padoa a Pavia nel 1899 e a Ginevra nel 1911[46]. Il nome « Logica » scompare fra l'altro, per prudenza, dal titolo delle conferenze tenute a Roma nel 1900, dedicate genericamente all'*Algebra e la Geometria quali teorie deduttive*, nelle quali viene illustrato, prima della presentazione al Congresso Internazionale di Filosofia di Parigi, il cosiddetto 'criterio di definibilità di Padoa'[47]. Il buon successo di pubblico riscosso conferma la fiducia di Padoa nel rapido affermarsi dell'impostazione di ricerca della Scuola di Peano e, in effetti, tali iniziative fanno breccia nella comunità matematica italiana. Alle lezioni di Padoa, pubblicizzate dai periodici specialistici ma anche da quotidiani ad ampia tiratura, presenziano infatti studenti, insegnanti, semplici cultori della materia, accanto a matematici di prestigio[48].

[46] Cfr. A. PADOA, *Riassunto delle Conferenze su l'Algebra e la Geometria quali teorie deduttive*, 1900a. Cfr. anche A. Padoa a G. Vailati, 12.1.1901, 27.3.1901, AVM.

[47] Cfr. A. Padoa a G. Vailati, 4.12.1899, AVM, CCCXVII, c.p.: « Ho chiesto di tenere un Corso di Conferenze all'Università su « I principi fondamentali dell'Algebra e della Geometria ». Della Logica Matematica mi varrò come stromento, ma non l'ho messa in vista nel titolo del Corso ».

[48] Cfr. A. Padoa a G. Vailati, 31.1.1900, AVM, CCCXL, c.p.: « Lunedì feci la seconda lezione; v'era una ventina di ascoltatori; numero più che soddisfacente. Ho già spiegata l'ideografia logica, che piacque; molte diffidenze sono già vinte. E sempre avanti! » e A. Padoa a G. Vacca, 28.3.1906, in NASTASI, SCIMONE 1995 cit., p. 131: « Severi si rammenta della Logica Matematica; è venuto anche alla 3ª lezione (che feci sabato) e così D'Arcais (che approva e si compiace) e Levi-Civita (che era un po' diffidente ed incomincia ad interessarsi) ».

Un'altra figura essenziale nel contesto dell'insegnamento della Logica in Italia è quella di Vacca, che nel 1902 ottiene l'autorizzazione a tenere un ciclo di *Letture* su tale disciplina presso l'Ateneo di Genova [49]. L'obiettivo dell'iniziativa è ancora quello di facilitare l'acquisizione dei lavori scritti in linguaggio logico-simbolico e innanzitutto del *Formulario*, opera che « servirà di guida nelle conferenze » [50]. Dietro sollecitazione di Gino Loria, cui Vacca aveva anticipato il prospetto delle sue *Letture* [51], è dedicata però maggiore attenzione alle applicazioni della Logica nel settore dell'Analisi [52]. Ciò non stupisce

[49] G. Vacca a G. Eneström, [1902] in NASTASI, SCIMONE 1995 cit., pp. 65, 67.

[50] Cfr. G. VACCA, *Elementi di Logica Matematica*, 1903a, p. 1.

[51] Cfr. G. Vacca a G. Vailati, [settembre 1902], AM, senza coll., cc. 1r-2v: « Ho ottenuto di fare all'Università di Genova alcune conferenze di logica matematica col programma che hai visto. Spero di cominciarle a metà novembre, o almeno entro il mese. La mia *intenzione* è di pubblicarle subito una per una, di mano in mano le faccio. Spero di non avere difficoltà troppo gravi » e G. Loria a G. Vacca, 24.9.1902, in NASTASI, SCIMONE 1995 cit., pp. 102-103: « Ho ricevuto ed accuratamente esaminato il programma da lei speditomi delle progettate conferenze. Non trovo alcuna soppressione od alcun mutamento nell'ordine da proporre; solo crederei opportuno di accrescere o almeno dichiarare più diffusamente le applicazioni. P. es. il Calcolo geometrico potrebbe estendersi oltre gli elementi ed abbracciare qualche cenno sull'uso di esso alla Meccanica, e alle nozioni sui numeri cardinali potrebbe utilmente seguire qualche informazione sull'uso di tali enti in questioni analitiche ».

[52] Il programma, edito in NASTASI, SCIMONE 1995 cit., p. 68, recita: « *Introduzione storica. Le relazioni e le operazioni fondamentali della logica.* Eguaglianza, deduzione, moltiplicazione ed addizione logica, classi, proposizioni singolari, definizioni, dimostrazioni, condizioni, negazione, proposizioni esistenziali. *Assiomi delle scienze deduttive.* Scelta delle idee primitive e dei postulati, dimostrazione della loro indipendenza, assiomi dell'aritmetica. *Funzioni, corrispondenze e loro proprietà.* Discussioni recenti sulle teorie dei numeri reali. *Assiomi della geometria.* Diversi sistemi di idee primitive e di postulati. Discussioni recenti. Elementi di calcolo geometrico, applicazioni a curve, superficie ed alcuni concetti della meccanica. Campi di variabilità delle funzioni. Funzioni inverse. I numeri cardinali di G. Cantor. Applicazioni analitiche. Analisi del concetto di limite. Recenti studi sui fondamenti del calcolo infinitesimale ».

eccessivamente, del resto, se si tiene conto del fatto che Vacca proveniva da cinque anni di assistentato a Peano sulla cattedra di Calcolo infinitesimale e proprio per gli studenti di questo corso aveva curato le *Appendici* di Logica alle lezioni del titolare. Anche in questo caso l'iniziativa riscuote un'eco positiva a livello nazionale ed internazionale, favorita dalla pubblicazione del riassunto delle conferenze di Vacca sulla rivista *Bibliotheca Mathematica* di G. Eneström.

Tutte queste esperienze didattiche sono accomunate dall'obiettivo, talora raggiunto, talaltra solo vagheggiato, di produrre materiali *ad hoc* per l'insegnamento/apprendimento della Logica. Si può anzi affermare che in esse si situa l'esordio dell'editoria specialistica di Logica matematica in lingua italiana. Le *Letture* di Burali-Forti sfociano infatti nella redazione dei già menzionati volumetti Hoepli del 1894 e del 1919. Scaturisce invece dal corso tenuto da Padoa all'Università di Ginevra nel 1911 *La Logique déductive dans sa dernière phase de développement*, che riceverà unanimi consensi da parte di parecchi matematici italiani ed esteri per la chiarezza e la limpidezza dell'esposizione[53]. Si arresta invece purtroppo prematuramente la redazione delle dispense di Logica di Vacca. Di esse resta infatti solo una pubblicazione litografica parziale, che copre approssimativamente i contenuti della prima conferenza, tracciando un affresco della «Preistoria» della Logica[54]. Apprezzate da Peano, Vailati e Padoa, cui vengono inviate con la richiesta di pareri, queste dispense di Vacca avranno una circolazione piuttosto ampia in Italia. Vailati, ad esempio, ne propone la lettura a I. Zignago, che si avvicina così alla cerchia di Peano, diventando presto uno dei collaboratori del *Formula-*

[53] Cfr. ad esempio i giudizi lusinghieri su questo manuale espressi da A. REYMOND, L'Enseignement Mathématique, 15, 1913, p. 184; J. BYRNIE SHAW, Bulletin of the American Mathematical Society, 20, 2, 1913, pp. 97-99; P. JOURDAIN, The Mathematical Gazette, 7, 102, 1913, pp. 20-21; S. CATANIA, Il Bollettino di Matematica, 13, 1914, pp. 103-108.

[54] VACCA, 1903a.

rio[55]. Queste litografie sono inoltre incluse da Peano nella *Bibliografia* sulla Logica posta a corredo della quarta edizione del *Formulario* e, per la loro rilevanza storica, la rivista *Modern Logic* ne auspicava nel 1994 una riedizione.

La scoperta della Biblioteca personale di Peano ha del resto reso possibile l'individuazione di uno zibaldone assai vasto ed eterogeneo di materiali approntati per l'insegnamento e la divulgazione della Logica ai livelli scolari più vari. Accanto ai compendi[56], indirizzati a collane o a periodici didattici, figurano le esposizioni comparative fra i vari sistemi simbolici[57], le monografie di H. Behmann, A.T. Shearmann, E.B. Smith e persino una proposta editoriale assai peculiare: una rivista interamente dedicata all'*Idéographie mathématique*, diretta a Parigi da Jacob Linzbach[58]. La presenza di questi testi nelle biblioteche personali di Vacca e Vailati lascia intendere che, a partire dalla fine dell'Ottocento e fino alla morte di Peano, si sia creato un meccanismo di circolazione e condivisione del sapere logico-matematico, fondato su un patrimonio comune di

[55] Cfr. G. Vailati a G. Vacca, 12.2.1903, AVM, senza coll., c. 1r: «... grazie della prima dispensa di logica matematica. L'ho *esperimentata* facendola leggere al mio collega di matematica, persona molto intelligente e affatto nuova della materia, per quanto s'interessi molto di questioni filosofiche (è già di una *certa* età); egli l'ha gustata molto e ha trovato solo qualche punto oscuro a pagina 13, dove si parla delle definizioni».

[56] Citiamo ad esempio il capitolo *Logica* curato da A. Padoa per l'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, 1930e, e le monografie di L. COUTURAT, *L'algèbre de la logique*, Paris, Gauthier-Villars, 1905; A. DEL RE, *Lezioni di algebra della logica ad uso degli studenti delle Facoltà di matematica e di filosofia e lettere dettate nella R. Università di Napoli*, Napoli, Accademia delle scienze fisiche e matematiche, 1907; W. KOZLOWSKI, *Podstawy logiki czyli zasady nauk*, Warszawa, Wydawnictwo M. Arcta, 1917; H. BEHMANN, *I principii della Logica Simbolica*, Periodico di Matematiche, 4, 7, 1927, pp. 213-230 ed E.B. SMITH, *Symbolic Logic*, New York, Crofts, 1927.

[57] P. BUFFA, *Principii di Logica, Parte I. - Principii di logica espressi in linguaggio comune. Parte II. Gli stessi espressi in simboli, e seguendo la via tracciata dalla Rivista di Matematica*, Periodico di Matematica, 2, 3, 1901, pp. 295-303; 2, 4, 1902, pp. 292-300.

[58] J. LINZBACH (a cura di), *Idéographie mathématique: étude du langage philosophique*, Parigi, 1930-1933.

letture considerate da quell'*entourage* come normative e di riferimento.

5. *La Logica nell'insegnamento secondario*

L'insegnamento della Logica matematica in ambito universitario o para-universitario costituisce solo una delle componenti di un progetto più ambizioso, mirante ad addestrare gli alunni all'uso del formalismo ideografico e al metodo assiomatico il più possibile precocemente, addirittura già a partire dalle scuole medie-secondarie. Tentativi in tal senso sono reiteratamente condotti dalla cerchia di Peano dopo il 1896 e danno luogo a interessanti sperimentazioni.

Le caratteristiche della proposta culturale di Peano sull'insegnamento della Logica a livello medio-secondario si possono compendiare nella volontà di illustrare quei processi e quei simboli che meglio si prestano a formalizzare i comuni procedimenti dimostrativi ed argomentativi, senza addentrarsi in questioni astratte, ma senza per contro banalizzare l'ufficio dell'ideografia, svilendola a mera tachigrafia.

La linea di azione mira a rinnovare soprattutto l'insegnamento dell'aritmetica, ma anche quello della geometria e dei primi elementi del calcolo differenziale ed integrale, dopo che nel 1912 G. Castelnuovo propone l'inserimento delle nozioni di limite, derivata ed integrale nei programmi ministeriali.

Forte della persuasione che è « nel campo dell'insegnamento che la Logica manifesta al meglio la sua fulgida semplicità » [59] Peano ribadisce in più circostanze l'invito:

« Se l'insegnante delle scuole medie impiega la sua prima lezione a sviluppare tutto il formalismo della logica matematica, avrà uno strumento per spiegare in modo semplicissimo queste complicazioni. Altrimenti io temo che l'introduzione del limite delle funzioni (invece di quello delle classi) riproduca nelle scuole medie quella serie di

[59] Peano, 1919e, *Logica Matematica*, Torino, Utet, p. 960.

confusioni, da cui si è a stento (e non completamente) liberato il Calcolo infinitesimale odierno »[60].

Per contribuire in profondità ad un ripensamento globale della didattica secondo questa direttiva Peano e i suoi collaboratori sono ben consci di dover agire sia sulla formazione dei futuri docenti che sul loro 'aggiornamento' e si impegnano nella redazione di numerosi manuali (soprattutto di Aritmetica), in cui ampio spazio è attribuito agli studi sui fondamenti, agli insiemi e alla logica ideografica stessa. Le *Aritmetiche* della Scuola di Peano, talora osteggiate perché considerate 'difficili', riscuotono in generale un buon successo e non mancano esempi di loro adozione nelle scuole, soprattutto negli Istituti tecnici[61].

Chiamato da Castelnuovo a partecipare ai lavori dell'International Commission on Mathematical Instruction (ICMI), in quanto « uno dei migliori rappresentanti della Scuola logica », Padoa si farà inoltre portavoce di queste istanze anche a livello internazionale, battendosi contro il ritorno del ricorso all' « intuizione pseudo-infinitesimale » nella didattica del Calcolo infinitesimale[62].

[60] PEANO 1913e, *Sulla definizione di limite*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 48, 1913, p. 772.

[61] G. SFORZA afferma ad esempio nel suo articolo *L'aritmetica generale ed algebra elementare di G. Peano come libro di testo nelle scuole secondarie superiori*, Bollettino Mathesis, 1904-05, pp. 30-34 (cit. a p. 30): « Ho adottato quest'anno la predetta opera insigne, soprattutto perché ho ritenuto estremamente didattica l'ideografia logico-matematica, con la quale si ottiene brevità, precisione e possibilità di buone ripetizioni anche da parte di alunni meno che mediocri. Naturalmente in un primo insegnamento bisogna contentarsi di considerare i simboli della logica come abbreviature del linguaggio comune e tralasciare quelle parti del libro che si riferiscono alla logica pura. In questo modo la difficoltà della diffusione nelle scuole medie superiori dell'uso dell'ideografia logico-matematica è addirittura nulla, come mi risulta da ben due anni di esperienze ».

[62] Cfr. ICMI, *Présentation des publications...*, L'Enseignement Mathématique, 1912, p. 48: « M. Padoa, n'appartient pas à la Sous-commission italienne. On lui a cependant demandé un rapport, car il est l'un des meilleurs

L'impostazione formalistico-assiomatica che la Scuola di Peano intende dare all'insegnamento della Matematica non può che suscitare un'ampia serie di dibattiti, mai sterilmente eruditi o eristici [63]. Il ventaglio delle questioni discusse in centinaia di saggi, articoli, recensioni e rapporti include 1) la dialettica fra rigore ed intuizione, 2) il problema dei criteri di scelta degli enti e delle proposizioni primitive, 3) le riflessioni sulla loro indipendenza, 4) la maggiore o minore preoccupazione di evitare ammissioni sottointese, 5) la diversa cura nello schematizzare il linguaggio fra gli opposti poli dell'espressione corrente e del simbolismo della logica matematica e ancora 6) l'importanza dell'aderenza alla realtà fisica o psicologica in opposizione allo scheletrico formalismo dell'impalcatura logico-deduttiva, 7) l'opportunità di non ricorrere al principio del terzo escluso e di rinunciare all'uso delle dimostrazioni per assurdo e 8) le questioni critiche suggerite dalla teoria degli insiemi [64].

représentants de l'école de logique-mathématique, et il a eu la chance d'expérimenter avec succès quelques-uns des préceptes de celle-ci dans tous les ordres d'écoles moyennes » e E. BEKE, *Les résultats obtenus dans l'introduction du calcul différentiel et intégral dans les classes supérieures des établissements secondaires*, L'Enseignement Mathématique, 15, 1914, 245-306, cit. a p. 255, 299, 301: « M. Padoa exprime la crainte que, pour donner satisfaction à des prétendues exigences didactiques, on ne retourne à la pseudo-intuition infinitésimale ». Al contrario di quanto avviene nel caso della manualistica di aritmetica e di algebra, tuttavia, le tracce dell'influenza della concezione epistemologica e didattica di Peano sui testi di Analisi per le scuole secondarie appaiono più superficiali, a tratti quasi epidermiche. È questo ad esempio il caso delle *Lezioni elementari di Analisi matematica ad uso dei Licei scientifici* di G. Ascoli, Torino, Petrini, 1924.

[63] Ricordiamo i dibattiti che oppongono G. Peano, E. Nannei, G. Vailati, M. Pieri, S. Catania, G. Scorza, G. Castelnuovo. Cfr. ad esempio E. LUCIANO, *Aritmetica e Storia nei libri di testo della scuola di Peano*, in L. GIACARDI (a cura di), *La matematica nella scuola italiana da metà '800 a fine '900: problemi, metodi, libri di testo e riforme*, Livorno, Agorà, 2006, pp. 282-287, 295-296.

[64] Cfr. L. BRUSOTTI, *Questioni didattiche* in L. BERZOLARI, D. GIGLI, G. VIVANTI, (a cura di), *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, III, Milano, Hoepli, 1950, pp. 900-902 e 924.

Una disamina puntuale di queste intricate questioni esula dai confini di questo articolo, tuttavia non ci si può esimere dall'alludere al profondo retaggio culturale di quei dibattiti e alla suggestiva analogia che li lega alle discussioni susseguitesi all'epoca della riforma delle 'Matematiche moderne' [65].

6. *La 'fase catacombale' della Logica*

A fronte del fervore di attività scientifica, didattica e divulgativa della Logica che abbiamo descritto, la Scuola di Peano patisce un progressivo isolamento. Esso si accentua proprio negli anni in cui si iniziano a raccogliere i primi riconoscimenti oggettivi di quell'impegno, con il conferimento a Padoa della prima libera docenza in Logica matematica e con l'istituzione dei corsi di Matematiche complementari [66].

Il declino nasce dalla volontà, più volte ribadita da Peano e dal suo *entourage*, di limitarsi a considerare la Logica uno strumento al servizio della matematica, rifiutando di impegnarsi nello sviluppo delle sue implicazioni filosofiche, da un lato, e delle sue parti più tecniche e astratte, ormai svincolate dalla pratica matematica, dall'altro. Peano stesso è, più o meno dichiaratamente, un araldo della visione della logica 'ancella della matematica', affermando più volte che essa si impara in un'ora, che servono poche pagine per illustrarne tutte le nozioni e così via. Tale concezione, che implica il graduale ma inesorabile scollamento fra l'attività di ricerca e l'insegnamen-

[65] Per un'analisi maggiormente approfondita rimandiamo a E. LUCIANO, *I dibattiti sull'insegnamento della logica, da Peano a Bourbaki*, Ass. Sub. Mathesis Conferenze e Seminari 2008-09, Torino 2009, pp. 211-246.

[66] Nella relazione della Commissione giudicatrice (*Bollettino del Ministero dell'Educazione Nazionale*, 1933, 3, p. II, vol. II, p. 2348) si sottolinea l'importanza culturale di questa circostanza affermando: « La Commissione ritiene che, consentendo al prof. Padoa il titolo di libero docente in logica matematica non si dia soltanto un meritato riconoscimento alla lunga operosità del candidato in questo ramo scientifico, ma pure si colga l'opportunità di dar cittadinanza a questo ramo di scienza nel nostro insegnamento matematico superiore ».

to, si rivelerà controproducente, sulla lunga durata. I logici puri, infatti, ravviseranno un che di rinunciatario in questa impostazione e, al contrario, i matematici puri denunceranno l'indebita intrusione della logica nei settori di loro competenza.

Le novità degli scritti di Hilbert (e a tratti di quelli di B. Russell), *in primis* la distinzione fra livello teorico e metateorico, non sembrano destare l'interesse di Peano, che non esita a definire «un gran pasticcio» i *Die logischen Grundlagen der Mathematik* [67]. Lascia altrettanto perplessi il fatto che dovesse essere un analista come Salvatore Pincherle, certo non strenuo fautore della logica, a richiamare l'attenzione della Scuola di Peano sulla metamatematica:

«io non so se Ella abbia avuto notizie della Meta-matematica che sta elaborando l'Hilbert. [...] Nel caso che Ella ne prenda cognizione, mi piacerebbe sentire da Lei, che conosce bene la Logica Matematica, in che rapporto stia con questa il nuovo tentativo d'Hilbert. Mi pare che vi sia una stretta parentela fra l'uno e l'altra. Sarebbe il caso di informarne Peano?» [68].

Alcuni anni più tardi, la situazione non è sostanzialmente cambiata, tanto che Padoa, incaricato di curare il capitolo *Logica* per l'*Enciclopedia* di L. Berzolari, G. Vivanti e D. Gigli, si limita a citare in una nota conclusiva a piè di pagina i contributi di Hilbert, incentrando peraltro la sua attenzione univocamente sui simboli da lui coniati [69]. Nessun cenno è fatto agli

[67] G. Peano ad A. Natucci, 8.5.1926, in LUCIANO, ROERO 2008 cit., p. 36. Commenti assai negativi si possono leggere in C. BURALI-FORTI, *Logica matematica*, 1919, pp. XXXII, 358-359. Manifestano invece interesse per questi studi B. Levi, A. Terracini, F. Enriques e G. Ricci.

[68] S. Pincherle a G. Vacca, 28.3.1923, in NASTASI e SCIMONE 1995, p. 144.

[69] Cfr. PADOA 1930e, p. 78: «Giova raffrontare quanto è stato esposto con D. Hilbert und W. Ackermann, *Grundzüge der theoretischen Logik*, Berlin, 1928. Quantunque siano citati G. Peano ed il suo *Formulaire de Mathématiques* (p. 2) le medesime idee sono indicate con simboli diversi, che non sembrano preferibili».

sviluppi della Logica ad opera della Scuola polacca o all'intuizionismo di L.E.J. Brouwer.

Le iniziative didattiche vanno via via perdendo di smalto e nel ventennio 1938-58 l'insegnamento della Logica muore nel nostro paese. Nei corsi tenuti all'Università di Genova fra il 1932 e il 1937 Padoa ripete a tratti pedissequamente gli stessi contenuti delle sue conferenze del 1911 e addirittura delle sue lezioni di Bruxelles. Rispetto al suo magistero, non può non spiccare la maggiore modernità delle lezioni di M. Bochenski presso l'Angelicum di Roma nel 1938 in cui, fra l'altro, venivano per la prima volta illustrati in Italia, in un contesto di insegnamento, i risultati di J. Lukasiewcz. Non a caso, i futuri logici italiani, da Geymonat a Casari, ravviseranno in queste lezioni di Bochenski, e non nella *Logica* di Padoa, il sussidiario adeguato per il primo approccio allo studio di questa disciplina.

Alla spiegazione storiografica del declino della Scuola italiana di Logica concorrono numerosi fattori, in primo luogo scientifici, e cioè l'esaurimento di un programma di ricerca che, coniato intorno al 1890, non era più stato aggiornato e rinnovato in profondità, e aveva perciò perduto pregnanza e attualità. Non si possono poi tacere le concause socio-culturali, fra cui l'affermarsi del neo-idealismo di Croce e Gentile, con i suoi strascichi di disprezzo per la logica e, più in generale, per la matematica, la morte di Peano, il mancato ricambio generazionale della sua Scuola, la generale decadenza della matematica italiana conseguente all'ascesa del fascismo e al conflitto mondiale. Infine, occorre rilevare che il forte senso di appartenenza ad una celebre Scuola, e il legittimo orgoglio di pionieri nella creazione della logica assume gradualmente, da parte di alcuni allievi di Peano, le fogge dell'autarchia culturale. Quest'ultima nulla ha a che spartire con il nazionalismo più o meno acceso di alcuni esponenti e si trasforma in sciovinismo e, da ultimo, in forme di autentica miopia [70]. L'ostilità è rivolta

[70] Sintomatico di una visione campanilista della Logica è l'atteggiamento di Cassina, palesato in più circostanze. Cfr. ad esempio *Su l'opera fi-*

soprattutto contro i « nuovi » simbolismi della Scuola tedesca e polacca e contro le logiche a più valori: entrambi aspetti certo non secondari, ma neppure essenziali al punto da oscurare il confronto e il dialogo a livello internazionale.

La sopravvivenza della tradizione logica italiana, negli anni trenta e quaranta, è affidata all'iniziativa volenterosa, ma a tratti ingenua, di U. Cassina e di O. Chisini a Milano, all'attività del Centro di Studi Metodologici di Torino, alle reminescenze nostalgiche degli epigoni della Scuola di Peano e agli interessi sporadici di pochi matematici.

Vacca manifesta ad esempio timidi cenni di apertura verso i nuovi indirizzi in una conferenza tenuta a Roma nel 1946, nella quale bolla però come « astrusi » e « intricati » gli sviluppi di T. Skolem, K. Gödel, R. Carnap, L. Wittgenstein, F. Waismann ed E. Bell, accomunandoli in un tutt'uno. Di essi mostra peraltro di avere una conoscenza superficiale, che lo porta ad equiparare quei contributi alle « originali continuazioni » della logica di A. Pastore e P. Mosso [71]. Anche B. De Finetti e L. Lombardo-Radice manifestano un interesse per tali problematiche e il primo lascia pagine fortemente suggestive sulla caratteristica leibniziana e sui suoi legami con il programma di Peano [72]. Non vi è, però, molto di più.

losofica e didattica di G. Peano, 1953, p. 11: « Alcuni cultori della logica simbolica moderna e delle cosiddette logiche nuove, ritengono che l'opera di Peano nel campo della logica abbia ormai solo un valore storico, ma tale affermazione è fondata soltanto sulla poca conoscenza di detti autori dell'opera vera di Peano. Così [...] si esaltano i moderni negatori della logica classica, che pretendono di ragionare privandosi degli strumenti della ragione e che si trincerano dietro un linguaggio simbolico prolisso, impreciso ed incompleto, che – colle debite proporzioni – sta a quello di Peano come un quadro cubista o surrealista di Picasso, intitolato donna sdraiata, mai in cui l'uomo comune non riesce a vedere che delle macchie di colore, sta alla donna sdraiata di Tiziano, o alla Danae di Correggio! ».

[71] G. Vacca, *Origini della Scienza*, 1946, pp. 32-33. Vacca allude in particolare al volume di A. Pastore, *La logica del potenziamento coi principii di Pietro Mosso*, Napoli, Rondinella, 1936.

[72] Cfr. B. De Finetti, *L'invenzione della verità*, Milano, Cortina, 2006, pp. 82-83.

Nell'ambito delle Facoltà sia scientifiche che filosofiche, poi, l'inclinazione ad acquisire una formazione specifica nel campo della Logica non incontra l'approvazione di larghi settori del corpo docente, per cui i giovani che intendono perfezionarsi in questo settore si recano all'estero per i loro studi: L. Geymonat a Vienna e E. Casari a Münster.

7. *Il ruolo di Geymonat e la rinascita della Logica in Italia*

Come è noto, il protagonista della ripresa degli studi di Logica in Italia è Ludovico Geymonat. Forte della convinzione che la rinascita passi necessariamente attraverso l'insegnamento, Geymonat conduce una strenua battaglia culturale per reintrodurre tale disciplina nelle Università italiane, tentando tutti i canali istituzionali a sua disposizione.

In primo luogo tiene, personalmente o in collaborazione con E. Casari, i primi corsi di Logica 'della seconda generazione': nel 1957-58 alla Scuola degli Idrocarburi dell'ENI di San Donato Milanese e nel 1960 all'Università di Pavia. In preparazione a questi incarichi approntа un'ampia e aggiornatissima bibliografia sulla Logica, oggi custodita a Milano nel suo Archivio presso il Museo Civico di Storia Naturale, insieme alla traccia manoscritta delle sue lezioni, ai programmi d'esame, ai testi delle prove scritte assegnate e a tutta la restante documentazione [73]. La struttura di questi corsi è spiccatamente moderna: essi sono articolati in Logica delle Proposizioni e dei Predicati; è sottolineata la distinzione fra aspetto semantico e sintattico; sono diffusamente affrontate questioni tipiche della

[73] Cfr. AGM, cart. 2-3, fasc. 5-8, *Appunti*; cart. 26, fasc. 3, sf. 80, *Peano e le sorti della Logica in Italia*; cart. 28, fasc. 5, sf. 95, *La Logica matematica di Giuseppe Peano*; cart. 36, fasc. 1, *Rapporti con il CNR. Consiglio Nazionale delle Ricerche*; cart. 39, fasc. 1, *Appunti di Geymonat 1946-1978. Logica - Corso 1960*, ms., cc. 1-81; cart. 42, fasc. 4, *ENI 1957-58*; cart. 46, fasc. 19, *Società Italiana di Logica e Filosofia delle Scienze, Roma*; cart. 46, fasc. 21, *Unione Italiana di Metodologia, Logica e Filosofia delle Scienze, Roma.*

ricerca fondazionale e logico-matematica, quali la non-contraddittorietà, la completezza, l'indipendenza, la decidibilità.

Nonostante il successo di queste iniziative, il percorso della rinascita della Logica non è comunque privo di battute di arresto [74]. Sintomatica del clima di arretratezza culturale e di ostilità a livello politico-istituzionale è ad esempio la vicenda rievocata da L. Geymonat in margine ad una delle sue sintesi storiche su Peano:

« Se ci si deve attenere ad alcuni giudizi di carattere ufficiale sulla logica moderna, bisogna purtroppo concludere che i teoremi ormai classici dimostrati dai cultori di questa disciplina sono ancor oggi poco noti in Italia. ... A riprova di ciò mi permetto rinviare al parere espresso dalla Sezione Prima del Consiglio Superiore nell'adunanza del 1° ottobre 1957 avente per oggetto il "Riordinamento didattico della Facoltà di Scienze statistiche, demografiche e attuariali". Nel testo di tale parere il lettore vedrà che, dichiarandosi contraria al corso di Istituzioni di logica formale proposto da tale Facoltà, la predetta Sezione sembra convinta che la logica non possa essere altro fuorché: "o l'antica sillogistica di veneranda memoria" o "un complesso di indagini di natura speculativa, che richiedono una specialissima preparazione, raramente in atto ..." » [75].

[74] Cfr. ad esempio L. GEYMONAT, *Memoriale ai Chiarissimi Professori della Reale Accademia d'Italia*, 14.11.1942, AGM, cc. 1r-4r: « Nella primavera 1942 venivo invitato da un nostro editore a consigliargli alcuni testi italiani e stranieri per una collezione di Filosofia. ... Suggerii di dedicare una intera serie di volumi alla logica matematica. E prima di passare ai modernissimi, cioè alla scuola viennese, alla non meno famosa scuola polacca e alle recenti scuole americane, volli consigliare la riedizione di alcuni autori che, in logica, possono dirsi ormai classici: Bernard Bolzano, Gottlob Frege e il nostro Peano. ... Ecco invece che, con mia sorpresa, il Ministero della Cultura Popolare, sentito il parere della R. Accademia d'Italia, sconsigliò la traduzione dell'opera di Frege come di lavoro ormai di molto superato dalla moderna assiomatica, ed in particolare dalle ricerche degli studiosi italiani ».

[75] L. GEYMONAT, *Peano e le sorti della logica in Italia*, Bollettino UMI, 3, 14, 1959, pp. 109-118, cit. a p. 118. Sul parere del Consiglio Superiore cfr. anche le lettere di A. Terracini a L. Geymonat del 14, 26 e 31.3.1959, AGM, cart. 26, fasc. 3, sf. 80.

L'aspetto più significativo è comunque l'acquisizione e il consolidamento di una nuova fisionomia disciplinare per la Logica matematica. Da un lato, infatti, i giovani logici, da Geymonat a Casari, da E. Agazzi a R. Magari, sentono l'esigenza di tracciare un primo bilancio dell'esperienza peaniana, un bilancio condotto 'dall'interno', nel tentativo di combattere i toni agiografici di una certa storiografia, corrente all'epoca, improntata a una piaggeria che avrebbe forse infastidito lo stesso Peano. D'altro canto essi sentono giunto il momento opportuno per ridisegnare i loro rapporti nei confronti della comunità matematica italiana, interagendo con essa ma mantenendo al contempo una specificità degli ambiti di indagine e rivendicando pari dignità nella 'geografia' della ricerca scientifica. Ecco allora che si cerca il coinvolgimento, ad esempio, di E. Magenes, G. Stampacchia e E. De Giorgi nei seminari, nei corsi e nei convegni di Logica e ci si prodiga per creare o riallacciare una rete di relazioni internazionali [76].

All'interno della ristretta cerchia dei logici italiani fervono comunque i dibattiti sulla 'ricetta' per uscire dalla fase catacombale della Logica [77]. Ci si interroga *in primis* sulla scelta dei temi, sulle iniziative da sostenere e sulla produzione editoriale da prediligere. Le linee guida iniziali recano chiaramente l'impronta di Geymonat e permeano l'impostazione del Gruppo CNR 37, costituitosi nel 1962, il primo in Italia dedicato alla

[76] Per esempio con le scuole americane e canadesi di A. Appert, M. Venne, M. L'Abbé, P.R. Halmos, L. Henkin.

[77] Cfr. E. CASARI, *Congedo*, Rivista di storia della filosofia, 3, 2007, p. 563: «Sullo stato della logica in Italia così come sulla necessità di porvi rimedio eravamo tutti d'accordo; la diversità sorgeva sulle vie da percorrere per conseguire quell'obiettivo. Alcuni di noi pensavano che a tal fine bisognasse privilegiare l'attività volta a diffondere e stabilizzare le conoscenze, bisognasse cioè creare quella base culturale su cui soltanto avrebbe potuto innestarsi e crescere un'attività di ricerca non peregrina. Altri di noi pensavano che invece solo la manifestata capacità di inserire davvero la nostra produzione scientifica nel discorso internazionale avrebbe potuto costituire lo strumento capace di vincere le resistenze e le diffidenze che formavano il vero sostegno alla mancata diffusione delle conoscenze logiche».

Logica Matematica[78]. I primi aderenti intendono infatti occuparsi degli aspetti teorici e algebrici della logica, considerata come una disciplina a sé, senza legami di sudditanza nei confronti della matematica[79].

Le iniziative didattiche patrocinate dal Gruppo sono articolate su più fronti: numerosi brillanti studiosi di levatura internazionale assicurano la loro disponibilità a tenere corsi, conferenze e scuole estive mentre alcune casi editrici garantiscono il supporto per la traduzione degli scritti e dei manuali di Logica classici e recenti, arginando la domanda crescente di testi elementari ma aggiornati su queste teorie.

Se il Gruppo stretto intorno a Geymonat punta sulla specializzazione, il tratto distintivo dell'esperienza del Centro di

[78] Nel volgere di una decina di anni fioriranno in Italia nuove scuole di Logica, per lo più create dai primi collaboratori di Geymonat, caratterizzate invece ciascuna da una propria fisionomia e dalla scelta di linee di ricerca differenti.

[79] In AGM è custodita tutta la documentazione relativa al Gruppo e ai suoi primi anni di attività. Cfr. ad esempio L. Geymonat a L. Polvani, 18.5.1962, cart. 39, fasc. 1, c. 1r-v: « Tenuto conto della rinascita in Italia degli studi di Logica matematica (in notevole parte iniziata proprio ad opera mia e dei miei allievi) mi permetto di avanzare al CNR la domanda per l'istituzione di un nuovo gruppo di ricerca, espressamente rivolto a questo ramo dell'indagine matematica che tanti successi ha raggiunto all'estero, in questi anni, aprendo nuove prospettive teoriche e pratiche alla ricerca scientifica. Come risulta dal programma inserito nell'accluso contratto, il nuovo Gruppo intenderebbe occuparsi per ora dell'aspetto essenzialmente teorico della logica matematica moderna, e cioè delle strutture algebriche e topologiche da essa suggerite, riservandosi in un secondo tempo di prendere anche in esame le più significative applicazioni di tali strutture »; L. Geymonat, *Relazione sull'attività svolta dal Gruppo 37,* AGM, cart. 39, fasc. 1, c. 1r: « ... sono stati inoltre studiati altri argomenti, connessi alle più recenti ricerche di logica matematica; precisamente: taluni sviluppi matematici del teorema di Gödel, e le ultime indagini della teoria delle funzioni ricorsive (in particolare quelli contenuti nel volume di Smullian, *Theory of Formal Systems*, 1961) » e B. Segre a L. Geymonat, 11.7.1962, cart. 39, fasc. 1, c. 1r: « Carissimo Geymonat, Non è proprio il caso di ringraziarmi. Infatti [...] il Gruppo di ricerca da te diretto verrà a colmare una grave lacuna del nostro schieramento; e sono i matematici italiani che debbono esserti grati per la tua iniziativa, alla quale – ne sono sicuro – non potrà che arridere un netto successo ».

Studi Metodologici, sorto a Torino nel gennaio del 1948, può essere invece ravvisato nell'approccio interdisciplinare alle questioni logiche [80]. In questo caso il contesto culturale è reso più spinoso dalle dinamiche interne alla Facoltà, dove si avverte ancora vivamente un clima di ostilità nei confronti della Scuola di Peano. Le iniziative, anche in questo caso molteplici, spaziano da un ciclo di conferenze sui Fondamenti della scienza, svoltosi nell'inverno del 1946, fino all'organizzazione del primo convegno italiano interamente dedicato alla Logica, nell'aprile del 1961 [81]. Sul versante didattico è soprattutto significativo l'invito rivolto a Casari nel 1957 a tenere un breve corso sulla Logica dei Predicati che vedrà una « grande e imprevista affluenza di giovani » matematici [82].

Sempre in ambito torinese non si può infine tralasciare l'azione condotta da Tullio Viola a partire dagli anni Sessanta in favore della diffusione della Logica matematica [83]. Formatosi a contatto con Maestri di forte carisma come F. Enriques e B. Levi, Viola ha salde competenze tecniche di teoria degli insiemi ed è uno dei non molti matematici italiani dell'epoca interessati alle componenti psicologiche dell'apprendimento della Logica e alle sfide pedagogiche non lievi che presenta il suo insegnamento. Come altri storici della matematica, Viola ravvisa

[80] Sulla storia del Centro cfr. L. GIACARDI, C.S. ROERO, *L'eredità del Centro di Studi metodologici sulla matematica torinese*, Quaderni di Storia dell'Università di Torino, 2-3, n. 2, 1998, pp. 289-356.

[81] Cfr. P. BUZANO, *Seduta di apertura. Saluto ai convenuti del Presidente del C.S.M.*, in *Atti del Convegno Nazionale di Logica (Torino, 5-7 aprile 1961)*, Torino, Levrotto e Bella, 1961, pp. V, VI: « È stato sempre vanto di questo nostro Centro, che conta ormai quattordici anni di attività, il promuovere iniziative un po' d'eccezione nel campo scientifico e culturale [...] e tale può essere considerato anche il Convegno odierno se si pensa che la fiaccola accesa in Italia da Giuseppe Peano rimase, dopo di lui, affidata a pochissimi seguaci mentre in altri paesi gli studiosi di logica compivano incalzanti progressi ».

[82] BUZANO 1961 cit., p. VI.

[83] Sulla biografia scientifica di Viola cfr. L. GIACARDI, C.S. ROERO (a cura di), *Matematica, arte e tecnica nella Storia in memoria di T. Viola*, Torino, Kim Williams Books, 2006.

una delle cause di decadenza della Logica in Italia nella mancata collaborazione fra Peano e Enriques, e tenta di conseguenza un'originale sintesi di quelle due posizioni nell'alveo dei suoi corsi di Matematiche complementari. Desideroso di salvaguardare i legami – già cari a Peano, Vacca e Vailati – fra logica, storia, epistemologia, critica dei fondamenti e questioni metodologiche, Viola costella i suoi lavori di riflessioni sui rapporti fra la logica di Frege e quella di Peano, sulle problematiche legate alle definizioni degli enti matematici (per esempio sulla definizione di insieme vuoto), sui fondamenti logici, psicologici e cognitivi dei concetti primitivi di numero e spazio, sulla struttura logica degli *Elementi* di Euclide e così via [84]. La personale sensibilità per questa categoria di problematiche, maturata anche a seguito della frequentazione degli scritti di J. Piaget e acuita dalla *Weltanschauung* Bourbakista con cui si trova a confrontarsi, si riverbera nelle iniziative patrocinate in qualità di docente di Matematiche Complementari e di Direttore dell'omonimo Istituto. Basti citare, in proposito, le tesi di laurea e i seminari assegnati su temi di Logica, oltre alle numerose testimonianze che affiorano nei suoi taccuini manoscritti [85].

[84] Cfr. ad esempio T. VIOLA, *Sull'evoluzione e la crisi attuale del pensiero filosofico intorno al concetto di numero naturale*, Giornale Critico della Filosofia Italiana, 3-4, 1948, pp. 336-351; *Gli insiemi astratti e i fondamenti dell'analisi matematica*, Archimede, 6, 6, 1954, pp. 219-228 e 7, 4-5, 1955, pp. 150-164; *Il problema della formazione dei concetti fondamentali della geometria*, Scienza e Tecnica, n.s., 1, 1956, pp. 1-11; *Verso nuovi indirizzi dell'insegnamento della matematica*, Archimede, 8, 1, 1956, pp. 154-163; *Lineamenti e Problemi della Pedagogia matematica*, I problemi della Pedagogia, 2-3, 1959, pp. 3-20; *Giuseppe Peano, Opere scelte, vol. III, Ed. Cremonese, Roma, 1959*, Boll. UMI, s. 3, 16, 1961, pp. 344-355; *Beppo Levi*, Boll. UMI, s. 3, XVI, 1961, pp. 512-516; *Il valore della nuova didattica della matematica nell'educazione dei giovani*, Archimede, 33, 1-2, 1971, pp. 75-82.

[85] Cfr. Archivio Famiglia T. Viola (per gentile concessione), taccuini nn. 1, 9.12.1959; 2, 8.7.1960; 3, 14.3.1961; 4, 15.10.1961; 6, 19.12.1962; 7, pp. 32, 59, 71; 8, p. 5; 9, pp. 16, 19, 26, 28, 29, 31, 37; 11, p. 62; 12, pp. 6-7, 13; 13, pp. 14, 68; 16, pp. 32, 55, 56; 60, 69, 70-71; 28, pp. 26, 27, 28, 29, 61; 30,

Negli anni di ferventi discussioni sull'insiemistica e sulle matematiche moderne, Viola manifesta inoltre un atteggiamento cauto, invitando a soppesare i rischi di un insegnamento sbilanciato sul formalismo e per questo arido e poco suggestivo, ma nello stesso tempo difende con tenacia l'inserimento dei primi elementi di Logica nella scuola secondaria, affermando:

« A ce sujet, je voudrais dire au professeur Choquet que, sincèrement, je ne me sentirais pas de le suivre dans une révolution si radicale, si Bourbakiste, telle que celle qu'il souhaite dans sa brillante conférence de Lausanne. [...] Par contre, je n'aurais aucun doute sur un réel progrès de l'enseignement de la géométrie rationnelle, si on réussissait à y introduire, amplement, l'usage de la logique symbolique dans le sens si cher à Peano et qui, avec des moyens modernes, a été précisé par le professeur Hans Freudenthal (aussi dans sa conférence d'*Aarhus*), c'est-à-dire comme un instrument en mesure de mettre en évidence aux élèves chaque passage logique » [86].

Particolarmente densi di spunti di riflessione sono infine i dibattiti fra Viola e De Finetti su temi cari a Peano, quali il problema dell'insegnamento della matematica in relazione a quello dell'algebra della logica e a quello della grammatica, le strategie per bilanciare i pericoli della « mortifera aridità e meccanicità del formalismo » e i supposti vantaggi dell'educazione

pp. 54-55; 33, pp. 167-169; 34, pp. 25-26, 27-28, 85, 115, 161; 35, pp. 69-70, 112,-114; 36, p. 107; 37, pp. 138-139; 38, pp. 69-72, 83-89; 39, pp. 88-89; 41, pp. 67, 92-93, 114, 129-131, 136-137, 155; 42, pp. 12, 108; 46, pp. 15-16, 141; 57, pp. 45, 72-75.

[86] T. VIOLA, *Didactique sans Euclide et pédagogie euclidienne*, L'Enseignement mathématique, 2, 10, 1964, pp. 24-25. Viola curerà il capitolo *Logica matematica* per il volume di M. VILLA, *Matematica moderna nelle Scuole secondarie superiori*, Bologna, Patron, 1966, pp. 201-240. In quella sede traspare fortemente l'influenza della lettura del volume *Logique et connaissance scientifique*, sous la direction de J. PIAGET, Enc. de la Pléiade, Dijon, Gallimard, 1967 e dei lavori di J.G. KEMENY, J.L. SNELL, G.L. THOMPSON, *Algèbre moderne et activité humaines*, Paris, Dunod, 1960 e A. BORGERS, *Le lois et les règles de la logique symbolique élémentaire des propositions et des prédicats*, Secrétariat générale à la réforme de l'enseignement secondaire del Ministero belga dell'educazione nazionale, Bruxelles, n. 2, 1961.

puramente logico-deduttiva nei confronti degli studenti eccezionalmente acuti o scadenti [87].

Fra i vari cultori italiani della Logica non mancano i tentativi di interazione: il gruppo di Geymonat dialoga, più o meno vivacemente, con B. Segre, L. Lombardo-Radice e T. Viola, anche se il tentativo di quest'ultimo di unificare il Gruppo CNR di Logica e quello di Filosofia, pedagogia e storia della matematica, da lui stesso diretto, non va a buon fine per la decisa opposizione di alcuni logici, fra cui Geymonat stesso [88]. In realtà, nel volgere di una quindicina di anni, la logica ha ormai definitivamente cambiato aspetto, acquisendo una sua specifica collocazione scientifica e accademica nelle Università italiane. Parallelamente si va aprendo un ventaglio di possibili modi di declinare il suo insegnamento, con l'avvio dei corsi di Logica, Fondamenti della matematica, Teoria dei modelli e Teoria degli insiemi, ancor oggi presenti e fiorenti in molte Facoltà italiane.

8. *Conclusioni*

L'importanza e il successo delle iniziative avviate da Peano e da alcuni esponenti della sua Scuola per diffondere su vasta scala le ricerche logico-matematiche appare innegabile.

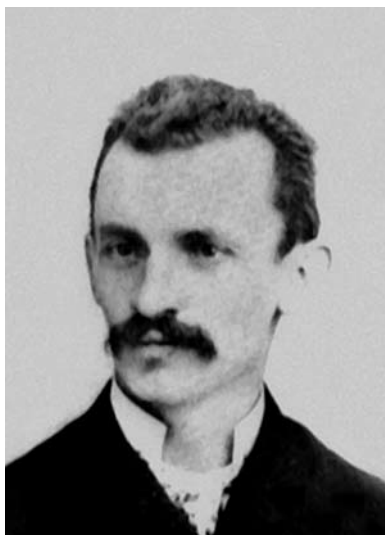
[87] Cfr. B. De Finetti, *Programmi e criteri per l'insegnamento della matematica alla luce delle diverse esigenze*, Periodico di Matematiche, 4, 43, 1965, pp. 49-83.

[88] Cfr. L. Geymonat a T. Viola, [febbraio 1968], AGM, cart. 39, fasc. 1, cc. 1r-2v: « Carissimo Tullio, in questi giorni ho avuto contatti (ma purtroppo solo telefonici) con gli altri due attuali direttori del raggruppamento n. 37, Casari e Magari, per esporre loro la proposta che tu mi hai fatto e di cui ti ringrazio. Non posso nasconderti di avere incontrate alcune difficoltà che si possono così riassumere. ... Non mi sembra di vedere una grande affinità fra il nostro e il tuo raggruppamento, poiché le ricerche da te impostate hanno un carattere prevalentemente storico mentre le nostre (a parte la mia personale che peraltro io svolgo completamente al di fuori del raggruppamento) sono di carattere logico-algebrico. [...] Ciò non toglie che una collaborazione con te ci farebbe molto piacere, e forse si potrebbe anche pensare a un collegamento fra i due raggruppamenti, purché ognuno mantenesse la propria autonomia di ricerca ».

L'analisi dei contenuti di quei primi corsi di Logica, la concezione di quest'ultima come una disciplina di supporto per la matematica, l'impostazione metodologica del suo insegnamento identificato con quello dell'ideografia (lettura dei simboli) ci induce però a ritenere che si possa parlare di un retaggio spirituale ma non tecnico sui successivi sviluppi di questo settore in Italia.

La forte analogia di queste esperienze e della concezione epistemologica ad esse soggiacente fornisce inoltre un 'ambiente' ideale per lo studio delle dinamiche di appartenenza e di confronto interne alla « Scuola » di Peano, uno studio che meriterebbe di essere approfondito nella sua completezza.

L'esame dei limiti di queste iniziative, delle possibili cause della differente velocità di sviluppo della ricerca e della didattica in logica e della chiusura della Scuola di Peano nei confronti dei più recenti sviluppi della disciplina ci sembra fornire un ulteriore, umile tassello a quel progetto di riesame dell'attività di Peano - già tracciato da E. Agazzi nel 1985 - e da lui considerato di vitale importanza per poter compiere il « trapasso da uno stato di vaga percezione mitica ad uno di oggettiva ed equilibrata conoscenza » [89].

[89] E. Agazzi, *Prefazione* in M. Borga, P. Freguglia, D. Palladino (a cura di), *I contributi fondazionali della scuola di Peano*, Milano, Angeli, 1985, p. 10.

1. Giuseppe Peano negli anni 1880

2. Mario Pieri

3. Cesare Burali-Forti

4. Giovanni Vailati

Yvette Perrin

Le rôle précurseur de Peano dans la définition de l'aire d'une surface

Le problème de la mesure des surfaces a parcouru presque toute l'histoire des Mathématiques, d'Archimède jusqu'à nos jours: en 2006 une des quatre conférences de Mathématiques données à la Grande Bibliothèque de France par Yves Meyer avait pour sujet « Comment mesurer les surfaces ». Un des moments capital de cette histoire se situe à la fin du 19ème siècle, quand à la suite d'une définition inacceptable proposée par le mathématicien français Joseph-Albert Serret un certain nombre de grands mathématiciens se sont penchés sur le sujet et ont proposé leur propre définition. Giuseppe Peano est l'un d'entre eux. Mettant en valeur les idées d'Hermann Grassmann, il va faire faire un pas décisif au concept d'aire d'une surface gauche, pas décisif qui ne sera pas immédiatement reconnu mais qui finira par s'imposer et se généraliser aux variétés de dimension quelconque.

L'objet de cette conférence est de revisiter rapidement l'histoire du concept d'aire d'une surface gauche, de replacer le travail de Peano dans le contexte de son époque, d'en montrer l'originalité et l'avancée conceptuelle qu'il représente par rapport aux courants dominants, en particulier par rapport à

la contribution du grand novateur dans la théorie de la mesure des ensembles que fut le mathématicien français Henri Lebesgue [1].

Soulignons avant d'entrer dans les détails que tous les mathématiciens que nous avons rencontrés dans cette étude et qui ont donné leur définition de l'aire d'une surface se sont appliqués à la calquer sur la définition de la longueur d'une courbe. Si bien que l'histoire de cette définition pourrait être vue comme celle des vicissitudes d'un exemple parfait de raisonnement par analogie.

Il n'est pas question, bien sûr, de faire une étude exhaustive de toutes les définitions d'aire de surface proposées au cours des siècles. Pour nous guider, nous suivrons en partie le bref survol que Peano fait dans sa note de 1890, *Sulla definizione dell'area d'una superficie* [2].

Peano commence par se référer aux notions archimédiennes de longueur et d'aire, qui se ramènent aux définitions suivantes:

1. La longueur d'un arc curviligne plan convexe est la valeur commune de la limite supérieure des longueurs des lignes polygonales inscrites, et de la limite inférieure des longueurs des circonscrites.

2. L'aire d'une surface convexe est la valeur commune de la limite supérieure des aires des surfaces polyèdrales inscrites, et de la limite inférieure des circonscrites.

Puis il fait une brève allusion aux travaux de J. L. Lagrange et d'A. Cauchy.

[1] H. LEBESGUE, *Intégrale, longueur, aire*, Annali di Matematica pura ed applicata, 7, 1902, pp. 231-359 - *Œuvres complètes,* vol. 1, Genève, 1972, pp. 102-231; *Sur la définition de l'aire des surfaces*, L'Enseignement Mathématique, 10, 1908 pages 212-220 - *Œuvres scientifiques*, vol. 4, pp. 36-44; *Quelques remarques sur la définition de l'aire d'une surface, Extrait d'une lettre à M. Sierpinski*, 1925, *Œuvres scientifiques,* vol. 4, p. 47-52; *Sur la mesure des grandeurs*, L'Enseignement Mathématique, 31, 1932, pp. 173-206.

[2] G. PEANO 1890c, *Sulla definizione dell'area d'una superficie*, Atti della Reale Accademia dei Lincei: Rendiconti, 4, 1890, pp. 54-57.

Dans son ouvrage *Théorie des fonctions analytiques* (1813)[3], Lagrange démontre que l'aire d'une surface représentée dans un repère orthonormé par une équation $z = f(x, y)$, où f est une fonction définie dans un domaine D du plan des x, y et admettant des dérivées partielles continues, est égale à:

$$(1)\quad A = \iint_D \sqrt{1 + p^2 + q^2}\, dxdy \text{ où } p = \frac{\partial f}{\partial x} \text{ et } q = \frac{\partial f}{\partial y}.$$

Pour cela il considère l'aire $F(x, y)$ de la section de la surface par les plans d'équations $X = x$ et $Y = y$. A l'aide de développements limités et en invoquant un principe d'approximation (qui est faux dans le cas général comme le fait remarquer Peano) que la dérivée partielle de F par rapport à x et à y est égale à $\sqrt{1 + p^2 + q^2}$. Il en déduit ensuite la formule intégrale (1).

Dans son cours d'Analyse *Application du calcul infinitésimal à la géométrie* (1826)[4], Cauchy redémontre la formule (1) en calculant, lui aussi, la dérivée partielle de F par rapport à x et à y. Il ne commet pas l'erreur de Lagrange mais admet une équivalence d'infinitésimaux discutable.

Peano reproche à ces deux mathématiciens de ne donner aucune définition de l'aire d'une surface et de fournir seulement des formules permettant de calculer l'aire de certaines d'entre elles par des procédés purement analytiques.

C'est seulement à partir du milieu du 19ème siècle que les mathématiciens vont chercher à définir la longueur d'une courbe et l'aire d'une surface gauche de façon purement géométrique, à la manière d'Archimède, sans avoir recours à des représentations paramétriques dans des systèmes d'axes particuliers.

[3] J. L. LAGRANGE, *Théorie des fonctions analytiques*, Paris, Gauthiers-Villars, 2nd éd. 1813 - *Œuvres complètes,* vol. 9, pp. 322-327.

[4] A.-L. CAUCHY, *Applications du calcul infinitésimal à la géométrie*, 1826, cité d'après les *Œuvres complètes*, Paris, Gauthiers-Villars, 2e éd., vol. 5, 1903, pp. 459-473.

Les définitions que donnent Archimède de la longueur et de l'aire ne s'appliquent pas aux courbes et surfaces gauches quelconques car, aussi bien pour les courbes que pour les surfaces, la notion de courbe ou de surface circonscrite n'a pas de sens. Mais, dans ces définitions les limites des longueurs (respectivement des aires) des courbes polygonales (respectivement des surfaces polyédrales) inscrites et circonscrites sont égales; ceci a incité certains mathématiciens à ne retenir des définitions archimédiennes que les premières conditions relatives aux lignes polygonales ou aux surfaces polyédrales inscrites et à négliger les conditions portant sur les éléments circonscrits. C'est ainsi que dans son cours d'Analyse de 1879, A. J. Serret définit l'aire d'une surface de la façon suivante:

« Soit une portion de surface courbe terminée par un contour *C*; nous nommerons aire de cette surface la limite *S* vers laquelle tend l'aire d'une surface polyédrique inscrite formée de faces triangulaires et terminée par un contour polygonal ayant pour limite le contour *C*. Il faut démontrer que cette limite existe et qu'elle est indépendante de la loi suivant laquelle décroissent les faces de la surface polyédrale inscrite » [5].

Et Serret démontre qu'il en est bien ainsi, ou croit le démontrer.

C'est ici que Peano intervient pour la première fois dans cette histoire en 1882. Conjointement mais indépendamment du mathématicien allemand Hermann Schwarz [6], Peano montre que la définition de Serret ne marche pas en prenant comme contre-exemple la surface latérale d'un cylindre de révolution de hauteur et de rayon l'unité. Il la divise en n parties égales par des plans de section droite; dans chaque circonférence section il inscrit un polygone régulier convexe de m côtés, les demi-plans passant par l'axe et les sommets de ce polygone

[5] J. A. SERRET, *Cours de calcul différentiel et intégral*, Paris, Gauthiers-Villars, 1879, p. 293.

[6] H. SCHWARZ, *Sur une définition erronée de l'aire d'une surface gauche*, 1890, *Gesammelte mathematische Abhandlungen*, pp. 309-311.

tournant de π/m quand on passe d'une section droite à la suivante. Puis il considère la surface polyédrale inscrite formée des triangles isocèles dont les bases sont les côtés de ces polygones et dont les sommets sont sommets des polygones inscrits dans les sections droites voisines. L'aire $A(m, n)$ de cette surface est égale:

$$A(m, n) = 2m \sin \frac{\pi}{m} \sqrt{1 + 4n^2 \sin^4 (\pi / 2m)}.$$

La limite des aires des surfaces polyédrales inscrites dans ce cylindre dépend de la loi suivant laquelle décroissent les faces de ces surfaces.

Par exemple si $n = m$, $A(m, n) \longrightarrow 2\pi$,

si $n = m^2$, $A(m, n) \longrightarrow 2\pi \sqrt{1 + \pi^4 / 4}$,

si $n = m^2$, $A(m, n) \longrightarrow \infty$.

Ce contre-exemple va stimuler un grand nombre de mathématiciens et les inciter à proposer une nouvelle définition de l'aire d'une surface qui corrige l'erreur de Serret. Schématiquement, on peut classer ces mathématiciens en deux catégories. La première est constituée de ceux qui restent attachés à l'idée que la façon naturelle de calculer l'aire d'une surface est de l'approcher par des surfaces polyédrales inscrites continues, mais pour éviter l'erreur de Serret il faut imposer à ces surfaces des conditions supplémentaires. H. Harnack (1881), Z. Goëtze (1907), E. Cartan (1907), M. Fréchet (1939), pour n'en citer que quelques uns, rentrent dans cette catégorie. Les conditions imposées par Harnack ou Fréchet par exemple, sont du type: les faces des polyèdres approchant la surface sont des triangles dont les angles restent supérieurs à un nombre strictement positif fixé, quand le diamètre de ces faces tend vers 0.

Les mathématiciens de la seconde catégorie jugent ces conditions arbitraires. Ils abandonnent le principe de surfaces approximantes polyédrales inscrites continues et élaborent d'autres stratégies.

Parmi ceux-ci, trois noms se détachent: Hermite, Peano et Lebesgue. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux deux derniers qui sont les protagonistes les plus marquants de cette histoire.

Un mot cependant sur Charles Hermite. Il est le premier à publier le contre-exemple de Schwarz dans son cours d'Analyse de 1881-82. Il y donne une méthode pour calculer l'aire d'une surface régulière qu'il suppose définie dans un repère orthonormé, par une équation du type $z = f(x, y)$. Il approche la surface cible par des surfaces discontinues réunion de morceaux de surfaces planes circonscrites et pour cela il utilise largement le repère et la représentation paramétrique. C'est le reproche majeur que lui fait Peano pour qui une définition de l'aire doit être purement géométrique, c'est-à-dire qu'elle ne doit faire appel à aucun élément extérieur à la surface. Cependant, comme nous allons le voir, Peano emprunte à Hermite l'idée d'approcher la surface étudiée par des surfaces polyédrales discontinues circonscrites, réunions de facettes planes tangentes à la surface.

Venons-en donc à Peano. Son contre-exemple à Serret date de 1882. En 1888 Peano publie le *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di Hermann Grassmann* [7], et en 1890 *Sulla definizione dell'area d'una superficie.* Dans cette dernière note Peano analyse l'erreur de Serret: les surfaces polyédrales approchantes considérées par Serret tendent en dimension vers la surface cible mais pas en direction, i.e. les plans des faces des polyèdres ne tendent pas vers les plans tangents à la surface. Alors que pour les courbes les lignes polygonales inscrites qui tendent en dimension vers la courbe tendent également en direction, il n'en est pas de même pour les surfaces polyédrales inscrites. C'est ce qui explique que l'analogie entre mesure des courbes et mesure des surfaces proposée par Serret

[7] G. PEANO 1888a, *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di Hermann Grassmann, preceduto dalle operazioni della logica deduttiva*, Torino, Bocca, 1888.

ne marche pas. Cependant Peano reste attaché à cette analogie. Tout imprégné du calcul géométrique, il trouve dans les formes grassmanniennes de degrés un et deux les outils lui permettant de respecter cette analogie. Il réinterprète les lignes polygonales inscrites dans une courbe comme une succession de vecteurs caractérisés non seulement par leur longueur, mais aussi par leur direction et leur sens. Inscrire une ligne polygonale dans une courbe, c'est diviser la courbes en morceaux contigus, c'est-à-dire en arcs et associer à chaque arc de la subdivision un vecteur ayant même origine et même extrémité. Quand la maille de la ligne polygonale inscrite tend vers 0 les vecteurs correspondants tendent en direction vers les tangentes à la courbe. Pour les surfaces Peano fait jouer aux formes grassmanniennes de degrés deux, interprétés en terme de bivecteurs (ou produits de deux vecteurs) le même rôle que les vecteurs pour les courbes. Le bivecteur de deux vecteurs $O\bar{A}$, $O\bar{B}$ non colinéaires est caractérisé par sa direction: celle du plan défini par les deux vecteurs, sa grandeur: l'aire du triangle OAB et son sens: le bivecteur de $O\bar{B}$, $O\bar{A}$ est de sens opposé au bivecteur de $O\bar{A}$, $O\bar{B}$. Peano définit le bivecteur d'une ligne triangulaire OAB: c'est le bivecteur des vecteurs $O\bar{A}$, $O\bar{B}$ puis par additivité, il définit le bivecteur d'une ligne polygonale fermée plane ou gauche et enfin étend la notion à une ligne courbe fermée régulière: c'est la limite des bivecteurs des lignes polygonales inscrites, lorsque la maille de ces polygones tend vers zéro. Si la courbe est plane et convexe son bivecteur a pour direction celle du plan de la courbe et sa grandeur l'aire plane intérieure à la courbe. Si la courbe est une courbe gauche quelconque il est plus difficile de donner une interprétation géométrique simple de son bivecteur si ce n'est que les projections de la courbe et de son bivecteur sur un plan quelconque et suivant une direction quelconque délimitent des domaines de même aire.

Pour calculer l'aire d'une surface Peano la divise en morceaux limités par des courbes fermées. A chaque morceau il associe le bivecteur de sa frontière qu'il interprète comme un triangle orienté défini par sa direction, sa grandeur et son sens. La réunion de ces triangles constitue une surface polyédrale

non continue dont l'aire est égale à la somme des aires de ces triangles. Appelons approximation polyédrale peanienne une telle surface. Peano définit alors l'aire de la surface cible comme la borne supérieure des aires de toutes ses approximations peaniennes.

Il est facile de faire le parallèle avec la définition de la longueur d'une courbe. Nous verrons un peu plus loin que cette définition de l'aire soulève quelques difficultés, mais lorsque la surface est suffisamment régulière, elle redonne la formule intégrale classique (1).

Ainsi Peano a accompli le programme qu'il s'était fixé: Donner une définition purement géométrique de l'aire d'une surface qui respecte l'analogie avec celle de la longueur d'une courbe et qui corrige l'erreur de Serret. Mais pour cela, il a dû abandonner l'antique concept de figure pour lui substituer la notion de formes grassmanniennes plus apte à supporter les analogies naturelles que les anciens géomètres, Archimède notamment, avaient eux-mêmes forgées. Pour éviter l'erreur de Serret, tout en conservant l'articulation entre problèmes de rectification et de quadrature, il faut abandonner les notions familières de segments ou de triangles inscrits ou circonscrits, au profit d'une autre ontologie, celle de vecteurs et de bivecteurs. L'algèbre grassmannienne, revue par Peano, intervient dans *Sulla definizione dell'area d'una superficie* comme un outil permettant de redessiner les contours des concepts géométriques élémentaires, de substituer aux objets euclidiens intuitionnables, d'autres entités plus abstraites, à la fois spatiales et formelles, mieux à même d'exprimer les propriétés des grandeurs géométriques. Du point de vue de Peano, Serret et ses continuateurs partagent la même cécité « ontologique »: ils pensent en termes de figures (surface inscrite ou circonscrite) là où il faut penser en termes de grandeurs orientées, telles qu'elles sont exposées dans le « Calcolo geometrico ».

Ce point de vue avangardiste, unanimement adopté aujourd'hui ne l'a pas été immédiatement. Nous avons vu déjà que, bien après Peano, un certain nombre de mathématiciens restèrent attachés à l'idée que pour mesurer une surface il faut

l'approcher par des polyèdres inscrits. Examinons pour terminer comment Henri Lebesgue, grand novateur dans la théorie de la mesure et de l'intégration, a reçu la proposition de Peano. A plusieurs reprises et notamment dans sa thèse de 1902, *Intégrale, longueur, aire*, Lebesgue mentionne les travaux de Peano sur la mesure des surfaces. Il en reconnait l'influence sur sa propre démarche, mais en même temps il émet plusieurs critiques dont les plus importantes sont les suivantes [8].

La définition péanienne ne s'applique qu'à des surfaces suffisamment régulières pour pouvoir être divisées par des courbes de diamètres aussi petits que l'on veut qui admettent des bivecteurs.

Elle n'est pas constructible dans la mesure où elle ne donne pas un algorithme de calcul.

Les éléments utilisés par Peano pour calculer une valeur approchée de l'aire ne sont pas des surfaces polyédrales continues, « ce qui a l'inconvénient de ne pas faire ressortir l'analogie mathématique et vulgaire du mot aire » [9].

C'est à cette dernière critique, la plus importante aux yeux du géomètre français, que celui-ci répondra en proposant sa définition de l'aire d'une surface gauche. Comme Peano, Lebesgue réinterprète la définition de la longueur d'une courbe, mais d'une autre façon: c'est la plus petite limite des longueurs de toutes les lignes polygonales qui tendent vers la courbe cible, de toutes et non pas seulement des inscrites. Il généralise ensuite aux surfaces en approchant celles-ci par des surfaces polyédrales non nécessairement inscrites: L'aire d'une surface est la plus petite limite des aires des surfaces polyédrales qui tendent vers la surface cible.

Ainsi ce qui est le plus intéressant et le plus novateur dans la réflexion de Peano, à savoir le calcul géométrique grassmannien, n'est pas perçu par Lebesgue. Il faudra attendre un Elie Cartan et ses continuateurs pour en exploiter toute la richesse,

[8] Lebesgue 1902 cit., pp. 272-273.
[9] Lebesgue 1902 cit., p. 273.

notamment pour généraliser la notion d'aire aux sous-variétés de dimension quelconque [10].

[10] E. CARTAN, *Sur la définition de l'aire d'une portion de surface courbe*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris, 1907, vol. 145, pp. 1403-1406; M. FRÉCHET, *Sur une définition intrinsèque de l'aire d'une surface courbe comme limite d'aires polyédrales inscrites*., Annali delle Scuola Normale Superiore di Pisa, 8, 1939, pp. 285-300. Cf. Y. MEYER, *Comment mesurer les surfaces*, Gazette de la Société mathématique de France, 109, 2006, pp. 23-36; S. GANDON, Y. PERRIN, *Le problème de la définition de l'aire d'une surface gauche*: *Peano et Lebesgue*, Archive for History of Exact Sciences (soumis).

Enrico Pasini

La scuola di Peano e il secondo problema di Hilbert

« We have, however, avoided both controversy and general philosophy »
(B. Russell - A. N. Whitehead, *PM*, Preface, p. V)

La nostra storia comincia a Parigi, alla fine del XIX secolo. Il 14 aprile 1900 il pubblico degl'invitati si accalca nella Salle des fêtes costruita al Champ de Mars, sciamando poi sotto la torre Eiffel, per l'inaugurazione ufficiale dell'Esposizione universale [1]: la folla, complice la giornata festiva (è il sabato pasquale) e il tempo favorevole, assiste al corteo navale sulla Senna, sino al nuovo ponte Alexandre III; sono stati costruiti padiglioni (il Grand e il Petit Palais), stazioni ferroviarie (la Gare de Lyon e la Gare d'Orsay), la prima linea della metropolitana. Giuseppe Peano si trova a Parigi, in visita all'Expo appunto, e in una lettera datata 15 aprile Louis Couturat si

[1] A. Picard (a cura di), *Exposition universelle internationale de 1900 à Paris. Rapport général administratif et technique*, Paris, Imprimerie nationale, 1902-03, 8 voll. (sull'inaugurazione cfr. vol. VI, pp. 83 sgg.); A. Picard (a cura di), *Exposition universelle internationale de 1900 à Paris. Le bilan d'un siècle (1801-1900)*, Paris, Imprimerie nationale, 1906, 6 voll.; R. D. Mandell, *Paris 1900. The Great World's Fair*, Toronto, University of Toronto Press, 1967; J.-C. Mabire (a cura di), *L'exposition universelle de 1900*, Paris, L'Harmattan, 2000.

rammarica di non essere riuscito a incontrarlo, ma si ripromette di fare la sua conoscenza personale in occasione del prossimo Congresso internazionale di filosofia [2].

A Parigi insieme con l'Expo si svolgono, infatti, oltre a un'edizione poco fortunata delle Olimpiadi, un numero spropositato di congressi internazionali dei più vari generi, a celebrare il progresso del sapere e la fraternità erigenda dei popoli. Se ne possono elencare alcuni: il « Congrès international d'Histoire comparée », il « Congrès international de Psychologie », il « Congrès international des Associations de Presse »; ma pure un « Congrès international de Numismatique » e un « Congrès ouvrier révolutionnaire international ». Spiccano, in campo tecnico-scientifico, il « Congrès international de Mécanique appliquée » e il « Congrès international de Physique ». Non mancano un « Congrès international de Médecine » e il « Congrès Végétarien ». Com'è ben noto e come a noi specificamente interessa, si tengono dal 1° al 5 agosto e dal 6 al 12 dello stesso mese, quindi in successione immediata, il « Premier Congrès international de Philosophie » [3] e il « Deuxième Congrès international des Mathématiciens » [4].

È agevole considerare questa prossimità come una sorta di presagio: essa rappresenta l'inaugurazione del '900 quale secolo della filosofia della matematica. Si può dire non troppo paradossalmente, in effetti, che in questo secolo, tra le figure e i mestieri esterni alla matematica ma ad essa connessi, come l'in-

[2] G. Peano - L. Couturat, *Carteggio (1896-1914)*, a cura di E. Luciano, C. S. Roero, Firenze, Olschki, 2005, pp. 35-36.

[3] Gli atti in *Bibliothèque du Congrès international de philosophie*, 4 voll., di cui ci interessa specificamente il vol. 3, *Logique et histoire des sciences*, Paris, A. Colin, 1901.

[4] Gli atti in *Compte rendu du deuxième Congrès International des Mathématiciens tenu à Paris du 6 au 12 août 1900. Procès-verbaux et communications*, a cura di E. Duporcq, Paris, Gauthier-Villars, 1902. Sui congressi internazionali dei matematici, cfr. J. M. Sánchez-Ron, *From the Private to the Public: The Road from Zurich (1897) to Madrid (2006)*, in *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Madrid, Spain, 2006*, Zürich, EMS, 2007, pp. 777-793.

segnante, l'ingegnere, l'addetto alla calcolatrice, lo statistico [5], prende quota il filosofo della matematica, attività che certo anche prima si poteva svolgere, benché senza un'etichetta disciplinare specifica, e che però soltanto alla fine del XIX secolo acquista l'evidenza necessaria: « On ne peut s'empêcher d'être frappé de l'abondance des publications parues depuis une vingtaine d'années et se rapportant à la philosophie des mathématiques; elles sont bien en accord avec les tendances de l'époque où nous vivons, et où l'esprit humain applique dans des directions variées une critique de plus en plus pénétrante », troviamo scritto in un bilancio delle attività scientifiche dell'Esposizione [6].

A Torino, in fatto di Esposizione, già nell'autunno del 1899 si vende a 15 centesimi *1900, Revue franco-italienne* (sottotitolo: *Industrie et commerce, arts, sciences et lettres. Moniteur de l'Exposition universelle de Paris*) [7]. A quell'epoca Peano, che a luglio aveva accettato di far parte del « Comité de patronage » del Congresso filosofico [8], promette a Couturat di presentare una relazione sul tema delle definizioni in matematica [9]. Nella delegazione italiana che partecipa al congresso, la

[5] L'elenco è ispirato ai manifesti disegnati nella seconda metà degli anni Trenta per l'Ohio Federal Art Project della Works Progress Administration (Library of Congress: B. L. ANISH, *Occupations related to mathematics*, POS-WPA-OH.A59, n. 9; P. RADIN, *Occupations related to mathematics*, POS-WPA-OH.R33, n. 5; vi sono enumerati « mathematics teacher », « calculating machine operator », « mechanical engineer », « accounting auditor, bookkeeper », « actuary, statistician »).

[6] É. PICARD, *Sciences*, in *Exposition universelle internationale de 1900 à Paris. Rapports du jury international*, 45 voll., Paris, Imprimerie nationale, 1902-06, *Introduction générale. Tome II*, 1903, p. 1. Tra l'altro, nel 1914 si terrà il « Premier Congrès de philosophie mathématique », sempre a Parigi.

[7] N. 1 (26 nov. 1899), Turin, Imprimerie Industrielle, 1899.

[8] Cfr. G. PEANO - L. COUTURAT cit., 2005, p. 28; *Bibliothèque du Congrès international de philosophie*, 1901 cit., vol. I, p. IX; nella sezione italiana del Comité appaiono Giacomo Barzelotti, Carlo Cantoni, Alessandro Chiappelli, Arturo Labriola, Peano e Vailati.

[9] G. PEANO - L. COUTURAT cit., 2005, pp. 32-33. La scrive però soltanto all'ultimo, tanto che Couturat è costretto a posticipare più volte i ter-

scuola di Peano (Burali-Forti, Padoa, Pieri, Vacca, Vailati) ha la preponderanza [10]. Diversi tra loro presentano relazioni e Padoa è inoltre l'unico tra i « filosofi » a intervenire (addirittura con altre due relazioni) anche nel congresso matematico, al quale prendono parte pure Peano, Vacca e Vailati. Qui i più in vista tra i partecipanti italiani sono però senza dubbio Volterra e Levi-Civita, e il ruolo della logica matematica nel congresso rimane abbastanza secondario.

Al Secondo congresso dei matematici partecipa anche, com'è universalmente noto, il matematico tedesco David Hilbert, il quale, nell'intento degli organizzatori, avrebbe dovuto presentare uno degli indirizzi introduttivi. Hilbert interviene invece, alle ore 9 di mercoledì 8 agosto, in una sezione di secondaria importanza, dedicata alla storia, alla didattica e alla metodologia, con una relazione che, nonostante ciò, produce grande sensazione tra gli astanti ed è riportata dai resoconti come uno dei momenti più importanti del congresso, alla pari con gl'indirizzi introduttivi e la relazione di Poincaré; è ritenuta comunemente, anzi, un caposaldo della storia della matematica nel '900. Si intitola, nel testo scritto da Hilbert stesso, *Mathematische Probleme*, nel verbale del congresso, *Sur les problèmes futures des mathématiques*, e ve ne saranno diverse edizioni sulle quali torneremo tra breve. Diversi anche i resoconti dell'andamento della discussione, che comunque riportano per lo più la notizia di un intervento di Peano: secondo il suddetto verbale, « M. Peano déclare que la Communication

mini di consegna, nella speranza illusoria di ottenere il testo prima dell'inizio del congresso (Ivi, pp. 36-37); Peano scrive infine il 21 luglio, poco prima di partire per Parigi: « je n'ai pas eu le temps d'écrire mon travail » (p. 38).

[10] « Les quatres mémoires présentés au Congrès par les mathématiciens italiens offrent un tableau sommaire, mais assez complet, de leurs travaux sur les principales branches des Mathématiques, et rien ne fait plus honneur à l'école italienne et à son chef, M. Peano, que cette entente spontanée de ses collaborateurs, qui ne diminue en rien leur indépendance et leur originalité individuelles » (L. COUTURAT, *Les mathématiques au Congrès de Philosophie*, L'enseignement mathématique, 2, 1900, pp. 397-410, p. 401).

ultérieure de M. Padoa répondra au problème n° 2 de M. Hilbert » [11].

Nel testo che solitamente prendiamo in considerazione, ossia quello integrale tedesco [12], il titolo del secondo problema è « Die Widerspruchslosigkeit der arithmetischen Axiome », cioè la non contraddittorietà degli assiomi dell'aritmetica; si estende per svariati capoversi, dei quali l'ultimo, il più esteso, è dedicato alle prospettive che aprirebbe la soluzione del problema della coerenza degli assiomi dell'aritmetica. Hilbert non pretende che si tratti di problemi speciali, o degli unici problemi: è una semplice campionatura (*Probe*) di problemi, afferma in conclusione, forse per quel poco di modestia che si deve per forza assumere in una situazione del genere, ma bastano a mostrare la ricchezza, varietà ed estensione della contemporanea « scienza matematica » [13]. Nella lista di ventitre problemi del testo tedesco, come nella lista più breve presentata a Parigi al Congresso, il primo riguarda l'ipotesi del continuo, il secondo è quello relativo agli assiomi dell'aritmetica. L'oggetto del secondo problema è più precisamente, come si è detto, la coerenza dell'assiomatizzazione dell'aritmetica, che può dirsi la questione fondamentale del dibattito sui fondamenti [14]. La

[11] *Compte rendu* cit., 1902, p. 21.

[12] Pubblicato col titolo *Mathematische Probleme. Vortrag, gehalten auf dem internationalen Mathematiker-Congress zu Paris 1900*, Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen [sovente citate come Göttingische Nachrichten], 1900, pp. 253-297; tradotto in inglese da MARY W. NEWSON, *Mathematical Problems*, Bulletin of the American Mathematical Society, 8, 1902, pp. 437-479. Con qualche modifica è ripubblicato in Archiv der Mathematik und Physik, s. 3, 1, 1901, pp. 44-63, 213-37, e tradotto in francese da L. LAUGEL nel *Compte rendu* cit., 1902, pp. 58-114, col succitato titolo *Sur les problèmes futures des mathématiques.* Citiamo da D. HILBERT, *Gesammelte Abhandlungen*, III vol. (d'ora in poi HGA 3), Berlin, Springer, 1935, pp. 290-329.

[13] HGA 3, p. 328.

[14] Si veda per un quadro generale del dibattito I. GRATTAN-GUINNESS, *The Search for Mathematical Roots, 1870-1940: Logics, Set Theories, and the Foundations of Mathematics from Cantor through Russell to Gödel*, Princeton (N.J.), Princeton University Press, 2000; e cfr. R. MURAWSKI, *On Proofs*

connessione tra gli argomenti dei primi due problemi, sia agli occhi degli interpreti sia nella prospettiva dello stesso Hilbert, è stretta – il passaggio dall'uno all'altro è, anzi, quasi immediato: riuscendo la prova della compatibilità degli assiomi dell'aritmetica, non si potranno più mettere in discussione le teorie dei numeri reali, come aveva fatto, in forme anche pittoresche, Kronecker; si porterebbe a compimento la riduzione dell'analisi all'aritmetica dei numeri reali e, a giudizio di Hilbert, si potrebbe provare non soltanto l'esistenza del continuo, ma anche la validità degli insiemi di numeri ordinali e cardinali cantoriani di ordine superiore [15].

Seguiamo il testo tedesco: secondo Hilbert, se consideriamo « i fondamenti di una scienza », dobbiamo innanzitutto stabilire « un sistema di assiomi », i quali descrivono le relazioni tra « i concetti elementari di quella scienza » e ne sono al tempo stesso « le definizioni ». È quindi importante stabilire se non vi sono delle parti da accantonare per ottenere (come primo punto) un sistema di assiomi « indipendenti », in cui non vi siano assiomi che derivino dagli altri. Però Hilbert non insiste sull'indipendenza: il punto importante è provare che gli assiomi non sono contraddittori tra di loro e provarlo « per mezzo di un numero finito di inferenze logiche » (*logische Schluße*) [16], nello stesso modo cioè in cui si ricavano le proposizioni ammesse nella scienza che è stata assiomatizzata: fornirne dunque una dimostrazione, nel senso che Hilbert cominciava allora abbastanza vagamente a mettere a fuoco.

of the Consistency of Arithmetic, Studies in Logic, Grammar and Rhetoric, 18, 2002, pp. 41-50.

[15] « Thus, he saw a direct link between the set-theoretic aspects of the continuum, as outlined in his first Paris problem, and the axiomatic approach crucial to the second » (D. Rowe, *The Calm Before the Storm: Hilbert's Early Views on Foundations*, in *Proof Theory*, ed. by V. F. Hendricks, S. A. Pedersen, K. F. Jørgensen, Dordrecht, Kluwer, 2000, pp. 55-93, p. 75). Ovviamente entrambe le questioni erano più difficili a risolversi di quanto Hilbert allora pensasse.

[16] HGA 3, pp. 299-300.

Hilbert ricorda che nella geometria è possibile dimostrare la non-contraddittorietà degli assiomi, in quanto si usa un appropriato dominio numerico in cui assumere delle coppie di numeri che rappresentino i punti, mostrando poi che in quel dominio è possibile interpretare opportunamente gli assiomi e dimostrandone così indirettamente, possiamo dire, la non-contraddittorietà: purché non sia contraddittorio, cioè, il dominio numerico che si è usato per interpretare gli assiomi geometrici [17]. Se fossero però contraddittori gli assiomi dell'aritmetica sarebbe un guaio non solo per la geometria ma, ovviamente, per l'intera scienza matematica: come recita un rispettabile principio logico, « ex contradictoriis quodlibet » [18]. E per l'aritmetica non è disponibile un dominio in cui interpretare gli assiomi: occorre, dice Hilbert, una prova *diretta.*

D'altra parte, essendo Hilbert convinto dell'equivalenza, per gli enti matematici, tra non-contraddittorietà ed esistenza, col dimostrare la coerenza degli assiomi si giungerebbe a provare l'esistenza dei numeri reali: non semplicemente ad assumere tale esistenza o a stipulare, in un « sistema ipotetico-deduttivo » (secondo la formula cara a Mario Pieri), certe proprietà di enti che supponiamo coincidenti con quelli che siamo abituati a considerare come i numeri reali, ma a dimostrarne l'esistenza dal punto di vista matematico [19], e lo stesso, come

[17] Hilbert riprende qui i suoi *Grundlagen der Geometrie*, Leipzig, B. G. Teubner, 1899, cap. II, § 9, su « La non-contraddittorietà degli assiomi », in cui introduce il dominio Ω; per Hilbert, un'eventuale contraddizione tra le conseguenze degli assiomi dovrebbe essere reperibile nell'aritmetica di Ω e, di conseguenza, del campo dei numeri reali: « Jeder Widerspruch in den Folgerungen aus den Axiomen I-V müßte demnach in der Arithmetik des Systems der reellen Zahlen erkennbar sein » (p. 19).

[18] Formula attribuita in origine allo Pseudo-Scoto, come caso paradigmatico del principio più generale « Ex impossibile sequitur quodlibet », ossia « Omnis consequentia cuius antecedens est impossibile est bona »; cfr. E. J. ASHWORTH, *The Theory of Consequence in the Late Fifteenth and Early Sixteenth Centuries*, Notre Dame Journal of Formal Logic, 14, 1973, pp. 289-315, p. 301, n. 1.232. È la proposizione 49, a p. 49, della *Logica matematica* di C. BURALI-FORTI (Milano, Hoepli, 1894).

[19] Bisogna considerare che l'assiomatica hilbertiana include un assioma

già accennato, per l'esistenza dei numeri transfiniti successivi alla potenza del continuo.

La questione di come si possa offrire una dimostrazione ultima dell'edificio matematico provando con una dimostrazione diretta la coerenza di una teoria di livello fondamentale che, a sua volta, permetta di mostrare, con un'opportuna interpretazione degli assiomi di livello superiore, la non-contraddittorietà di questi ultimi, già da un po' sta a cuore a Hilbert: ne discute vivacemente tra il 1899 e il 1900 soprattutto nel carteggio con Frege [20], il quale intrattiene, sulla coerenza degli assiomi, una veduta esattamente opposta alla sua e, in fondo, abbastanza tradizionale: gli assiomi sono proposizioni vere che non si dimostrano, in quanto si conoscono per via di intuizione; essendo veri, poi, è chiaro che non si contraddicono. Questo comporta che non ci sia bisogno di provarlo [21]. Hilbert risponde appunto di aver sempre pensato il contrario: quando un sistema di assiomi posti ad arbitrio è coerente, allora gli assiomi sono veri e gli oggetti definiti dal sistema esistono. La non-contraddittorietà è il *Criterium* di verità ed esistenza [22].

di completezza (sintattica); sul nesso hilbertiano tra coerenza ed esistenza attraverso la completezza cfr. E. MORICONI, *On the Meaning of Hilbert's Consistency Problem, Paris, 1900*, Synthese, 137, 2003, pp. 129-139. V. anche C. A. SMORYSKI, *Appendix B. Hilbert's Programme*, in E. MENZLER-TROTT, *Logic's Lost Genius: The Life of Gerhard Gentzen*, Providence (RI), American Mathematical Society, 2007, pp. 291-341.

[20] Cfr. M. D. RESNIK, *The Frege-Hilbert Controversy*, Philosophy and Phenomenological Research, 34, 1974, pp. 386-403; P. A. BLANCHETTE, *Frege and Hilbert on Consistency*, Journal of Philosophy, 93, 1996, pp. 317-336; K. F. WEHMEIER, *Aspekte der Frege-Hilbert-Korrespondenz*, History and Philosophy of Logic, 18, 1997, pp. 201-209.

[21] Frege a Hilbert, 27-12-1899, in G. FREGE, *Wissenschaftlicher Briefwechsel* (d'ora in poi WB), hrsg. von G. Gabriel et al., Hamburg, Meiner, 1976, p. 63: « Axiome nenne ich Sätze, die wahr sind, die aber nicht bewiesen werden, weil ihre Erkenntnis aus einer von der logischen ganz verschiedenen Erkenntnisquelle fliesst, die man Raumanschauung nennen kann. Aus der Wahrheit der Axiome folgt [in una copia di mano di Frege pubblicata da M. Steck segue « von selbst », qui riportato in nota], dass sie einander nicht widersprechen. Das bedarf also keines weiteren Beweises ».

[22] Hilbert a Frege, 29-12-1899, in WB, p. 66: « Wenn sich die willkür-

A Frege, dunque, che intende « vero » ed « esistente » in senso forse più impegnativo, l'approccio di Hilbert sembra paradossale: possiamo forse costruire una prova dell'esistenza di Dio, gli ribatte, se poniamo alcuni assiomi di cui si sappia che non si contraddicono? « Non lo posso concepire » [23]. Vi è un implicito richiamo, in questa discussione, agli assiomi o postulati della geometria e alla questione dell'indipendenza del V postulato; per Frege l'intuizione consente di tracciare una sola parallela a una retta data per un punto esterno ad essa e gli assiomi sono appunto proposizioni vere rispetto alla nostra intuizione spaziale (come vedremo, Peano ritiene invece che siano proposizioni corrette rispetto a qualcosa che noi pensiamo, cioè concepiamo formandone una teoria). Ciò, si noti, pone un problema anche rispetto alle dimostrazioni d'indipendenza: non si può considerare la compatibilità degli altri assiomi con la negazione di uno di essi. Una proposizione « indipendente » da un sistema di pensieri veri o assiomi è falsa, non è un assioma [24].

In una lettera del 29-7-1900 a Liebmann, Frege chiarisce, quanto alla teologia, che occorrerebbe proprio un assioma di esistenza (tipo: « Dio esiste »), il quale, essendo un assioma di livello differente, non potrebbe stare con gli altri, e questa distinzione, secondo Frege, sfugge a Hilbert completamente [25]. Si

lich gesetzten Axiome nicht einander widersprechen mit sämtlichen Folgen, so sind sie wahr, so existieren die durch die Axiome definirten Dinge. Das ist für mich das Criterium der Wahrheit und der Existenz ». Per Hilbert, si può anzi dire, non si dà esistenza matematica assoluta: « l'existence est toujours au contraire relative à un système axiomatique ... le point de vue hilbertien permet de sortir d'une conception ontologique de l'existence mathématique, et propose une conception purement logique, qui s'appuie toujours cependant sur une base concrète » (J. Boniface, *Hilbert et la notion d'existence en mathématiques*, Paris, Vrin, 2004).

[23] « Mir will das nicht einleuchten » (Frege a Hilbert, 6-1-1900, in WB, p. 75).

[24] Cfr. J. Tappenden, *Frege on Axioms, Indirect Proof, and Independence Arguments in Geometry: Did Frege Reject Independence Arguments?*, Notre Dame Journal of Formal Logic, 41, 2000, pp. 271-315.

[25] Era un problema su cui Hilbert, in realtà, si era fatto qualche idea già da anni: in uno *Zettel* del suo lascito alla Göttinger Universitätsbiblio-

tratta altresì della lettera famosa in cui Frege esprime la sua convinzione che sia impossibile, nell'ambito della geometria euclidea, dimostrare l'indipendenza dell'assioma delle parallele e che si possa, tutt'al più, mostrare mediante un modello la coerenza di una teoria più generale in cui la geometria euclidea sia considerata come un caso particolare[26].

Bisogna osservare che, oltre all'identificazione caratteristica di Hilbert di non-contraddittorietà ed esistenza, nella formulazione del secondo problema appare assai problematica anche la richiesta di svolgere la prova di coerenza in un numero finito di « inferenze logiche » di carattere imprecisato: ciò risulterà chiaro, entro qualche anno, allo stesso Hilbert, ma non interessa particolarmente Frege, cui, come abbiamo visto, l'idea stessa di cercare tale dimostrazione appare stravagante.

Nella lettera a Hilbert testé citata Frege, concedendo implicitamente la possibilità di impegnarsi a provare la coerenza degli assiomi e affermando, sempre implicitamente, che non c'è

thek, datato intorno al 1893, vediamo che si appunta esattamente l'equivalenza tra il dare una prova di coerenza e indipendenza degli assiomi che fissano le proprietà di un concetto matematico e l'esistenza di quest'ultimo, notando però specificamente che l'esistenza nel senso mondano comune richiede l'ulteriore condizione di essere necessario per la descrizione dei fenomeni, il che permette proprio di rinunciare all'assioma dell'esistenza di Dio: « Existieren heisst[:] die den Begriff definierenden Merkmale (Axiome) wiedersprechen sich nicht, d.h. es ist nicht möglich aus allen mit Ausnahme eines durch rein logische Schlüsse einen Satz zu beweisen, welcher dem letzten Axiom widerspricht. Man braucht jedoch, zumal im gewöhnlichen Leben existiren[,] auch gleich für die Beschreibung der Dinge besonders förderlich sein, z.B. Gott existirt nicht, d.h. das Axiom Gott ist, ist zur Beschreibung vieler Erscheinungen überflüssig » (riprodotto in http://www.shayashi.jp/HistorySociology/HistoryOfFOM/HilbertNotebookProjectHomepage/).

[26] « Ich habe Gründe zu Glauben, daß die gegenseitige Unabhängigkeit [qui si nota che Steck riporta aver Frege scritto e cancellato *Wiederspruchsfreiheit*, « coerenza »] der Axiome der *euklidischen* Geometrie nicht bewiesen werden kann. H.[ilbert] macht es so, daß er das Gebiet erweitert, sodaß die euklid.[ische] Geom.[etrie] als besonderer Fall erscheint; und in diesem erweiterten Gebiete kann er nun die Wiederspruchsfreiheit durch Beispiele zeigen; aber nur in diesem erweiterten Gebiete » (WB, p. 148).

altra prova se non quella indiretta basata su un modello, domanda: c'è forse qualche altro mezzo di dimostrare la non-contraddittorietà, oltre a esibire un oggetto che possieda tutte le proprietà – cioè che possiede tutte insieme le proprietà definite dagli assiomi ed esiste – e a quel punto avere la dimostrazione effettiva, pratica, della non-contraddittorietà? Siccome poi l'oggetto, appunto, esiste, non occorre invocare la coerenza per accertarsene [27]. A quel punto Hilbert lascia perdere per un poco, poi risponde inviando al collega il testo della conferenza parigina sui *Mathematische Probleme.* Nella lettera in cui lo ringrazia, Frege scrive: mi pare di capire che le mie ragioni non l'hanno convinta; mi sembra che lei sia in possesso, o che almeno creda di esserlo, di un principio per dimostrare la non-contraddittorietà decisamente differente da quello che le ho proposto nella nostra discussione. Se lei avesse ragione, dice, sarebbe importantissimo; ma Frege non può crederlo [28].

Questa posizione, va detto, non è isolata. Prendiamo un personaggio non troppo secondario nella storia delle ricerche sui postulati di questi anni, Otto Hölder, che pubblica nel 1901 un saggio abbastanza noto su « Gli assiomi della quantità e la dottrina della misura ». Hölder, attento a preservare una sorta di autonomia epistemologica del pensiero matematico, ritiene più opportuno formulare assiomi per le grandezze, piuttosto che per i numeri; ma di fondazione dell'aritmetica si è sempre occupato. In una recensione del 1892 discute l'*Aritmetica* di Robert Grassmann e in quell'occasione si mostra, ben prima di Hilbert, preoccupato dell'introduzione di contraddizioni in

[27] « Gibt es hierbei ein anderes Mittel, die Widerspruchlosigkeit nachzuweisen, als dass man einen Gegenstand aufweist, der die Eigenschaften sämtlich hat? Hat man aber einen solchen Gegenstand, so braucht man nicht erst auf dem Umwege der Widerspruchslosigkeit nachzuweisen, dass es einen gibt. » (WB, p. 75).

[28] « Es scheint mir, dass Sie im Besitze eines Prinzips zum Beweise der Widerspruchslosigkeit zu sein glauben, wesentlich verschieden von dem in meinem letzten Briefe formulierten (...). Wenn Sie hierin Recht hätten, so könnte das von ungeheuerer Bedeutung sein; ich glaube allerdings zunächst noch nicht daran... » (Frege a Hilbert, 16-9-1900, in WB, p. 78).

quella che gli pare essenzialmente una teoria assiomatica ai cui risultati si può attribuire solamente « validità ipotetica » (« hypothetische Giltigkeit ») e in cui dunque la possibilità delle operazioni introdotte sulla base delle definizioni andrebbe provata; a volte essa è evidente, ma quando s'introduce più di una relazione tra le operazioni, non si può cogliere immediatamente in che misura nel loro sviluppo non insorgano contraddizioni [29]. Sono preoccupazioni, si noti, più vicine a quelle espresse da Hilbert nel 1900 di quanto lo siano, p. es., certe obiezioni sulla coerenza degli insiemi rivolte a Dedekind da Cantor, alle quali accenneremo più avanti, perché Hölder non solleva problemi di esistenza, bensì di coerenza sintattica. Eppure anch'egli sembra condividere la perplessità di Frege di fronte alle richieste di Hilbert. Questi, osserva Hölder in una lunga nota al saggio del 1901, « ha di recente sollevato il problema della non-contraddittorietà degli assiomi delle grandezze » (ossia dei numeri reali, come indica una precisa citazione dei « Mathematische Probleme »). Hölder commenta con una certa freddezza: « Finora la concezione comunemente accettata è stata che la coerenza degli assiomi (...) è stata provata dalla moderna fondazione aritmetica della teoria dei numeri (razionali e irrazionali) » [30]. Così si avvicina alquanto alla linea in-

[29] O. HÖLDER, recensione di R. Graßmann, *Die Zahlenlehre oder Arithmetik streng wissenschaftlich in strenger Formelentwicklung* (Stettin, Graßmann, 1891); cfr. *Göttingische gelehrte Anzeigen*, 15, 1892, pp. 585-595, alle pp. 587-588, cit. in M. RADU, *A debate about the axiomatization of arithmetic: O. Hölder against R. Graßmann*, Historia mathematica, 30, 2003, pp. 341-377, a p. 361.

[30] O. L. HÖLDER, *Die Axiome der Quantität und die Lehre vom Mass*, Berichte über die Verhandlungen der Kön. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, Math.-Phys. Kl., 53, 1901, pp. 1-46. « Hilbert hat neuerdings die Frage nach der Widerspruchslosigkeit der Grössenaxiome aufgeworfen (Mathematische Probleme, Gött. Nachr. 1900). Die gewöhnliche Ansicht ist bisher die gewesen, daß die Widerspruchslosigkeit der Axiome I bis VII [il « semplice sistema di assiomi » (p. 4) per la teoria delle grandezze misurabili da lui formulati sulla base delle teorie comunemente accettate] durch die moderne arithmetische Begründung der Lehre von den (rationalen und irrationalen) Zahlen dargethan sei » (pp. 6-7); a questo proposito ri-

dicata da Frege a Hilbert, se consideriamo che l'*oggetto* esibito sia semplicemente l'aritmetica stessa, resa sicura appunto dalla moderna teoria dei numeri: visto che questa ha portato alle definizioni costruttive (o, come dice Hilbert, genetiche) dei numeri reali e del campo complesso, e, potremmo dire, allo sviluppo di un'ampia messe di teoremi entro una dottrina ben funzionante e dunque certamente non-contraddittoria, di fatto è provata la coerenza degli assiomi dei numeri reali.

Per Hilbert un tale approccio può certo risultare tranquillizzante – e infatti, come vedremo, non rifiuterà di argomentare anch'egli così – ma non basta per la fondazione assiomatica della scienza matematica, per la quale egli richiede, come abbiamo visto, una dimostrazione diretta e di carattere finitario (in contrapposizione, tra l'altro, al carattere inevitabilmente infinitario dei modelli esibiti nelle prove indirette)[31]. Oltre a discuterne con Frege, già prima di andare al congresso di Parigi Hilbert rende pubblica la sua idea in un saggio assai famoso, quello sul « Concetto di numero » (« Über den Zahlbegriff »), apparso nel 1900 ma composto nel '99, in cui propone la caratteristica distinzione tra il metodo genetico per produrre i numeri (contando uno dopo l'altro, tagliando il continuo, costruendo classi di classi) e il metodo assiomatico, in cui invece se ne stabiliscono le proprietà; ed effettivamente introduce un sistema di assiomi che permetta di definire i numeri reali come un campo ordinato archimedeo completo. È interessante che, per Hilbert, proporre in questi termini un'assiomatizzazione implica immediatamente la necessità di dimostrare la non-con-

manda alle pp. 21-22, dove dichiara di rifarsi a Dedekind. Hölder è assai guardingo nei confronti delle tecniche sviluppate nel campo dell'assiomatica: p. es. in una nota a p. 4 segnala che mediante interpretazione si può mostrare che gli assiomi sono « in un certo senso indipendenti » (« in gewissem Sinne unabhängig sind »).

[31] Si veda un'ampia discussione di questo aspetto in G. KREISEL, *What Have We Learnt from Hilbert's Second Problem?*, in *Mathematical Developments Arising from Hilbert's Problems* (Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, 28), ed. by F. E. Browder, Providence (R.I.), American Mathematical Society, 1976, pp. 93-130.

tradditorietà degli assiomi proposti. Anche qui appare la stessa esigenza che Hilbert propone quando enuncia il secondo problema della sua lista e sembra essere per lui, in un certo senso, ovvia e immediata. Non c'è neanche da pensarci su: una volta che abbiamo formulato il sistema di assiomi sorge il « compito necessario » di dimostrarne la completezza e la non-contradditorietà, cioè dimostrare che dall'uso degli assiomi posti non si può mai giungere a contraddizioni e che se ne possono ricavare tutti i teoremi della geometria [32].

Bernays, assistente e poi principale collaboratore di Hilbert sino al 1934, che è autore di un lungo commento nelle *Gesammelte Abhandlungen* di Hilbert sulle di lui ricerche intorno ai fondamenti dell'aritmetica, si esprimerà in modo perfettamente conforme. Il guadagno metodologico ottenuto da Hilbert introducendo il metodo assiomatico, scriverà Bernays, è compensato dal presentarsi di una sfida impegnativa: la formulazione assiomatica della teoria dei numeri reali, infatti, « porta di necessità con sé il compito di provare che il sistema di assiomi posto è privo di contraddizioni », donde l'inserimento di questa esigenza necessaria nella lista di problemi proposti da Hilbert nella sua relazione di Parigi [33].

Nella linea che possiamo dire dei matematici hilbertiani, questa connessione risulta perfettamente ovvia, se non, addirit-

[32] D. HILBERT, *Über den Zahlbegriff*, Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung, 8, 1900, pp. 180-184, p. 181: « Es entsteht dann die notwendige Aufgabe, die Widerspruchslosigkeit und vollständigkeit dieser Axiome zu eigen, d.h. es muß bewiesen werden, daß die Anwendung der aufgeteilten Axiome nie zu Wiedersprüchen führen kann, und ferner, daß das System der Axiome zum Nachweis aller geometrischen Sätze ausreicht ».

[33] Cfr. P. BERNAYS, *Hilberts Untersuchungen über die Grundlagen der Arithmetik*, in HGA 3, p. 198: « Dem methodischen Gewinn, den diese Auffassung bringt, steht allerdings eine erhöhte Anforderung gegenüber; denn die axiomatische Fassung der Theorie der reellen Zahlen zieht mit Notwendigkeit die Aufgabe eines Nachweises der Widerspruchfreiheit für die aufgestellte Axiomensystem nach sich. So wurde auch von Hilbert in seinem Pariser Vortrag *Mathematische Probleme* die Aufgabe des Nachweises der Widerspruchsfreiheit für die arithmetischen Axiome in der Reihe der von ihm aufgestellten Probleme genannt ».

tura, necessaria. Si può richiamare ancora un importante articolo su « La teoria della prova di Hilbert », composto nel 1925, in cui Johann von Neumann, nell'esposizione iniziale dei *Leitgedanken* della teoria della prova, mette al primo punto la richiesta della dimostrazione della coerenza della matematica classica [34] e quindi propone un ragionamento di questo genere: è evidente che si deve dare una dimostrazione della non-contraddittorietà degli assiomi e, anzi, questa è la strategia migliore per sbaragliare l'intuizionismo (si sa, del resto, che von Neumann era un tipo bellicoso). Distinguiamo, scrive egli, la prova interna della coerenza degli assiomi e una sorta di prova esterna « contenutistica », metamatematica, che è essenzialmente l'intuizione del numero proposta dagli intuizionisti. Usiamo quest'ultima, cioè, per capire bene come formulare gli assiomi, costruiamo logicamente la prova della loro non-contraddittorietà e a questo punto, partendo dall'intuizionismo, avremo confutato l'intuizionismo stesso [35]. Il passaggio immediato (*Sodann*, « Subito ») dall'enunciazione di un sistema di assiomi alla necessità della prova della loro non-contraddittorietà è l'elemento più pacifico di questa considerazione [36].

Come abbiamo accennato, nella seduta stessa in cui Hilbert presenta i suoi problemi, interviene sorprendentemente ma autorevolmente Giuseppe Peano, dichiarando in apparenza che, per quanto concerne il secondo problema indicato da Hilbert, esso è stato già risolto. Abbiamo già citato il *Compte rendu*, secondo cui Peano avrebbe suggerito ad Hilbert di venire ad ascoltare la seconda memoria di Padoa, su « Un nouveau système irréductible de postulats pour l'algèbre », prevista per

[34] J. von Neumann, *Zur Hilbertschen Beweistheorie*, Mathematische Zeitschrift, 26, 1927, pp. 1-46, p. 2: « I. In erster Linie wird der Nachweis der Widerspruchsfreiheit der klassischen Mathematik angestrebt ». L'articolo risulta pervenuto alla rivista nel luglio del 1925 (p. 46).

[35] « Die Beweistheorie soll sozusagen auf intuitionistischer Basis die klassische Mathematik aufbauen und den strikten Intuitionismus so *ad absurdum* führen » (*op. cit.*, p. 3).

[36] « Sodann muß die Widerspruchsfreiheit dieses Systems nachgewiesen werden » (*op. cit.*, p. 2).

il giorno dopo, perchè essa avrebbe risposto al suo problema: cosa che notoriamente Hilbert non farà, in parte per ragioni accidentali, in quanto Padoa deve cambiare di sessione [37], in parte forse perché si aspetta che la questione venga affrontata con un approccio poco interessante.

Uno dei resoconti più precisi dell'incidente è dovuto a Charlotte A. Scott, una matematica inglese che insegnava dal 1885 negli Stati Uniti ed era dal 1899 editor dell'*American Journal of Mathematics.* Nel corso di una discussione, secondo Scott, piuttosto sfilacciata, un'obiezione precisa viene da Peano, il quale sostiene che un sistema di assiomi come quello richiesto « è già stato stabilito dai suoi compatrioti Burali-Forti, Padoa e Pieri in saggi i cui riferimenti si possono trovare nella *Rivista di Matematica*, volume 7, numero 1, pagine 3-5 » [38]. Indicando quelle tre pagine, in pratica, Peano rimanda Hilbert a leggersi una quarantina di saggi scritti dai suoi collaboratori prima di parlare. A leggere la lista si ricava la sensazione che da nessuno di questi contributi Hilbert avrebbe ricevuto una risposta alla sua richiesta, nella misura in cui la si poteva così interpretare: dare la prova della non-contraddittorietà degli assiomi dell'aritmetica mediante una dimostrazione esplicita.

Ma in molti dei testi cui alludeva Peano non si menzionava neppure il problema della compatibilità. Sono citati, ad esempio, diversi saggi di Burali-Forti tra cui spicca la *Logica matematica* del manuale Hoepli, nell'edizione del 1894. In essa, giunto l'autore a introdurre le proposizioni primitive (Pp)

[37] Cfr. *Compte rendu* cit., 1902, pp. 21-24.

[38] C. A. Scott, *The International Congress of Mathematicians in Paris*, Bulletin of the American Mathematical Society, 7, 1900, pp. 57-79, p. 68: « In the course of a rather desultory discussion that followed the reading of this paper, (...) A more precise objection was taken to M. Hilbert's remarks on the axioms of arithmetic by M. Peano, who claimed that such a system as that specified as desirable has already been established by his compatriots MM. Burali- Forti, Padoa, Pieri, in memoirs referred to » ecc. Cfr. G. Peano et al., 1900a, *Formules de logique mathématique.* 20.VII.1900, RdM, 7, 1900, pp. 1-41.

dell'aritmetica, che esprimono le proprietà «*primitive*, perché non ulteriormente riduttibili» [39] degli enti numerici, si osserva: «Che tali Pp sieno *sufficienti* per la teoria degli N, è provato, *attualmente*, dal fatto che non si conosce una prop. sugli N che non sia conseguenza delle Pp1-6. Di più è stato dimostrato (Peano, *Rivista di matematica*, vol. I, p. 93) che una qualunque delle Pp1-6 non è conseguenza delle altre, e ciò prova che ognuna delle Pp enunciate è *necessaria* nel sistema Pp1-6» [40]. Sempre seguendo Peano è introdotta l'indipendenza dei postulati: «Se il sistema di postulati che si considera contiene *n*, (*n* ε 1+N), prop., si sarà dimostrato che è *irreduttibile*, quando si sieno trovate *n* classi di enti *x*, per ognuna delle quali sia falsa una delle prop. di e vere le rimanenti» [41]. E, prevedibilmente, non c'è altro.

Qui si apre una prima questione, che si può enunciare così: sta parlando seriamente, il nostro Peano, si è forse confuso? È abbastanza diffusa, anche in interpretazioni benevole, l'idea che Peano in quel momento non abbia capito quel che si diceva. Certo, vi sono i noti giudizi di Russell su Peano: «Peano (...) has a rare immunity from error»; e poi quello che dice sul suo incontro con Peano al congresso di Parigi: «In discussions at the Congress I observed that he was more precise than anyone else, and that he invariably got the better of any argument upon which he embarked» [42]. Il congresso è quello di filosofia, dove, per esempio, dopo la sua comunicazione sulle definizioni Peano ha una discussione con alcuni dei presenti, in particolare con Schröder [43], da cui esce sicuramente vincitore –

[39] C. BURALI-FORTI, *Logica matematica*, Milano, Hoepli, 1894, pp. 135-136.

[40] Ivi, p. 139. Le definizioni di un ente in se stesso sono introdotte da Burali-Forti come quelle «di terza specie», dopo le due specie di definizioni nominali e prime delle definizioni per astrazione.

[41] Ivi, p. 153.

[42] B. RUSSELL, *The Autobiography of Bertrand Russell*, London, Allen & Unwin, 3 voll., 1967-69, I, p. 147.

[43] Riportata in *Congrès intérnational de philosophie*, Revue de métaphysique et de morale, 8, 1900, pp. 503-698, alle pp. 590-591. Era nelle

anche perché su questo argomento è allora più ferrato di chiunque altro [44].

Si può anche pensare che Peano avesse compreso il problema, ma non ne potesse capire, come del resto quasi chiunque altro all'epoca, la dimensione metamatematica, né dal punto di vista limitativo, sul quale è opinione diffusa e abbastanza fondata che il secondo problema di Hilbert, nei limiti precisi posti (sebbene con termini imprecisi) dalla sua formulazione, sia stato risolto, in senso negativo, dalla dimostrazione dell'incompletezza dell'aritmetica fornita poco più di trent'anni dopo da Gödel (benché i pareri non siano sempre concordi su come esattamente, e poi con quali limiti a sua volta, tale soluzione sia stata ottenuta); né sul piano della soluzione positiva a una forma differente del problema, quale è stata avviata dai lavori di Gentzen, ma irrevocabilmente sul terreno della metamatematica, terreno sul quale in effetti non ci si aspetta di incontrare Peano: ché anzi, per echeggiare Alonso Church, « it [would] seem strange to see Peano called a metamathematician » [45]. Questo non toglie però l'interesse storico dell'intervento di Peano, se non altro perché offre la possibilità di qualche considerazione sul suo approccio al problema dei fondamenti della matematica e inoltre permette di lumeggiare la pri-

previsioni, secondo quanto scriveva Couturat a Frege (1-7-1899) invitandolo al Congrès de Philosophie: « Nous invitons d'autre part les principaux philosophes et savants étrangers (allemands notamment), et les auteurs de systèmes de Logique algorithmique, tels que M.M. Schroeder, Peano et MacColl; nous espérons que ce sujet en particulier donnera lieu à des discussions intéressantes » (WB 18).

[44] Russell non ci dice del congresso matematico; ma la citazione riguardante la *immunità dagli errori* viene dai *Principles of Mathematics* del 1903 (Cambridge, University Press, p. 241) e forse, di fronte alla notizia di un'uscita assurda di Peano dopo l'intervento di Hilbert, avrebbe potuto lasciar perdere.

[45] A. Church, *Review: Peano, Giuseppe by G. L. Farre*, in *New Catholic Encyclopaedia, 1967*, The Journal of Symbolic Logic, 40, 1975, p. 598: « Generally this is a good short biographical article. But it does seem strange to see Peano called a metamathematician ».

ma ricezione del secondo problema di Hilbert e le caratteristiche dell'approccio all'assiomatica di Peano e allievi.

Ritorniamo al resoconto di Charlotte Scott: « Among the ten problems that M. Hilbert specified in particular as fitted to advance mathematics, No. 2 is that of finding some one system of independent compatible axioms governing and defining arithmetical conceptions, (...) These are but a few of the problems that M. Hilbert mentioned, and these were a selection from a much longer list for which he referred to an article about to appear in the *Nachrichten der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 1900 » [46]. In effetti un nuovo punto di partenza sarebbe, diciamo così, raschiare quel palinsesto tedesco interminabile che abbiamo studiato sinora e chiedersi quale ne sia stata la temporanea riscrittura ad uso dell'uditorio: detto altrimenti, che cosa abbia effettivamente ascoltato Peano, essendo appunto noto che Hilbert, della conferenza, distribuisce e presumibilmente legge una specie di sunto, che contiene solo alcuni problemi e in versione abbreviata. Quel sunto, già affascinante di suo, è però, a quanto dicono i redattori, precisamente il testo che viene pubblicato nell'*Enseignement mathématique* [47]. Il problema che ha presumibilmente ascoltato Peano, dunque, è in questa forma:

2. *Axiomes de l'arithmétique*
Trouver un système d'axiomes régissant et définissant les conceptions arithmétiques [48];

[46] C. A. Scott, *The International Congress of Mathematicians in Paris* cit., 1900, p. 68.

[47] D. Hilbert, *Problèmes mathématiques*, L'enseignement mathématique, 2, 1900, pp. 349-354, qualificato dai redattori (p. 249 nota) come « Résumé de la Conférence tenue par M. Hilbert à la sixième section » ecc.; ma cfr. H. F., *Congrès international des Mathématiciens*, L'enseignement mathématique, 2, 1900, pp. 378-382, a p. 380: « En première ligne nous devons mentionner la remarquable conférence de M. D. Hilbert (Göttingue) *sur les problèmes futures des mathématiques.* Nos lecteurs en trouveront plus haut (p. 349) le résumé qui est la reproduction de la plaquette que l'auteur avait eu soin de faire distribuer d'avance à ses auditeurs ».

[48] Il che è presumibilmente una traduzione di *mathematische Begriffe.*

Examiner si ces axiomes sont indépendants les uns des autres, et dans le cas contraire, mettre en évidence les parties communes, de façon à obtenir un système d'axiomes complètement indépendants;
Enfin prouver que ces axiomes sont compatibles, c'est-à-dire qu'une suite finie de déductions logiques partant de ces axiomes, ne peut jamais conduire à une contradiction [49].

Si noti la brevità. Questo testo è estremamente più sintetico e non compaiono parecchi dei ragionamenti più complessi che Hilbert sciorina all'inizio della presentazione del problema. La parte successiva, a sua volta, è assai diversa: sosteniamo, dice Hilbert, che « una concezione » (ossia un concetto) esiste dal punto di vista matematico quando gli assiomi che lo definiscono sono compatibili. Da questo punto di vista, la soluzione del problema n. 1 non sarebbe altro che la dimostrazione dell'esistenza matematica del continuo; di lì potremmo procedere a stabilire in modo analogo l'esistenza degli insiemi di potenza superiore al continuo [50]. Non c'è nient'altro: le considerazioni sui metodi ordinari d'inferenza, il paragone con la geometria, la necessità di una dimostrazione diretta, tutto ciò è completamente assente.

Potremmo dunque porci una questione di interpretazione. I primi due punti, nel testo francese, sono formulati in questi termini: trovare un sistema di assiomi ed esaminare se sono indipendenti. Da questo punto di vista, che Peano si alzasse e dicesse: « l'hanno già fatto i miei colleghi e collaboratori », era il minimo che ci si potesse aspettare; a parte le questioni di prestigio personale, a cui non era molto interessato, sarebbe stato anche spiacevole nei confronti di quei colleghi che lui non si alzasse, con l'autorità che gli era riconosciuta e che a loro, a chi

[49] D. HILBERT, *Problèmes mathématiques*, 1900 cit., p. 351.

[50] « Nous disons qu'une conception existe au point de vue mathématique, lorsque les axiomes qui la définissent sont compatibles. D'après cette définition, la solution du problème précédent ne serait autre chose que la démonstration de l'existence mathématique du continu. De là, nous serions peut-être conduits à établir de la même manière l'existence des ensembles de puissance transfinie supérieure » (ivi, p. 351).

più a chi meno, difettava, per rivendicare la bontà delle loro ricerche. E a far questo per i suoi allievi, si sa, Peano è sempre stato pronto, persino nei confronti di quelli i cui lavori trovava non perfetti.

Potrebbe poi esserci, nella ricezione immediata di un ascoltatore del *textus brevis* del secondo problema hilbertiano, una seconda ambiguità, relativa, all'incirca, alla distinzione tra la dimostrazione e la certezza: una dimostrazione diretta con metodi finitari, quale quella richiesta nel testo tedesco, rispetto alla « certezza morale », per citare l'espressione usata da Peano a proposito della lettura di Dedekind, o meglio ancora alla *certezza scientifica* della non-contraddittorietà. Ora nel testo francese del problema non è così chiaro quale sia il punto. La circostanza, ovviamente, è rilevante soltanto in rapporto alle reazioni immediate. Ma, per esempio, una formulazione vaga che autorizzerebbe proprio questa confusione si trova nel breve resoconto del Congresso redatto lo stesso anno da George B. Halsted. La sezione che riguarda « Hilbert's beautiful paper on the Problems of Mathematics » è una cucitura sommaria di passi del *resumé* francese, specialmente dall'introduzione generale e dal secondo problema, tradotti un po' pedestremente; vi si legge proprio: « We say that a conception exists from the mathematical point of view when the assumptions which define it are compatible, that is to say when a finite chain or system of logical deductions starting from these assumptions can never lead to a contradiction » [51].

La questione della certezza, come si è già accennato, non è secondaria e richiama un sentimento probabilmente abbastanza comune tra i matematici che condividevano una certa visione dell'avvenuta aritmetizzazione e rigorizzazione dell'analisi. Si consideri per esempio la memoria sulla *Neubegründung der Mathematik* del 1922, in cui Hilbert si premura di discutere le preoccupazioni espresse da Hermann Weyl sul progetto for-

[51] G. B. HALSTED, *The International Congress of Mathematicians*, The American Mathematical Monthly, 7, 1900, pp. 188-189.

malista [52]. Secondo Hilbert, quando Weyl si preoccupa del possibile danno all'edificio dell'analisi che sarebbe portato dalla scoperta della contraddittorietà degli assiomi o dall'insufficiente dimostrazione della loro coerenza, nell'ambito di una teoria matematica che la richieda come requisito essenziale, ebbene, va dietro a dei fantasmi: l'analisi è uno dei campi in cui più si è lavorato, con le più ricche e acute combinazioni nell'applicazione dei mezzi più raffinati, giungendo a un'assoluta sicurezza delle conclusioni e a una chiarezza e trasparenza evidente dei risultati. Certo, rivendica tranquillamente Hilbert, rimane necessario dimostrare la coerenza del sistema degli assiomi, ma è evidente che ciò non è motivato dall'incertezza sul possibile esito dell'indagine o sull'appropriatezza degli assiomi [53]. Si può proiettare questo atteggiamento su Peano? Senza dubbio: non è forzato, anzi è quasi ovvio ritenere che per matematici come Peano, lo sviluppo dell'analisi sia una garanzia che gli strati più basilari su cui si è fondato questo sviluppo dell'analisi non contengono contraddizioni: « La précision intrinsèque des sciences mathématiques », ha sostenuto al Congresso filosofico pochi giorni prima, « corrige les imprécisions du vêtement sous lequel nous les présentons » [54]. In effetti, su questa base di certezza riposa il noto giudizio di Peano sull'utilità delle dimo-

[52] Con riferimento a H. WEYL, *Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik*, Mathematische Zeitschrift, 10, 1921, pp. 39-79.

[53] D. HILBERT, *Neubegründung der Mathematik*, Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg, 1, 1922, pp. 157-177, p. 159; in *Hilbertiana. Fünf Aufsätze*, Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1964, p. 15: « wenn Weyl dabei (...) Sorge macht, so sieht er Gespenster. Vielmehr herrscht in der Analysis trotz der kühnsten und mannigfaltigsten Kombinationen unter Anwendung der raffiniertesten Mittel eine vollkommene Sicherheit des Schließens und eine offenkundige Einhelligkeit aller Ergebnisse. Jene Axiome, auf Grund deren diese Sicherheit und Einhelligkeit da ist, anzunehmen, ist daher berechtigt; (...). Freilich entsteht das Problem, die Widerspruchsfreiheit der Axiome – nachzuweisen; es ist dies ein bekanntes, auch von mir seit Jahrzehnten niemals außer Augen gelassenes Problem ».

[54] G. PEANO, 1901a, *Les définitions mathématiques*, *Bibliothèque du Congrès* cit., 3, 1901, p. 287.

strazioni di coerenza, che considereremo poco più avanti. Ma vi riposa anche la fiducia nelle dimostrazioni implicite di coerenza.

Altrettanto importante, però, è chiedersi come, in quegli anni, i matematici che condividono l'indirizzo assiomatico o la prospettiva della logica matematica, affrontino i temi posti dal secondo problema hilbertiano. L'eco principale del dibattito, al di fuori della cerchia immediatamente interessata, si ha tra i matematici americani, in particolare, com'è facile immaginare, tra i cosiddetti « teorici dei postulati » [55]. Principale esponente ne è Edward V. Huntington, buon conoscitore dei lavori della scuola di Peano, che legge e cita [56]. Nel 1902 egli pubblica un « sistema completo di postulati per la teoria della grandezza assoluta continua », ossia dei numeri reali [57]. Il suo approccio al nostro tema consiste qui, abbastanza sorprendentemente, nel definire sei postulati e poi, a partire da essi, introdurre un primo teorema che recita: « I postulati elencati sono coerenti ». È un teorema, richiede quindi una dimostrazione, che si svolge

[55] M. SCANLAN, nel suo *Who were the American Postulate Theorists?*, The Journal of Symbolic Logic, 56, 1991, pp. 981-1002, fa rimontare la denominazione di « American postulate theorists » a John Corcoran, p. es. in *On Definitional Equivalence and Related Topics*, History and Philosophy of Logic, 1, 1980, pp. 231-234.

[56] La scuola di Peano è del resto il riferimento ovvio di queste ricerche e la sua influenza sull'assiomatica americana è durevole. Ancora ALONZO CHURCH nel 1924, in *On Irredundant Sets of Postulates*, Transactions of the American Mathematical Society, 27, 1925, pp. 318-328, si riferisce (p. 323) a PADOA, *Un nouveau système irréductible de postulats pour l'algèbre*, *Compte rendu* cit., 1902, pp. 249-256, come esempio di sistema di postulati irriducibile benché non categorico. Ma Huntington conosce bene anche la produzione matematica tedesca e nel 1901 si è addottorato con una dissertazione in tedesco a Strasburgo: E. V. HUNTINGTON, *Über die Grund-Operationen an absoluten und complexen Größen in geometrischer Behandlung*, Inaug.-Diss. der math. und naturwiss. Fak. der Kaiser-Wilhelms-Universität Strassburg zur Erlangung der Doktorwurde, Braunschweig, Vieweg u. Sohn, 1901.

[57] E. V. HUNTINGTON, *A Complete Set of Postulates for the Theory of Absolute Continuous Magnitude*, Transactions of the American Mathematical Society, 3, 1902, pp. 264-279.

così: per stabilire il teorema non c'è che da mostrare un insieme (s'intende: una classe di enti matematici) per il quale siano soddisfatti tutti i postulati [58]. Non si può non richiamare quanto diceva Frege nella lettera a Hilbert citata poc'anzi: quale altro metodo c'è se non questo? Un atteggiamento non molto diverso guida palesemente Huntington, che ripropone il medesimo approccio nel 1903, in un saggio che è lo sviluppo del precedente:

Theorem I. The postulates 1-10 are consistent with one another; that is, the postulates themselves and therefore all their consequences, are free from contradiction.
Proof. To establish this theorem it is sufficient to prove the existence of some assemblage in which [the relations defined by the postulates] are so defined that all the postulates are satisfied [59].

Si noti la richiesta di «provare» l'esistenza. Huntington propone questa volta due interpretazioni, i numeri reali e i punti di una retta, «if we admit the axioms of positive integer numbers», «if we admit the usual axioms of geometry of one dimension»: le clausole tengono luogo, apparentemente, della prova di esistenza, la quale rappresenterebbe un'importante novità, se concludesse a qualcosa.

Può sembrare che sia all'opera qui la nozione che la dimostrazione d'indipendenza implica la dimostrazione, o la distribuzione di opportune dimostrazioni per ciascuno dei postulati, di coerenza del sistema dei postulati stessi. Ciascun postulato è indipendente dagli altri postulati se l'insieme degli altri po-

[58] HUNTINGTON 1902 cit., pp. 267-268: «*Theorem I.* The postulates 1-6 are consistent with each other. (...) To establish this theorem we have simply to exhibit some assemblage in which all the postulates are satisfied. Such an assemblage is the system of positive real numbers», purché una certa relazione sia definita come l'addizione (cioè ne abbia le proprietà).

[59] E. V. HUNTINGTON, *Complete Sets of Postulates for the Theory of Real Quantities*, Transactions of the American Mathematical Society, 4, 1903, pp. 358-370, alle pp. 360-361. Il teorema II vorrebbe essere la prova dell'isomorfismo di tutti i modelli del sistema e dunque della categoricità, nel III si dimostra l'indipendenza (pp. 363-364).

stulati non lo implica, ossia se l'insieme degli altri postulati è coerente con la sua negazione. Nel momento in cui i postulati sono via via dimostrati indipendenti, si ha per così dire un'implicita prova di coerenza[60]. In effetti nel 1902, in una recensione della seconda edizione della *Theoretische Arithmetik* di Stolz e Gmeiner, che comprende una presentazione degli assiomi di Peano, Huntington illustra il metodo da questi usato per dimostrarne l'indipendenza, costruendo sistemi di numeri e operazioni (per interpretare il « successore ») che soddisfacciano via via tutti i postulati tranne uno, e nota: « The possibility of constructing such systems (...), proves that *the postulates* (...) *are consistent* »[61].

Benché in tal modo la coerenza sarebbe provata con una dimostrazione semantica tale quale quella proposta da Padoa, in effetti il procedimento del logico italiano è esattamente l'opposto. Nel contributo al Congresso matematico in cui Hilbert, secondo Peano, avrebbe trovato risposta al suo secondo problema[62], Padoa affronta, bisogna dire correttamente, la prova della coerenza del sistema prima di quella dell'indipendenza delle proposizioni primitive: « Les postulats doivent être compatibles; c'est-à-dire qu'ils ne doivent pas se contredire. Pour démontrer la compatibilité d'un système de postulats, il faut trouver une interprétation des symboles non définis, qui vérifie simultanément tous les postulats ». In nota aggiunge: « Chacune de ces interprétations vérifie nécessairement toutes les propositions de la théorie considérée »: vale a dire che la coerenza sintattica discende dalla coerenza semantica[63].

[60] Questo porta SCANLAN 1991 cit., p. 988, ad affermare che per questi teorici « an independence proof for a postulate set amounts to giving several consistency proofs ».

[61] *On a New Edition of Stolz's Allgemeine Arithmetik, with an Account of Peano's Definition of Number*, Bulletin of the American Mathematical Society, 9, 1902, pp. 40-46, p. 42.

[62] A. PADOA, *Un nouveau système irréductible de postulats pour l'algébre*, in *Compte-rendu* 1902 cit., pp. 249-256.

[63] PADOA 1902 cit., p. 249. Seguono l'irriducibilità o indipendenza dei postulati (« il faut trouver, pour chacun d'eux, une interprétation des symbo-

Così come è naturale, per una certa linea di matematici, ritenere necessaria una dimostrazione diretta di non-contraddittorietà degli assiomi, così ad altri matematici può risultare ovvio che non ci sia altro sistema, se non quello indiretto e implicito di una dimostrazione semantica. Eliakim Moore, allora presidente della Società matematica americana, discute precisamente il nostro problema hilbertiano nel 1903, in un indirizzo ufficiale di commiato dedicato ai « Fondamenti della matematica » [64]. Vi sono chiari riferimenti al testo di Hilbert: « la coerenza e l'indipendenza » di un sistema di postulati per « una scienza deduttiva speciale », dice Moore, fino ad adesso è stata rinviata alla coerenza di un'altra scienza. Quel che è mancato, aggiunge seguendo i *Problèmes*, è la « prova diretta ». Ma alla riga successiva si menzionano, apparentemente con approvazione, i sistemi assiomatici di Huntington, e non c'è traccia di una successiva discussione da cui risulti che questa menzione di una « prova diretta » venisse presa come una valutazione di insufficienza dell'approccio di Huntington [65]. Questo fa pensa-

les non définis, qui ne vérifie pas le postulat considéré, mais qui vérifie simultanément tous les autres », come già nella parte generale del suo contributo al Congresso filosofico, *Essai d'une théorie algébrique des nombres entiers, précédé d'une introduction logique à une théorie déductive quelconque*, in *Bibliothèque du Congrès*, v. 3, 1901 cit., pp. 309-365, a p. 323) e l'irriducibilità dei simboli non definiti rispetto al sistema dei postulati: « il faut que des postulats on ne puisse déduire aucune proposition qui soit une définition possible d'un des symboles non définis au moyens des autres »; si tratta del noto metodo di Padoa: « il faut trouver une interprétation des symboles non définis, qui vérifie simultanément tous les postulats et qui continue à les vérifier lorsqu'on change convenablement la signification d'un seul des symboles non définis, et cela pour chacun d'eux » (*Un nouveau système* cit., 1962, pp. 249-250; cfr. *Essai d'une théorie* cit., 1901, p. 322).

[64] E. H. MOORE, *On the Foundations of Mathematics*, Science, 17, 1903, n. 428 (13-3), pp. 401-416.

[65] « The compatibility and the independence of the postulates of a system of postulates of a special deductive science have been up to this time always made to depend upon the self-consistency of some other deductive science (...). The fundamental and still unsolved problem in this direction is that of the direct proof of the compatibility of the postulates of arithmetic, or of the real number system of analysis. (To the Society this morning Dr.

re che la prova « diretta » sia interpretata, anche in questo caso, come una prova di coerenza implicita nel mostrare che i postulati « di una scienza » descrivono in modo sufficiente un modello, in qualche senso, ritenuto esistente, svolta però *all'interno* di quella scienza.

Nel 1904, Huntington propone un sistema di postulati indipendenti per l'algebra della logica, dunque qualcosa, per certi versi, di più generale. Nel frattempo, è uscito un articolo di Padoa, su cui torneremo, in cui l'amico e collaboratore di Peano riprende il secondo problema di Hilbert (e lamenta il disinteresse di questi per i suoi metodi). Huntington appone dunque al suo testo una nota a piè di pagina, in cui, « per quel che riguarda la coerenza (*Widerspruchslosigkeit*) di un insieme di postulati », rimanda a « un problema » di Hilbert e all'articolo di Padoa, per giustificare la prova usuale in cui « we have only to exhibit some system (...) in which (...) all the postulates are satisfied » [66]. Insomma, si potrebbe dire: *perfectly comfortable*. In effetti in un saggio del 1905, scomparsa definitivamente la « prova » dell'esistenza, in sua vece appare la costruzione dell'ente la cui esistenza fa da garanzia: « The existence of the system of real numbers, as built up from the positive integers by the 'genetic' method of successive generalization of the number concept, proves, moreover, the *consistency* of the postulates » [67]. Nel suo lavoro immediatamente successivo, leggiamo che basta mostrare l'esistenza di un sistema (numerico)

Huntington exhibited two sets of independent postulates for this real number system). This is the second of the twenty-three problems listed by Hilbert in his address before the Paris Mathematical Congress of 1900 » (*Op. cit.*, p. 403). Moore conosce bene l'approccio hilbertiano; cfr. SCANLAN 1991 cit., pp. 992-993.

[66] E. V. HUNTINGTON, *Sets of Independent Postulates for the Algebra of Logic*, Transactions of the American Mathematical Society, 5, 1904, pp. 288-309, cfr. pp. 290, 293, 297.

[67] E. V. HUNTINGTON, *A Set of Postulates for Real Algebra, Comprising Postulates for a One-Dimensional Continuum and for the Theory of Groups*, Transactions of the American Mathematical Society, 6, 1905, pp. 17-41, p. 18.

in cui sono soddisfatti tutti i postulati »[68], e Huntington precisa che l'esistenza « reale »[69] è garanzia di non contraddittorietà: di nuovo, l'opposto dell'approccio hilbertiano. Appunto questo è infatti, come ben sappiamo, ciò che per Hilbert va dimostrato, ossia la coerenza come presupposto dell'esistenza.

Ora torniamo a Hilbert e al suo testo tedesco. Osservato che a differenza della geometria, per l'aritmetica, siccome non abbiamo più la possibilità di ricondurre gli assiomi a un dominio che ci permetta di darne un'interpretazione, bisogna invece che la prova sia diretta, Hilbert aggiunge: ho appena formulato degli assiomi per l'aritmetica – si tratta degli assiomi dello « Zahlbegriff » e proprio da questo risulta chiaro che, quando Hilbert parla degli assiomi dell'aritmetica, intende la teoria dei numeri reali – e sono convinto, aggiunge, che deve potersi fornire una prova diretta della loro non-contraddittorietà, se si applicano « i noti metodi di dimostrazione nella teoria dei numeri irrazionali » opportunamente modificati in vista dello scopo che ci siamo proposti. In entrambe le versioni tedesche, l'espressione usata è *bekannte Schlußmethode*[70], che si potrebbe anche rendere come « metodi di inferenza » o « di ragionamento »[71], o « metodi di deduzione », ed appare già in

[68] E. V. HUNTINGTON, *A set of postulates for ordinary complex algebra*, Transactions of the American Mathematical Society, 6, 1905, pp. 209-229, p. 224: « it is sufficient to show the existence of any system (...) in which all the postulates are satisfied; for then the postulates themselves and all their logical consequences express properties of this system, and must therefore be free from contradiction ».

[69] HUNTINGTON 1905 cit., p. 224: « since no really existent system can have contradictory properties ».

[70] « Ich bin nun überzeugt, daß es gelingen muß, einen direkten Beweis für die Widerspruchslosigkeit der arithmetischen Axiome zu finden, wenn man die bekannten Schlußmethoden in der Theorie der Irrationalzahlen im Hinblick auf das bezeichnete Ziel genau durcharbeitet und in geeigneter Weise modificirt » (HGA 3, p. 300).

[71] Così la traduzione francese: « méthodes de raisonnement connus », cfr. *Compte rendu*, 1902 cit., p. 73; e quella inglese: « known methods of reasoning », cfr. *Mathematical Problems*, 1902 cit., repr. in Bulletin of the American Mathematical Society, n. s., 37, 2000, pp. 407-436, a p. 414. Usiamo

« Über den Zahlbegriff »: per dimostrare la non-contraddittorietà degli assiomi presentati, scrive Hilbert ivi, occorre soltanto « un'appropriata modificazione di noti *Schlußmethoden* »[72]; qui i metodi non sono minimamente precisati, tutt'al più la distinzione tra metodo assiomatico e metodo genetico, a favore del primo, permette di scartare metodi costruttivi come quelli praticati p. es. da Dedekind, ma la lettera del testo potrebbe riferirsi a qualsiasi procedimento argomentativo o dimostrativo in uso tra i matematici. Uno sviluppo interessante, dal punto di vista hilbertiano, è che, nella VII edizione dei *Grundlagen der Geometrie*, il testo di « Über den Zahlbegriff » è stato rivisto e i « bekannte Schlußmethoden » scompaiono, lasciando il posto a « metodi deduttivi essenzialmente nuovi »[73].

Nel testo dei « Mathematische Probleme » il riferimento è, come abbiamo visto, ai metodi in uso nella teoria dei numeri irrazionali. Viene fatto di pensare a Gauss, Dirichlet, Weierstrass, Cantor, ipotizzando che la direzione sia quella degli strumenti usati nel corso del lavoro sull'aritmetizzazione dell'analisi, anche se in termini non eccessivamente ben identificati[74]. Ma anche e specialmente a Dedekind, a colui che nella

« dimostrazione », forzando un poco la lettera del testo, perché è chiaro che di ciò si parla, cioè di metodi per svolgere inferenze o ragionamenti nell'ambito di dimostrazioni.

[72] « Um die Widerspruchslosigkeit der aufgestellten Axiome zu beweisen, bedarf es nur einer geeigneten Modifikation bekannter Schlußmethoden » (HILBERT, *Über den Zahlbegriff*, 1900 cit., p. 184; poi in *Grundlagen der Geometrie*, III ed., Leipzig-Berlin, Teubner, 1909, Anhang VI, p. 261).

[73] Il passo in questione è stato espunto e in una nota vi è un riferimento a « wesentlich neue Schlußmethoden » (D. HILBERT, *Grundlagen der Geometrie*, VII ed., Leipzig - Berlin, Teubner, 1930, Anhang VI, p. 245 nota; cit. in K. F. WEHMEIER, 1997 cit., p. 206), il cui sviluppo è compito della teoria della prova. Sugli sviluppi dell'approccio hilbertiano cfr. V. PECKHAUS, *Hilbertprogramm und kritische Philosophie*, Göttingen, Vandenhoek & Ruprecht, 1990; *Hilberts Logik. Von der Axiomatik zur Beweistheorie*, Zeitschrift für Geschichte und Ethik der Naturwissenschaften, Technik und Medizin, n. s., 3, 1995, pp. 65-86.

[74] Hilbert pronuncia nel 1897 una commemorazione di Weierstrass (*Zum Gedächtnis an Karl Weierstrass*, in HAB 3, pp. 330-338), in cui dà

premessa alla prima edizione di « Was sind und was sollen die Zahlen » (1888) aveva scritto che « nella scienza, ciò che si può provare non dev'essere accettato senza prova » [75]. Ai numeri 59-60 di questo lavoro, ad esempio, si trova una rimarchevole dimostrazione dell'equivalenza dell'induzione completa [76] con il teorema sulle catene dimostrato nel paragrafo 59, cioè con un suo equivalente estensionale. Al n. 66 vi è anche, ed è senz'altro più famosa e discussa, una dimostrazione esistenziale: « Vi sono insiemi infiniti », « Es gibt unendliche Systeme », che prepara un cruciale lemma esistenziale, al n. 72, relativo alla serie dei numeri naturali. La dimostrazione si basa sull'esistenza degli oggetti del mio *Gedankenwelt*, la sfera dei pensieri: la tota-

l'ovvio rilievo alla « rifondazione della teoria delle funzioni analitiche » (p. 331), della quale la serie di potenze è addirittura « das Fundament »; ora, ricorda Hilbert, essa vale concettualmente (« begrifflich ») come analoga del numero irrazionale, da Weierstrass definito come somma infinita di numeri razionali (« als das Analogon zu der Irrationalzahl, die er als eine unendliche Summe von rationalen Zahlen definiert »), tanto che su di essa possono definirsi operazioni di calcolo equivalenti alle operazioni aritmetiche (p. 332). Qui le dimostrazioni di esistenza sono però dimostrazioni, o assunzioni, di convergenza delle serie. La definizione di Weierstrass è notoriamente analoga a quella delle *Fundamentalreihen* di G. CANTOR, *Über unendliche, lineare Punktmannichfaltigkeiten*, Mathematische Annalen, 21, 1883, pp. 545-591, il quale a ciascuna serie associa « un numero definito mediante essa » (p. 567) – e così, aggiungiamo per inciso, spingerà Frege a lamentare un uso approssimativo del termine « numero » da parte dei matematici (*Grundgesetze der Arithmetik, begri sschriftlich abgeleitet*, vol. 2, Jena, Pohle, 1903, § 68).

[75] R. DEDEKIND, *Gesammelte mathematische Werke*, vol. 3, p. 335: « Was beweisbar ist, soll in der Wissenschaft nicht ohne Beweis geglaubt werden ». Si può ancora citare *en passant* una considerazione hilbertiana sulle dimostrazioni nel campo della teoria dei numeri, della quale, nel 1893, aveva comiciato a occuparsi sistematicamente: « "One of us [Hilbert e Hurwitz] took the Kronecker demonstration for the complete factorization in prime ideals and the other took Dedekind's", Hilbert later recalled, "and we found them both abominable" » (C. REID, *Hilbert*, New York, Copernicus, 1996, p. 42).

[76] Come metodo di prova, « die unter dem Namen der vollständigen Induktion bekannte Beweisart » (DEDEKIND, 1932 cit., p. 355), di carattere prettamente infinitario.

lità delle cose che possono essere oggetti dei miei pensieri è infinita perché per ogni cosa che penso, posso avere per oggetto di un altro pensiero che penso quella cosa.

Dedekind la considera una « prova logica di esistenza », senza la quale resterebbe dubbio se « il concetto » del sistema numerico « non contenga forse contraddizioni interne » [77]. In questo senso non è una « prova » psicologica, altrimenti si presenterebbe il problema della eventuale contraddittorietà dei pensieri [78], ma viene spesso considerata tale dalla critica. Risulta però chiaro che per Dedekind la rassicurazione sulla noncontraddittorietà è data dall'esistenza reale (non formale: non è un modello) dell'oggetto, ossia dell'insieme delle cose pensabili e dei pensieri formulabili; un approccio simile a quello di Frege, ma ontologicamente un po' più realista [79]. A torto o a

[77] R. Dedekind, lettera a Hans Keferstein, 27-2-1890, in M. A. SINACEUR, *L'infini et les nombres. Commentaires de R. Dedekind à Zahlen. La correspondance avec Keferstein*, Revue d'histoire des sciences, 27, 1974, pp. 251-278, p. 275: « Ohne den logischen Existenz-Beweis wurde es immer zweifelhaft bleiben,ob nicht der Begriff eines solchen Systems vielleicht innere Widerspruche enthält. Daher die Nothwendigkeit solcher Beweise (66, 72 meiner Schrift) ». Quando al n. 126 la dimostrazione esistenziale è estesa al sistema dei numeri, si possono finalmente definire « widerspruchsfrei » (ivi, p. 276) le operazioni aritmetiche. Cfr. anche J.-P. BELNA, *La notion de nombre chez Dedekind, Cantor, Frege: théories, conceptions et philosophie*, Paris, Vrin, 1996.

[78] Il problema della possibile contraddittorietà degli insiemi desta qualche anno dopo le preoccupazioni di CANTOR: cfr. la lettera a Dedekind, 3-8-1899, in *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, a cura di E. ZERMELO, Berlin, Springer, 1932 (rist. Hildesheim, Olms, 1962), p. 443.

[79] Tuttavia è evidente che, tolta qualche considerazione che potremmo dire filosofica, si tratta di un approccio equivalente alla dimostrazione mediante un modello e come tale viene recepito. Come riassumerà non molti anni dopo Oskar Perron, per mostrare la coerenza di un sistema numerico non si può evitare di costruire un modello rispondente agli assiomi, s'intende un modello nel campo dei numeri noti: « Allein die Widerspruchslosigkeit läßt sich nicht anders zeigen, als indem man wirklich ein Zahlensystem konstruiert, in dem die Axiome sämtlich gelten; das leistet eben das Dedekindsche oder sonst ein System, dessen Aufstellung deshalb nicht entbehrt

ragione, tuttavia, Hilbert pensa che, almeno per l'esistenza matematica, le cose stiano al contrario, come abbiamo visto, e, sicuramente a ragione, ritiene che si debba tentare di fare il contrario di quanto aveva fatto Dedekind.

Bernays, che pure doveva saperne qualcosa, offre un'interpretazione ancora differente, senza tuttavia ragguagli più precisi: « Quanto allo svolgimento della prova, Hilbert pensava di poterci riuscire con un'appropriata modifica dei metodi impiegati nella teoria dei numeri reali » [80]. Si rimane comunque nel vago. È persino possibile che Hilbert, in quel momento particolare, avesse in mente una modificazione – del resto non è affatto chiaro neppure che cosa intendesse con *modificiren* e *Modifikation* – delle esistenti tecniche di dimostrazione semantica della compatibilità e indipendenza degli assiomi, che in fondo si potevano considerare un genere specifico di ragionamento. Di questo campo, però, erano specialisti i logici matematici della scuola italiana, ossia della scuola di Peano. Ci si può anzi chiedere se enunciare quel problema in quei termini fosse una sfida; ma è più probable che l'atteggiamento di Hilbert nei loro confronti derivasse da un certo olimpico disinteresse.

Proprio questo disinteresse, come abbiamo accennato, irriterà profondamente Padoa, che alla lettura del testo hilbertiano nel *Compte rendu* reagirà con un saggio assai polemico, pubblicato nel 1903 sull'*Enseignement Mathématique.* Anche a lui, come a Frege, sembra che Hilbert sia persuaso di possedere, grazie alle sue *modifiche*, un metodo nuovo e risolutivo: « Ètrange persuasion que celle de M. Hilbert », commenta. « Il peut s'épargner la peine de remanier et de modifier n'importe quelle méthode de raisonnement, car il n'aboutira à rien » [81].

werden kann » (O. PERRON, *Irrationalzahlen*, Berlin - Leipzig, de Gruyter, 1921, pp. 60).

[80] « Zur Durchführung des Nachweises gedachte Hilbert mit einer geeigneten Modifikation der in der Theorie der reellen Zahlen angewandten Methoden auszukommen » (P. BERNAYS, HGA 3, pp. 198-199).

[81] A. PADOA, *Le problème n° 2 de M. David Hilbert*, L'Enseignement Mathématique, 5, 1903, pp. 85-91, p. 90.

Padoa sembra porre i presunti metodi hilbertiani in simmetria con le dimostrazioni per assurdo. Egli ritiene positivamente che, al contrario della contraddizione e della deducibilità, che si possono e debbono dimostrare, l'indipendenza e la coerenza non si possano dimostrare se non per constatazione, dunque soltanto *mostrando* che è in effetti così: « En effet: les *contradictions* ou les *dépendances* des propositions ne peuvent être démontrées que par des *raisonnements* déductifs, tandis que les *non-contradictions* ou les *indépendances* des propositions ne peuvent être démontrées que par des *constatations*: on constate que des interprétations convenablement choisies des symboles vérifient ou ne vérifient pas les propositions en question » [82].

Traccia di questa polemica appare anche ai margini della scuola di Peano, nell'epistolario tra Vailati ed Enriques; quest'ultimo scrive nel 1903: « Ho avuto la nota di Padoa relativa ad Hilbert, ma mi pare che abbian torto tutti e due: Padoa perché l'esperienza non può provare la compatibilità dei postulati della geometria, bensì quella dei postulati dell'aritmetica, che d'altronde si riducono agli assiomi logici; Hilbert appunto per la possibilità di tale riduzione » [83]. In effetti Enriques ritiene che Peano abbia dimostrato tale riducibilità, con la sola aggiunta dell'induzione matematica, che per Enriques però, come scrive nei *Problemi della scienza*, non è se non la traduzione in assioma del fatto psicologico fondamentale alla base dell'aritmetica [84] e il cui ufficio « consiste nel ritenere a priori possibili senza contraddizione le deduzioni ottenute a partire dagli infiniti rapporti che vengono supposti nel concetto generale di numero (intero) ». A questo aggiunge in una nota la seguente considerazione: « La questione della compatibilità dei postula-

[82] PADOA, 1903 cit., p. 90.

[83] Cfr. G. VAILATI, *Epistolario 1891-1909*, a cura di G. LANARO, Torino, Einaudi, 1971, p. 582.

[84] La ripetizione di atti del pensiero che genera il contare, cfr. F. ENRIQUES, *Problemi della scienza*, Bologna, Zanichelli, 1906, 2ª ed. 1910, pp. 142-144.

ti dell'aritmetica è stata messa all'ordine del giorno dalle comunicazioni di D. Hilbert ai recenti congressi di matematiche (...). Hilbert ricerca una dimostrazione logica; ma noi non comprendiamo bene in qual senso sia da intendere la veduta dell'illustre geometra »[85].

La posizione di Peano, in massima parte, corrisponde alle idee espresse da Padoa negli scritti che abbiamo esaminato. In genere, p. es., Peano ritiene che vi sia un certo arbitrio nello stabilire il punto di partenza di una scienza, ossia che soltanto avendo attribuito un ordine alle proposizioni di una scienza, risulta quali siano quelle primitive. Se esistono idee primitive (come quella di numero nell'aritmetica) « esistono anche proposizioni primitive che ne stabiliscono il valore »[86]. È noto che Peano ritiene che non si possano definire propriamente le idee primitive di questo genere: come scrive nel « Concetto di numero », presupposte note le sole idee rappresentate dai segni della logica matematica[87], « allora *il numero non si può definire*, poiché è evidente che comunque si combinino fra loro quelle parole non si potrà mai avere una espressione equivalente a *numero*. Però, se il numero non si può definire, si possono

[85] ENRIQUES, 1910 cit., pp. 143, 144 nota; e quanto a Padoa, che « sostiene il punto di vista empirico », « alle opinioni di questo autore si contrappongono in parte le osservazioni del nostro precedente paragrafo » (*ib.*). In realtà Padoa non ha un punto di vista « empirico », ma convenzionale: « ce qui est nécessaire au développement logique d'une théorie déductive n'est pas la connaissance empirique des propriétés des choses, mais la connaissance formelle des relations entré les symboles »; e in nota: « Parfois même cette connaissance empirique est dangereuse, parce qu'elle peut combler et cacher des lacunes dans les raisonnements » (cit., 1902, p. 319). La constatazione cui si affida Padoa opera piuttosto nell'ambito delle possibili interpretazioni del sistema dei simboli non definiti e sembrerebbe riferibile all'esperienza soltanto in una teoria psicologistica quale quella di Enriques stesso.

[86] « Si in aliquo scientia existe idea primitivo, et existe propositione primitivo, que fixa valore de idea non definito », PEANO ET AL., 1908a, *Formulario Mathematico*, editio V, Torino, Bocca, 1908, p. 15.

[87] Con riferimento a 1891g, *Formole di logica matematica*, Rivista di matematica, 1, 1891, pp. 24-31.

enunciare quelle proprietà da cui derivano come conseguenza tutte le innumerevoli e ben note proprietà dei numeri » [88].

È opportuno provare, secondo Peano, sia che le proposizioni sono via via primitive rispetto alla loro posizione nell'ordine, sia che le proposizioni primitive sono indipendenti tra loro, e la prova si svolge sempre mediante il noto procedimento [89], ossia esibendo un'interpretazione del sistema di idee primitive che soddisfaccia a ogni proposizione primitiva eccettuata la proposizione considerata. Ma perlopiù nei suoi scritti manca ogni accenno a dimostrazioni di coerenza, con minime eccezioni. La più nota presa di posizione in materia, e la più interessante, viene espressa in uno scritto del 1906, *Super Theorema de Cantor-Bernstein* [90]. Specialmente è rimarchevole che in questa circostanza, di ciò che Padoa, come abbiamo visto, sostiene decisamente non potersi dimostrare, ma soltanto esibire e constatare, Peano s'ingegni di offrire invece quella che considera una vera e propria dimostrazione. Essa, però, a differenza di quella di Huntington, non avviene dopo aver introdotto i postulati, bensì prima; non si svolge nell'ambito della matematica, ma della logica matematica, limitandosi alle proposizioni introdotte per dimostrare il teorema di Cantor-Bern-

[88] PEANO, 1891i, *Sul concetto di numero. Nota I*, pp. 87-102, a p. 91.

[89] Nel 1900, proprio nel testo la cui bibliografia Peano propone a Hilbert, appare una tipica descrizione del metodo (parzialmente escogitato da Peano stesso) per provare l'indipendenza delle proposizioni: « Cette P n'est pas conséquence des P précédentes. Pour reconnaître son indépendence, il suffit de donner aux signes Cls, ∩, ∪ une interprétation qui satisfasse aux P précédentes, mais non à cette-ci » (PEANO, 1900a cit., p. 25); provare l'indipendenza di una singola proposizione permette di confermare che è « primitiva » nel sistema in esame, mentre provare l'indipendenza assoluta delle proposizioni primitive del sistema dimostra l'irriducibilità di questo. Una versione specificamente riguardante i « simboli primitivi » dell'aritmetica, accompagnata da considerazioni sulla categoricità del sistema, si trova in *Formulaire de mathématiques, publié par la Revue de mathématiques*, t. II, Turin, Bocca - Clausen, 1899, p. 30.

[90] PEANO 1906b, *Super theorema de Cantor-Bernstein*, Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, 21, 1906, pp. 360-366; anche in RdM, 8, 1906, pp. 136-143.

stein: « Me suppone noto Logica, et non Arithmetica ». In essa vengono successivamente introdotti un elemento 0, una classe N_0, una relazione +, quindi si ricavano per dimostrazione delle proposizioni che corrispondono ai cinque postulati peaniani, « et me lege 0, N_0 + ut in Arithmetica » [91]. Vale a dire, commenta Peano, che abbiamo dedotto come teoremi i postulati dell'aritmetica, che dunque sono coerenti: « nos deduce theoremas, identico ad postulatos de Arithmetica. Ergo, pro symbolos de Arithmetica 0 N_0 +, subsiste interpretatione que satisfac ad systema de postulatos. Ita es probato (si proba es necessario), que postulatos de Arithmetica, que collaboratores de Formulario demonstra necessario et sufficiente, non involve in se contradictione » [92].

Questo sforzo dimostrativo risponde forse innanzitutto, dal punto di vista di Peano, all'esigenza di rendere rigorosa l'introduzione del modello. Così come Peano ritiene che non si possa definire propriamente il concetto di numero, analogamente potremmo ipotizzare che sia convinto non potersi dare dimostrazioni di coerenza per gli assiomi dell'aritmetica internamente all'aritmetica, ossia nella matematica; ma, a differenza di Padoa e Pieri, è disposto a tentarlo, potremmo dire preliminarmente, nella logica. Benché la prova si dia nell'ambito della logica e non nella matematica, manca da parte di Peano, come si è già detto, l'assunzione di una prospettiva metamatematica: tuttavia qui ci giunge così vicino come ben di rado gli accade.

Tuttavia, per quanto riguarda l'opportunità di queste dimostrazioni, cioè per quanto riguarda la pretesa sollevata da Hilbert, il giudizio di Peano rimane, ancorché non negativo, problematico: « Sed proba que systema de postulatos de Arithmetica, aut de Geometria, non involve contradictione, non es, me puta, necessario. Nam nos non crea postulatos ad arbitrio, sed nos sume ut postulatos propositiones simplicissimo, scripto in modo explicito aut implicito, in omni tractatu de Arith-

[91] Peano 1906b, p. 364.
[92] Peano 1906b, p. 365.

metica, aut de Geometria. Nostro analysi de principio de ce scientias es reductione de affirmationes commune ad numero minimo, necessario et sufficiente». La correttezza dell'assiomatica è assicurata dal suo riferimento preciso e dimostrato alla teoria, che a sua volta esiste sulla base della sua pensabilità e della sua provata correttezza: «Systema de postulatos de Arithmetica et de Geometria es satisfacto per ideas que de numero et de puncto habe omni scriptore de Arithmetica et de Geometria. Nos cogita numero, ergo numero es». Tuttavia un momento di vera apertura alle istanze hilbertiane, a paragone dell'atteggiamento dei suoi allievi, è offerto dall'annotazione finale di Peano: «Proba de coexistentia de systema de postulatos pote es utile, si postulatos es hypothetico, et non respondentes ad factu reale» [93].

Nella Scuola di Peano, che a questo punto risulta abbastanza chiaramente accomunata dal rifiuto generalizzato della necessità degli sforzi richiesti da Hilbert nel suo secondo problema, vi sono dunque alcune posizioni differenti: prevale chiaramente l'idea dell'interpretazione o modello come strumento della dimostrazione; ma a questo elemento indubbiamente comune [94] si aggiungono sfumature diverse: chi ritiene che quanto richiesto non si possa dimostrare in senso stretto, chi ritiene che non si possa farlo all'interno della teoria stessa se non indirettamente, chi ritiene che sia inutile, chi ritiene che sia una pretesa infondata o, anche, che non è necessario porsi il problema.

Si può prendere, quale esempio di quest'ultimo atteggiamento, l'edizione del 1919 della *Logica matematica* di Burali-Forti [95], là dove egli spiega con chiarezza che definire le entità

[93] PEANO 1906b, p. 365.

[94] Sulla tendenza prevalente della scuola di Peano a intendere le dimostrazioni di coerenza esclusivamente mediante l'esibizione di un modello, si veda anche M. BORGA, *Alle origini delle ricerche metamatematiche: indipendenza e coerenza fra Ottocento e Novecento*, Epistemologia, 28, 2005, pp. 2-24.

[95] C. BURALI-FORTI, *Logica matematica*, Milano, Hoepli, 1919.

di cui si parla nella matematica, sulla base degli assiomi che ne enunciano le proprietà, è un procedimento sbagliato. Si devono usare invece soltanto le definizioni che, come già nella prima edizione, dice « nominali »: identificare un simbolo nuovo, che non ha un significato attuale, con un simbolo complesso che ha un significato attuale ben noto. Esattamente questa linea di ragionamento aveva cominciato a sviluppare nel 1900 a Parigi, nella memoria che aveva presentato, e l'aveva poi discussa specialmente con Pieri. Di fronte a questo procedimento, sostiene Burali-Forti, cadono tra l'altro le « obiezioni del Couturat relative alla *esistenza* » e diventano « del tutto inutili le complesse forme russelliane » [96] – su questo bisogna notare che nella maggior parte delle considerazioni di carattere generale di questo manuale di logica matematica, Burali-Forti insiste su quanto sia sbagliato rivolgersi alle dottrine logico-matematiche dello straniero, quando ce ne sono d'italiane che sono molto meglio; in particolare trascurare la geometria come l'hanno sviluppata Pieri, Marcolongo e lui stesso, in favore di quella di Hilbert, come pure trascurare, a proposito dei postulati dell'aritmetica, che Burali-Forti stesso li ha eliminati grazie alle definizioni nominali, rivolgendosi invece, come ha fatto per esempio, tra i vari collaboratori di Peano, Luciano Della Casa, all'assiomatica o teoria dei postulati di Huntington. Sono dottrine inferiori per qualità e per di più, appunto, sono straniere (non che Burali-Forti non polemizzi anche con gli italiani).

È Mario Pieri, invece, l'unico ad assumere propriamente la posizione di Padoa, ma al tempo stesso a sforzarsi di formularla più rigorosamente. In un articolo, anch'esso del 1906, dedicato proprio alla coerenza degli assiomi dell'aritmetica, egli si premura, intanto, di chiarire che la derivazione della compati-

[96] BURALI-FORTI 1919a, p. XII. Secondo Couturat, « toute définition doit être accompagnée d'un théorème d'existence (ou d'un postulat d'existence) qui affirme l'existence de l'objet défini » (L. COUTURAT, *Les principes des mathématiques*, Paris, Alcan, 1905, p. 39).

bilità sintattica da quella semantica, implicita nella trattazione di Padoa, si può esplicitamente ricondurre al fatto che la prima comporta la seconda: « Des propositions tirées par déduction d'un ensemble de principes non contradictoires sont toujours compatibles; tandis qu'un système de prémisses contradictoires peut donner lieu à des conséquences contradictoires. Pour être assuré de la compatibilité de plusieurs propositions données, il suffit donc de *connaître un exemple* pour lequel elles soient toutes vraies » [97]. A Pieri questo parrebbe evidente; c'è però chi richiede di « dimostrare » la compatibilità. Si può rispondere così: la prova sarà fornita trovando un dominio di conoscenze razionali che comprenda i fondamenti della logica, nel quale si possa esibire, al solito, l'interpretazione. La coerenza di tale dominio, precisa Pieri con la lucidità che lo contraddistingue, dev'essere « già stabilita, o concessa *a priori*»; l'esibizione avrà la forma della prova « dell'esistenza razionale » del modello [98]. Queste pagine appaiono, com'è logico, più convincenti delle querimonie di Padoa, tanto più nell'ambiente italiano: che Pieri abbia qui « dimostrato la compatibilità degli assiomi aritmetici » è ancora dichiarato, più di vent'anni dopo, nella sezione

[97] M. PIERI, *Sur la compatibilité des axiomes de l'arithmétique*, Revue de métaphysique et de morale, 14, 1906, pp. 196-207, p. 196; su Pieri e i fondamenti dell'aritmetica si veda anche E. A. MARCHISOTTO - J. T. SMITH, *The Legacy of Mario Pieri in Geometry and Arithmetic*, Boston, Birkhäuser, 2007, pp. 289 sgg.

[98] « Si A, B, C,... sont des propositions appartenant à un même système déductif Γ (n'importe lequel), on pourra dire qu'on a démontré (établi apodictiquement) leur compatibilité, si dans quelque domaine de connaissances rationnelles (comprenant les concepts et les axiomes fondamentaux de la Logique, sur lesquels repose toute déduction) on peut trouver une *interprétation* des idées primitives de Γ, qui manifeste *toutes* les propriétés énoncées par les propositions A, B, C,...; pourvu qu'un tel domaine ne comprenne aucune de ces propositions parmi ses prémisses ou fondements déductifs, et que la consistance de ses principes soit *dèja établie* ou *accordée à priori.* Si, en raisonnant dans l'enceinte d'un tel système déductif, on prouve l'existence rationnelle d'un *quid* qui vérifie à la fois A, B, C,... on aura la démonstration demandée » (PIERI, 1906 cit., p. 197).

dedicata all' « Aritmetica generale » dell'*Enciclopedia delle matematiche elementari*, redatta da Duilio Gigli [99].

Ma è tempo di giungere a un epilogo. Della nostra storia offre un'estrema propaggine Giovanni Vacca, che alla fine della seconda guerra mondiale, in una conferenza tenuta a Roma il 1° maggio 1945 e intitolata « Logica e logistica. Sui postulati dell'aritmetica e la loro compatibilità » [100], sosterrà infine l'idea radicale e piuttosto *naïve* che, dato un certo sistema di postulati opportunamente scelti, la compatibilità di questi possa risultare evidente. Vacca non ha un atteggiamento di chiusura statica nei confronti degli sviluppi della logica [101], e nella bibliografia, se non cita Gödel, menziona però il primo articolo di Gentzen sulla dimostrazione della coerenza dell'aritmetica [102]. Tuttavia l'impostazione della conferenza è disarmante: Vacca semplifica arditamente i postulati di Peano, reintroduce il concetto di catena, ripreso da Dedekind, sulla cui base propone una variante del principio d'induzione, e infine annota con un certo compiacimento « l'osservazione che questa nuova forma di postulati dell'aritmetica ci permette di dar loro un significato assai semplice ed intuitivo, in modo tale da renderne evidente la compatibilità » [103]. Non viene costruito un modello:

[99] Cfr. *Enciclopedia delle matematiche elementari*, a cura di L. Berzolari, G. Vivanti e D. Gigli, vol. 1, Milano, Hoepli, 1930, p. 110 nota; nella sezione di *Logica*, invece, Padoa, che ne è autore, si limita a definire *en passant* la compatibilità e dichiarare che sono compatibili « le Pp di ogni trattato non riprovevole » (p. 19).

[100] Pubblicata insieme con le altre due del ciclo in G. Vacca, *Origini della scienza*, Roma, Partenia, 1946, pp. 30-46.

[101] Pur essendo un convinto seguace dell'impostazione di Peano, tanto che nel novembre 1903 scrive a Vailati: « Io credo chiusa, o prossima a chiudersi l'era delle scoperte » in logica matematica (cfr. Vailati, 1971 cit., p. 226) e ritiene in quel momento pressoché impossibile migliorare il *Formulario*; ma già a dicembre dello stesso anno ammette che Russell e persino Frege possano aver fatto qualcosa di buono, seppure « in un campo diverso » (ivi, p. 228).

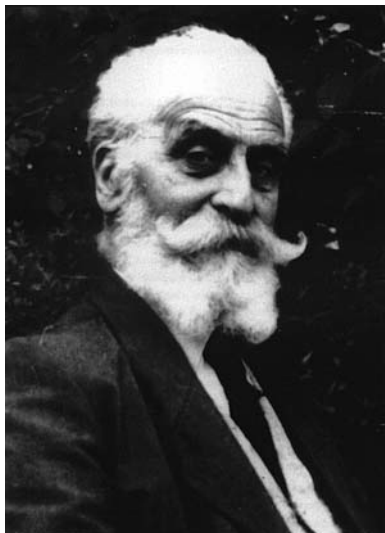
[102] G. Gentzen, *Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie*, Mathematische Annalen, 112, 1936, pp. 493-565.

[103] Vacca, 1946, cit., p. 39.

i postulati si riferiscono a un oggetto così semplice, ossia « la successione lineare a una sola dimensione » [104], che ne è evidente l'esistenza (« appare evidente all'intuizione topologica delle catene reali nello spazio » [105]) ed altrettanto evidente risulta la loro compatibilità. Vacca è molto anziano e non è detto che, a questa sua nuova assiomatica, creda egli stesso più di tanto – ma tra le molte cose « evidenti », risulta anche tale la sua commovente volontà di riaffermazione estrema e ingenua dell'impostazione degli scolari di Peano ai cui lavori egli si ispira [106], mentre il mondo della logica moderna percorre da tempo altre e lontane traiettorie.

[104] VACCA, p. 42.

[105] VACCA, p. 40.

[106] Del libretto di Vacca esiste, *ultimissima Thule* di questa vicenda, una breve segnalazione del 1957 dovuta al giovane Domenico Parisi, il quale, candidamente traducendo l'intuitività in ovvietà, riassume: « A major value of this new set of postulates is, according to the author, their greater simplicity and the obviousness of their compatibility »; cfr. Journal of Symbolic Logic, 22, 1957, pp. 307-308, a p. 308.

5. Rodolfo Bettazzi

6. Alessandro Padoa

7. Gino Fano

8. Giovanni Vacca

Marco Borga, Giuseppina Fenaroli, Antonio Carlo Garibaldi *

Alessandro Padoa: logica e dintorni

1. *Introduzione*

Alessandro Padoa è noto agli studiosi di logica e fondamenti soprattutto per le sue ricerche sulla definibilità dei concetti primitivi di una teoria assiomatica e in particolare per l'ideazione di quella tecnica, che sarà in seguito ricordata come il « metodo di Padoa », per provarne l'indipendenza intesa come mutua indefinibilità [1]. Il problema era allora di particolare interesse – siamo nell'ultimo scorcio dell'Ottocento – perché sul piano teorico, ad opera principalmente della scuola di Peano, erano in corso molte ricerche volte a individuare sistemi d'assiomi per le principali teorie matematiche, mentre sul versante *metateorico* queste erano accompagnate dall'analisi del problema dell'indipendenza (degli assiomi) e, in una fase successiva, dal più complesso (ma per Peano meno interessante) problema

* *Gli autori ringraziano i Direttori e il Personale delle seguenti Istituzioni: Archivio dell'Accademia Nazionale dei Lincei, Archivio del Personale dell'Università di Genova, Centro di Servizio Bibliotecario di Matematica e Informatica « Eugenio Togliatti » dell'Università di Genova.*

[1] Padoa presentò tale tecnica nell'anno 1900 a Parigi in occasione del Congresso Internazionale di Filosofia (*Essai d'un théorie algébrique des nombres entiers, précédé d'une introduction logique à une théorie déductive quelconque*, 1901a).

della non contraddittorietà. Conseguire l'indipendenza degli assiomi e, con Padoa, dei concetti primitivi, significava che si erano individuati i «fondamenti» (non ulteriormente riducibili) di una teoria assiomatica, anche se diverse scelte di concetti primitivi e di assiomi sono possibili per una data teoria, come già si era visto per l'aritmetica e in seguito sarà evidenziato in modo eclatante da Mario Pieri nel corso delle sue ricerche sui fondamenti della geometria.

Di Padoa sono altresì noti vari contributi alla parte logica del *Formulario* di Peano, qualche azzardata osservazione in merito al «secondo problema» di Hilbert [2] e il capitolo dedicato alla logica nella *Enciclopedia delle Matematiche Elementari* del 1930, che pur ispirandosi ad un importante lavoro dello stesso Padoa del 1912 [3], testimoniava la sua tensione costante verso la problematica logico-matematica.

Meno note possono ritenersi le vicende legate alla carriera di Padoa, che di fatto si svolse quasi per intero nel mondo della scuola secondaria superiore, ove fu un insegnante stimato e si occupò con passione e competenza di vari aspetti della sua professione (riflessioni sulle matematiche elementari, programmi e orari, collocazione della matematica nel curriculum, formazione degli insegnanti). Spesso citata è la sua celebre «esortazione» (un po' retorica ma per molti versi condivisibile) allo

[2] A. PADOA, *Le problème n. 2 de M. David Hilbert*, L'Enseignement Mathématique, 5, 1903, pp. 85-91. Per un'analisi dell'atteggiamento di Padoa di fronte al secondo problema di Hilbert, e più in generale per un confronto fra la scuola di Peano e Hilbert, si veda M. BORGA, P. FREGUGLIA, D. PALLADINO, *I contributi fondazionali della scuola di Peano*, Milano, Angeli, 1985; M. BORGA, D. PALLADINO, *Logic and foundations of mathematics in Peano's school*, Modern Logic 3, 1992, pp. 18-44; M. BORGA, D. PALLADINO, *Oltre il mito della crisi: Fondamenti e filosofia della matematica nel XX secolo*, Brescia, La Scuola, 1997; M. BORGA, *Alle origini delle ricerche metamatematiche: coerenza e indipendenza fra Ottocento e Novecento*, Epistemologia 28, 2005, pp. 3-24.

[3] A. PADOA, *La logique déductive dans sa dernière phase de développement (avec une préface de Giuseppe Peano)*, Paris, Gauthier-Villars, 1912; precedente pubblicazione su *Revue de Métaphysique et de Morale*, 19, 1911, pp. 828-883 e 20, 1912, pp. 48-67 e 207-231.

studio della matematica, rivolta anche a « chi si accinge a divenire avvocato o economista, filosofo o letterato », poiché « non gli sarà inutile saper bene ragionare e chiaramente esporre » [4]. Solo nel 1932, alle soglie dei 64 anni, ottenne la libera docenza in logica matematica che gli permise di dedicarsi all'insegnamento di tale disciplina nell'ateneo genovese.

A questi aspetti meno noti della carriera di Padoa, inseriti nel contesto culturale nel periodo, sarà dedicato il presente contributo, che rappresenta un completamento e un approfondimento di alcuni temi trattati in un recente lavoro degli stessi autori [5], quest'ultimo basato su quanto da essi presentato in occasione di una giornata di studio svoltasi lo scorso anno a Genova, città ove Padoa ha vissuto e insegnato per molti anni, a celebrazione della ricorrenza dei settanta anni dalla morte, avvenuta a Genova il 25 ottobre 1937 [6]. A tale lavoro rinviamo per le notizie biografiche, l'elenco delle pubblicazioni di Padoa [7], il ritratto del medesimo apparso sull'*Annuario dell'Università di Genova per l'a.a. 1937-38* e diversi necrologi.

[4] Si veda il contributo di Ferrera, Furinghetti e Ortica in questo volume.

[5] M. Borga, G. Fenaroli, A.C. Garibaldi, *Ricordo di Alessandro Padoa (1868-1937)*, Epistemologia, 31, 2008, pp. 133-152.

[6] Spesso viene citata come data di morte il 25 novembre 1937; in particolare ciò accade nel necrologio apparso sul Bollettino dell'UMI del 1937 (p. 248). La data corretta, come risulta dall'anagrafe del Comune di Genova, è il 25 ottobre 1937. Un'altra data sbagliata è quella riportata da Nannei nel necrologio di Padoa (E. Nannei, *Alessandro Padoa*, Bollettino di Matematica, 17, 1938, pp. 30-32), che cita erroneamente il 27 ottobre, che è invece la data delle esequie.

[7] Un altro elenco delle pubblicazioni di Padoa è stato redatto, indipendentemente, da Paola Cantù – che ringraziamo per la segnalazione – e da lei recentemente pubblicato in margine a P. Cantù, *Il carteggio Padoa-Vailati. Un'introduzione alle lettere inviate da Chioggia*, Rivista di Studi e ricerche, 30, 2007, pp. 45-70 e *Osservazioni sulla relazione di uguaglianza. Le lettere di Alessandro Padoa a Giovanni Vailati (1904-05)*, Annuario del Centro Studi Giovanni Vailati, 2008, pp. 57-73. Un primo sommario confronto rivela che i due elenchi, redatti con metodologie diverse, sono in definitiva assai simili, anche se ciascuno dei due deve essere integrato con alcuni dati

2. *La libera docenza*

Il 15 ottobre 1932 si riunisce a Roma la commissione composta dai professori Beppo Levi, Michele Cipolla e Giovanni Vacca che conferisce ad Alessandro Padoa la libera docenza in Logica Matematica.

All'atto della domanda Padoa presenta come titoli 73 articoli a stampa ed una nota inviata direttamente ai commissari intitolata *Il metodo deduttivo.* Erano sostanzialmente tutti i suoi lavori tranne le proposte ed osservazioni di carattere didattico e i necrologi; erano inclusi anche 4 lavori di carattere prevalentemente letterario, che la commissione non prende in considerazione pur riconoscendo che essi attestano « la sana partecipazione del Padoa alla vita civile e morale del Paese ».

Un gruppo di 24 lavori « contiene contributi a rami diversi delle matematiche elementari e superiori », che la commissione commenta così: « si tratta generalmente di brevi lavori, prevalentemente occasionali, i quali però dimostrano sempre acume, semplicità ed eleganza ». La commissione affronta poi l'esame dettagliato dei lavori riguardanti propriamente la logica matematica e le sue applicazioni, distinguendoli tra lavori che appartengono alla pura teoria logico-matematica e lavori che riguardano applicazioni dalla logica matematica ad argomenti della matematica elementare ed in particolare all'enunciazione di sistemi deduttivi per i fondamenti dell'aritmetica e della geometria, sottolineando che in questi « l'autore prende spesso occasione per interessanti osservazioni di indole teorica generale ». Segue la menzione di 5 lavori di carattere pedagogico elementare che « possono essere citati come prova che la sottigliezza dell'analisi logica, appoggiata da una notevole abilità didattica, può prestare aiuto piuttosto che opporsi alla chiarezza e alla facilità ». Viene altresì segnalato un lavoro che « si allontana un poco dalla pura logica per addentrarsi in con-

presenti nell'altro e al tempo stesso emendato da qualche refuso sulla base dei dati dell'altro.

siderazioni sulla teoria della conoscenza». Le considerazioni più dettagliate riguardano i lavori che appartengono alla pura teoria logico-matematica. Viene detto che «il Padoa, fedele discepolo del Peano, ne segue costantemente la ideografia pure affinandola in qualche luogo». Tra questi lavori è particolarmente considerato quello apparso nell'*Enciclopedia delle Matematiche Elementari*, che viene così commentato: «il Padoa vi fonda la logica delle classi sopra le idee primitive di «identità logica», «e», «tale che», giungendo a risultati nuovi e interessanti. Non manca nella relazione della commissione un'osservazione critica: «alla chiarezza espositiva, ovunque notevole, dei lavori del Padoa si contrappone una certa libertà che egli si attribuisce nel dare significati nuovi a parole che già hanno significato acquisito, il che meno si può approvare».

Come appare dalle precedenti citazioni, la commissione svolse un lavoro assai accurato che si concluse positivamente per il candidato:

«La commissione all'unanimità ritiene che, consentendo al Prof. Padoa il titolo di libero docente in logica matematica non si dia soltanto un meritato riconoscimento alla lunga operosità del candidato in questo ramo scientifico, ma pure si colga l'opportunità di dar cittadinanza a questo ramo di scienza nel nostro insegnamento matematico superiore» [8].

Si concludeva così una duplice battaglia: quella personale di Padoa per entrare nel mondo accademico, non solo come ospite [9], e quella sostenuta da una parte, certamente non maggioritaria, di professori universitari italiani che volevano dare alla logica matematica il posto che le competeva nell'ambito delle discipline scientifiche.

[8] Questa e le precedenti citazioni sono tratte dal verbale redatto dalla commissione (cfr. *Bollettino del Ministero dell'Educazione Nazionale*, 1933, 3° trimestre, parte II, vol. II, p. 2348).

[9] Padoa aveva tenuto in varie Università italiane ed estere conferenze di logica; mai comunque a Genova.

Per quanto riguarda la vicenda personale di Alessandro Padoa, non possiamo non ricordare i due tentativi di conseguire la libera docenza, rispettivamente nel 1909 in *Geometria descrittiva* e nel 1912 in *Filosofia teoretica* a Genova [10]. Entrambi i tentativi andarono falliti. A questo proposito converrà comunque osservare preliminarmente, per valutare un'enigmatica osservazione contenuta nel necrologio di Padoa redatto da Loria [11], che la legge sulle libere docenze era stata modificata nel 1923 da Giovanni Gentile nell'ambito del riordino dell'Università. Il Loria sembra affermare, in sostanza, che le « nuove norme » rendevano più agevole il conseguimento della libera docenza [12]. Precisiamo allora che col vecchio sistema il candidato presentava domanda ad una Facoltà; il Ministero nominava allora una commissione di 5 membri così composta: il Preside della Facoltà, che fungeva da presidente, due professori della Facoltà ritenuti cultori della materia e altri due cultori della materia tra cui un libero docente. In questo modo la Facoltà poteva praticamente decidere anche autonomamente, a maggioranza, il conferimento del titolo. Il Ministero, per altro, su parere del consiglio superiore cercava anche di compensare le eventuali carenze nel campo dei commissari locali con apporti esterni. In questa ottica va intesa la nomina di Giuseppe Peano nella commissione per la libera docenza in *Filosofia teoretica.* La nuova normativa, in vigore dal 1923, prevedeva invece un esame nazionale a Roma davanti a una commissione composta da tre commissari cultori della materia. Il candidato che otteneva in tal modo la libera docenza depositava poi il decreto presso una Facoltà di sua scelta. A questo punto lascia-

[10] Apprendiamo da Paola Cantù che già nel 1902 Padoa pensava di chiedere la libera docenza in logica matematica a Torino, ma poi la cosa non andò in porto.

[11] G. Loria, *Alessandro Padoa*, Annuario dell'Università di Genova per l'a.a. 1937-38, 1937-38, pp. 369-372.

[12] Loria afferma testualmente, a p. 370 del citato necrologio: « Nel 1932, approfittando della elasticità concessa alle norme regolatrici della libera docenza, chiese e ottenne di essere abilitato all'insegnamento della Logica matematica ».

mo al lettore il giudizio sull'affermazione di Loria in merito all'elasticità concessa alle norme regolatrici della libera docenza e a quanto Padoa ne avrebbe « approfittato »; a nostro avviso non sembra in alcun modo plausibile sostenere che queste consentirono a Padoa di ottenere un titolo che forse altrimenti non avrebbe ottenuto; se mai il giudizio implicitamente negativo di Loria può essere un segno dello scarso apprezzamento della logica matematica in Italia in quel periodo [13].

Ancora nel 1935, in una lettera inviata al Rettore dell'Università di Genova, lo stesso Padoa ricorderà di essere « il solo in Italia cui sia stata conferita la libera docenza in Logica matematica » [14].

L'ingresso ufficiale di Padoa all'Università avviene in tempi brevissimi: la commissione conclude i lavori il 15 ottobre, il decreto ministeriale di conferimento della libera docenza è firmato il 18 ottobre da Arrigo Solmi (Sottosegretario di Stato al Ministero dell'Educazione Nazionale, mentre era Ministro Francesco Ercole) e il 29 novembre alle ore 18 Padoa inizia a Genova il suo primo corso di Logica matematica, il cui programma è approvato dalla Facoltà di Scienze (in data 11 gennaio 1933), che classifica il corso come complementare. Dopo due anni il corso assumerà invece il nome « Logica ideografica ».

3. *I concorsi ai premi ministeriali*

Alessandro Padoa partecipò a vari concorsi per Premi ministeriali, per alcuni dei quali è interessante considerare i risultati, soprattutto per capire l'atteggiamento dei matematici italiani del tempo nei confronti della logica matematica.

[13] Si tenga anche conto del fatto che Loria prosegue, nel suo necrologio, affermando che « grazie al nuovo grado raggiunto [Padoa] venne incaricato di tenere nella nostra Università il corso di Geometria Descrittiva durante l'anno accademico 1935-36 », tralasciando di menzionare l'attività svolta da Padoa a partire dal 1932-33 come libero docente di Logica matematica.

[14] In effetti rimase per molti anni l'unico libero docente di Logica matematica in Italia; il secondo è stato Evandro Agazzi, che la conseguì nel 1966.

Il 27 dicembre 1901, mentre era reggente di Matematica nella R. Scuola tecnica di Colorno e comandato alle classi aggiuntive della R. Scuola tecnica « Pietro della Valle » in Roma, presenta domanda per concorrere al Premio ministeriale per le Scienze matematiche. Dalla documentazione originale conservata presso l'Archivio Storico dell'Accademia dei Lincei [15], risulta che Padoa presentò la propria produzione scientifica relativa al triennio 1899-1901 (come richiesto dal bando), corredata da un elenco commentato dei lavori. Alcuni costituiscono note critiche a testi di recente pubblicati, come gli *Elementi di Geometria* di Giuseppe Veronese e il *Libro di aritmetica e di Algebra elementare* di Paolo Gazzaniga, altri sono più direttamente orientati verso la logica e i fondamenti; fra questi ultimi il lavoro presentato al Congresso Internazionale di Filosofia svoltosi a Parigi nel 1900 (numero 7 dell'elenco redatto dall'autore), a commento del quale Padoa di sofferma in modo particolare, affermando tra l'altro che « di questo lavoro di occuparono diffusamente e ripetutamente parecchie riviste italiane, francesi, tedesche ed americane, sia di matematica che di filosofia ».

Come già accennammo nel nostro già citato lavoro su *Epistemologia*, la commissione, composta da E. Bertini, L. Bianchi, E. D'Ovidio e G. Morera (relatore), mostra da un lato di apprezzare il complesso dell'attività scientifica di Padoa; non ritenne tuttavia di includerlo tra i vincitori:

« I lavori di logica matematica e le altre contribuzioni dell'autore all'opera del prof. Peano sono improntate a lodevole precisione. Così pure degni di lode sono i suoi lavori critici sui fondamenti della geometria e dell'algebra. In complesso i lavori del Padoa rivelano mente chiara, acuta e atta alla critica: a lui spetta il merito di aver nettamente formulato il principio che nei fondamenti di ogni dottrina matematica il sistema dei simboli non definiti da impiegarsi dev'essere irri-

[15] *Elenco [datato 27 dicembre 1901 e firmato] dei lavori presentati all'Accademia dei Lincei per il concorso al premio ministeriale del 1901 per la matematica*, Acc. Naz. Lincei, Archivio Storico, Fondo R. Accademia Lincei, Pos. 11, Premi Ministeriali, B. 42, Fasc. 149, S. fasc. 7.

ducibile rispetto al sistema delle proposizioni non dimostrate, sicché da queste non sia possibile dedurre nessuna proposizione che definisca qualcuno di quelli. *Ma nessuno dei lavori del Padoa contiene ricerche originali o risultati nuovi; nessuno esce dall'ambito limitato dei fondamenti dell'aritmetica e della geometria* » [corsivo nostro] [16].

Padoa riceve apprezzamenti, pur non figurando fra i vincitori, anche in riferimento alla sua partecipazione al *Concorso ai due premi del Ministero della Pubblica Istruzione per le Scienze matematiche per il 1912*, per il quale furono nominati commissari L. Bianchi, G. Ricci, G. Castelnuovo, E. Pascal, F. Severi (relatore). L'autore partecipa con 12 lavori che vengono così commentati dalla commissione:

« Le Note 1, 2, 3 si riferiscono ad una lezione sulla teoria delle frazioni premiata in occasione de congresso di « Mathesis » del 1909. La teoria, costruita introducendo il concetto di frazione attraverso quello di coppie ordinate di numeri interi, e delle proporzionalità tra coppie siffatte, è ineccepibile dal punto di vista logico, ma lascia tuttavia esitanti intorno alla bontà del metodo.
Nella nota 4 l'autore mette in luce l'opportunità di assumere come primitivi i concetti di punto e di eguaglianza tra coppie di punti, quando si vogliano stabilire i fondamenti della geometria elementare. I lavori 5, 6, 7, 8, 9, 12 trattano tutti di questioni di logica matematica, che costituisce il campo prediletto degli studi del Padoa. Fra tutti questi lavori spicca il n. 7, in cui il Padoa ha pubblicato le lezioni di logica deduttiva da lui ultimamente tenute all'Università di Ginevra. È un piccolo trattato, che si legge molto volentieri. Un certo interesse presenta anche la nota 6, ove l'A. osserva che non appena si aggiunga al « campo caratteristico » della logica deduttiva la nozione primitiva di coppia, si può costruire tutta l'aritmetica. Meno felice appare la nota 12, ove sembra che il valore psicologico del principio di induzione venga lasciato in ombra da un esame prettamente formale della questione.

[16] *Atti della R. Accademia dei Lincei*, Rendiconto Adunanza 1.6.1902, p. 47.

Nella nota 10, l'A. propone una nuova definizione di probabilità, per modo da dare un senso matematico anche a talune questioni di probabilità che sfuggono all'ordinaria definizione.
Nella nota 11 il Padoa esprime, per incarico della Commissione italiana dell'insegnamento matematico, le sue vedute sull'insegnamento delle matematiche nelle scuole elementari, medie e di magistero. Queste vedute rispondono ad un piano meditato ed organico: di separare cioè nettamente i corsi propedeutici di carattere intuitivo, dai corsi ulteriori logico-deduttivi.
In complesso i lavori di questo concorrente denotano un ingegno chiaro, brillante, acuto in cui le doti critiche prevalgono sulle inventive » [17].

Per la sua partecipazione al *Concorso ai due premi del Ministero della Pubblica Istruzione per le Scienze matematiche e fisiche del 1931*, la commissione, costituita da G. Bruni (presidente), U. Bordoni e U. Amaldi (relatore) nella relazione presentata all'Adunanza solenne del 7 giugno 1931, non conferisce a Padoa un premio, ma non manca di elogiarlo con i commenti che riportiamo di seguito:

« L'autore, ben noto ed appassionato seguace dell'indirizzo simbolico peaniano, entro il quale ha assunto, per così dire, una posizione di estremismo, restringe questa sua trattazione del problema generale della logica alle sue vedute personali e, dopo una premessa di 'avviamento metodologico', vi espone il suo sistema ideografico, che sposta fra i 'simboli' derivati quelli di 'classe' e di 'condizione', riducendo tutto il vocabolario della logica a tre simboli, da leggersi 'è uguale a', 'e', 'tale che'. L'acutezza critica e il virtuosismo simbolico del Padoa vi trovano largo campo ad esplicarsi; ma se si tien conto dell'ufficio che, in relazione alle finalità dell' 'Enciclopedia', spettava alla trattazione introduttiva della logica generale, non pare che ad esso risponda una visione del problema così unilaterale, sia dal punto di vista storico che da quello sistematico. Ed anche a prescindere da ciò, questa trattazione, spesso inceppata, piuttosto che illuminata, dalla stessa esuberanza di acute sottigliezze e dai continui raffronti critici col sistema ideografico del Peano, sembra meno felice di altri

[17] *Atti R. Accademia dei Lincei*, Rendiconto Adunanza 1.6.1913, pp. 670-671.

scrittori congeneri dello stesso autore (cfr., ad esempio, 'Revue de Métaphysique et de Morale', 1912). Un complemento al n. 1 è recato dal n. 4 su 'Il Tutto della Logica', in cui l'A., 'sacrificando', come egli stesso dice, 'l'eleganza' della suaccennata riduzione del vocabolario della logica a tre soli simboli, afferma ed illustra l'opportunità di assumere il 'tutto' come quarto simbolo primitivo (indefinibile al pari di 'è uguale a'). [...]
Il Padoa, caratteristica figura di studioso appassionato, conferma in questi lavori le sue doti ben conosciute di acutezza e penetrazione dialettica, e, *per quanto il suo tenace attaccamento all'indirizzo della Logica simbolica, lo apparti dalle correnti più vive del pensiero matematico* [corsivo nostro], appare ben degno di essere preso, tra i concorrenti, in particolare ed alta considerazione » [18].

Alla fine del 1933 presenta domanda per partecipare al *Concorso al premio del Ministero dell'Educazione nazionale per le Scienze fisiche*; la commissione, composta da O. M. Corbino (presidente), S. Baglioni, L. Puccianti (relatore), così si esprime:

« Presenta un manoscritto intitolato: *I principi della Meccanica ricostruiti deduttivamente.* Sebbene i principi della Meccanica siano essenzialmente argomento fisico, pure il punto di vista da cui si è posto il Padoa e tutta la sua trattazione hanno esclusivamente carattere e interesse matematico.
Per questo la Commissione ritiene il lavoro del Padoa estraneo al presente concorso » [19].

Lo stesso anno si propone anche per un analogo concorso per *le Scienze Filosofiche* e viene così giudicato dalla commissione per la quale erano stati convocati L. Credaro (presidente), F. Enriques e G. Gentile (relatore):

[18] *Atti R. Accademia dei Lincei*, Rendiconto Adunanza 7.6.1931, pp. 188 e 189.

[19] *Atti R. Accademia dei Lincei*, Rendiconto Adunanza 3.6.1934, p. 377.

« Alessandro Padoa, professore di matematica e fisica nel R. Liceo 'Colombo' di Genova, è uno dei più noti cultori della logica matematica o ideografica, di cui ha dato trattazioni notevoli di carattere generale. Ma a questo concorso si presenta con un breve articolo, riassuntivo e quasi schematico, inserito in due puntate della *Rivista di Filosofia neoscolastica*; il quale contiene qualche osservazione sagacie e perspicua, ma è appena un frammento » [20].

Infine vince un premio partecipando, sempre nel 1933, al *Concorso al premio del Ministero dell'Educazione nazionale per le Scienze matematiche*, quando la commissione, composta da R. Marcolongo (presidente), F. Enriques, U. Amaldi (relatore), dopo un'accurata analisi dei suoi lavori, in particolare del manoscritto intitolato *L'Aritmetica unificata deduttivamente*, formula il seguente giudizio:

« Coi suoi pregi e le sue lievi mende, l'opera del Padoa ci sta davanti agli occhi, come un frutto maturo di quella cultura logico-matematica, che l'Autore si è formata ed ha successivamente affinata attraverso un lungo lavoro: lavoro degno di rispetto e considerazione, anche se si possa discutere sul significato della evoluzione di talune idee logiche dell'A. Resta in ogni caso che l'opera presentata al giudizio della Commissione (pur con le accennate manchevolezze, da cui potrà essere facilmente emendata, offre da più punti di vista un reale interesse matematico e mette l'A. in particolare luce ai fini del presente Concorso. [...] [La commissione] stima che l'opera di più lunga lena presentata dal Padoa, con la ricostruzione del sistema logico dell'Aritmetica, meriti di preferenza il premio, come quella che, raccogliendo il frutto di un'attività esercitata per quarant'anni nel campo dell'assiomatica e della logica simbolica, costituisce l'espressione di un ingegno acuto e originale e reca in tali ordini di questioni un apporto personale ed effettivo » [21].

Padoa riceve la comunicazione della vincita del premio nel 1934. Partecipa infine nel 1934, con domanda presentata il 19

[20] *Ibidem*, p. 386.
[21] *Ibidem*, pp. 374 e 375.

novembre, al *Concorso al premio di Incoraggiamento per la Matematica* bandito alla Reale Accademia d'Italia [22]. Alla domanda allega tra l'altro 10 tra manoscritti e dattiloscritti inediti dei quali faremo cenno in un paragrafo successivo. Padoa viene dichiarato vincitore di uno dei premi nella seduta del 15 marzo 1935, quando, come si legge nel verbale:

« Su invito del Presidente, Fermi riferisce sui lavori preparatori della Commissione per i premi di incoraggiamento [...] Dopo questa discussione vengono singolarmente esaminate le varie domande e lette le relazioni preparate in proposito dai relatori, e viene compilato collegialmente l'elenco delle proposte di premio ».

Si tratta di una distribuzione « a pioggia », che distingue tra « encomi » (6), « premi » (11) e « sovvenzioni » (53) di importi diversi, attribuiti anche a riviste scientifiche. Questo riconoscimento è quindi diverso dai premi di cui si è parlato in precedenza. La motivazione con cui a Padoa viene attribuito uno dei « premi » è « per i suoi scritti di matematica » [23].

4. *L'attività scientifica di Padoa dopo il 1932*

L'attività scientifica di Padoa dopo il conseguimento della libera docenza prosegue nelle due direzioni già delineate in precedenza, quella logica e quella orientata verso le matematiche elementari. « Il contributo di G. Peano all'ideografia logica », pubblicato sul *Periodico di matematiche* nel 1933, costituisce una sorta di omaggio a Peano, allora recentemente scomparso, mentre nel saggio « Logica ideografica », pubblicato in

[22] Per alcuni riferimenti storici ai Premi banditi dalla Reale Accademia d'Italia, si veda P. CAGIANO DE AZEVEDO, E. GERARDI, *Reale Accademia d'Italia. Inventario dell'Archivio*, Ministero per i Beni Culturali e Ambientali, Dipartimento per i Beni Archivistici e Librari, Direzione Generale per gli Archivi, 2005.

[23] *Reale Accademia d'Italia*, Verbale [manoscritto] dell'Adunanza della Classe di Scienze FMN del 15.3.1935; Archivio Storico, verbale n° 11, pp. 99-106.

varie parti nel 1933-34 sulla *Rivista di Filosofia neoscolastica*, e in « Proposizioni primitive indipendenti », pubblicato nel 1933 sul *Periodico di matematiche*, prosegue la sua opera di divulgazione della logica ideografica.

Nel 1933-34 pubblica sul *Periodico di matematiche* diversi altri lavori attinenti le matematiche elementari: « Sulle unità frazionarie », « Su una proprietà dei numeri naturali », « Le frazioni scindibili in due unità frazionarie », « Una proposizione di Erone ridimostrata e completata »; risale invece al 1935 il lavoro « Sull'impossibilità di estendere il corpo dei numeri complessi ordinari ».

Il 1935 vede la partecipazione di Padoa al Congresso internazionale di Filosofia Scientifica tenutosi a Parigi in settembre. Presenta tre comunicazioni, che saranno inserite negli Atti del congresso:

1) « Ce que la Logique doit à Peano », *Actes du Congrès international de Philosophie scientifique* (Paris, 1935), vol. VIII, Hermann, Paris, 1936, pp. 31-37.
2) « Classes et pseudo-Classes », *Ibidem*, vol. III, pp. 26-28.
3) « Les extensions successives de l'ensemble des nombres au point de vue déductif », *Ibidem*, vol. VII, pp. 53-59.

Al congresso erano presenti studiosi di spicco come Reichenbach, Tarski, Carnap, De Finetti, Enriques, Russell, ecc.

Il giornale *Le Temps* pubblicò ogni giorno un resoconto delle sedute. Padoa è citato per una discussione con vari studiosi, nella terza giornata, sul terzo escluso e sulle logiche a più valori. Egli fece conoscere questo articolo (che lo elogiava) allegandone una copia alla lettera che scrisse al Rettore dell'Università di Genova Mattia Moresco, da noi riprodotta altrove [24].

[24] BORGA, FENAROLI, GARIBALDI 2008 cit., pp. 141-142. In tale lettera, datata 1 ottobre 1935, ricorda fra l'altro a Moresco di essere stato da qualche giorno collocato a riposo come professore di scuola media superiore, di essere in grado di dedicarsi completamente all'attività scientifica e chiede di essere tenuto presente negli scambi di professori tra l'Italia e la Francia, il

Il Rettore gli rispose con la seguente, datata 8 ottobre 1935 [25]:

«... ho letto col maggiore interesse il «Temps» e per l'antica conoscenza che ho del Suo vivacissimo ingegno, non mi sono affatto stupito di leggervi quale e quanto sia stato il Suo successo scientifico e personale a Parigi. Ma me ne rallegro tuttavia di gran cuore con lei, mentre la ringrazio a nome della nostra Università che Ella ha così brillantemente rappresentato. E la prego di accogliere i miei amichevoli saluti. Suo Moresco».

Quando, l'anno successivo, l'Editore Hermann pubblicò gli Atti integrali del Congresso, Padoa ne fece avere una copia al Rettore, che ne dispose la donazione alla Biblioteca Matematica che tuttora lo conserva.

Nel 1935-36 fu affidato a Padoa l'incarico di Geometria Descrittiva presso la Facoltà di Scienze dell'Università di Genova, succedendo a Gino Loria, collocato a riposo.

Il 1937, ultimo anno della sua vita, vede la sua impegnata partecipazione al primo Congresso UMI. Egli vi presenta due comunicazioni: una riguardante le matematiche elementari nella sezione «Geometria» e una di logica matematica nella sezione «Storia della Matematica, Logica, Matematica Elementare, Fondamenti». L'importanza che egli attribuiva a quest'ultima, dal titolo «Automatismo deduttivo», è attestata dal fatto che egli ottenne di pubblicarla subito sul *Bollettino di Matematica* di Conti, non volendo attenderne la pubblicazione negli Atti del Congresso; fu comunque inserita anche negli Atti, pubblicati nel 1938 [26].

Ci sembra interessante aggiungere, a proposito del primo Congresso UMI, che Ugo Cassina vi presentò una comunica-

Belgio e la Svizzera, aggiungendo che sarebbe inoltre disposto a recarsi in Argentina o il Brasile.

[25] Anche la risposta di Moresco è conservata nel fascicolo di Alessandro Padoa presso il Dipartimento Gestione e Sviluppo Risorse Umane dell'Università di Genova, Archivio del Personale e Stato Matricolare, Settore XII.

[26] *Atti del Primo Congresso dell'UMI*, Bologna, Zanichelli, 1938, pp. 503-507.

zione dal titolo « Parallelo tra la logica teoretica di Hilbert e quella di Peano », in cui viene analizzato, confrontandolo col *Formulario*, il volume *Grundzüge der theoretischen Logik* di Hilbert e Ackermann (1928). Il testo integrale della comunicazione di Cassina, che appare piuttosto critico verso lavoro di Hilbert e Ackermann, fu pubblicato sul *Periodico di Matematiche* del 1937 (pp. 129-138).

Un'altra comunicazione degna di nota, il cui testo fu pubblicato sugli Atti del Congresso (pp. 512-520), è intitolata *Saggio di una classificazione dei metodi usati nell'Aritmetica generale*; ne è autore Alpinolo Natucci, insegnante di scuola secondaria a Chiavari, che era stato in contatto con Peano e mostra di conoscere molto bene i lavori di Padoa, che viene citato numerose volte. Natucci è al corrente dei risultati più recenti: cita il testo di Waismann del 1936, dedica un paragrafo del suo articolo al risultato di Skolem del 1933 circa l'impossibilità di caratterizzare i naturali con un numero finito di assiomi e soprattutto enuncia e commenta (in modo appropriato) il risultato di Gödel sull'indimostrabilità della consistenza [27].

Il lavoro, che è di fatto una rassegna delle varie questioni relative alla critica dei principi dell'Aritmetica, si conclude con il problema dei successivi ampliamenti del campo numerico, dove viene citato nuovamente Padoa anche per la costruzione dell'aritmetica dei numeri complessi.

[27] È interessante confrontare quest'ultimo fatto con quanto afferma Paolo Pagli nella prefazione all'edizione italiana (per i tipi di Muzzio, Padova, 1991) di S. G. SHANKER, *Gödel's Theorem in Focus*, ove scrive (pp. VII-VIII): « La prima menzione, in Italia, della memoria di Gödel del 1931, compare in un'appendice alle *Nove Lezioni di logica simbolica* di Innocenzo Maria Bochenski [Roma, Angelicum, 1938], allora docente di Logica formale all'Istituto Pontificio Internazionale 'Angelicum' di Roma ». Ci sembra che Natucci possa, dal punto di vista considerato, quanto meno essere « affiancato » a Bochenski.

5. *Inediti*

Lo stile di Padoa, che continuava nel tempo ad affinare le studio di problemi già affrontati, e il suo riconosciuto talento espositivo, hanno fatto sì che la sua produzione scientifica risulti costellata di molti inediti, anche in considerazione delle sue numerose scadenze concorsuali cui si è già fatto riferimento.

Due inediti di Padoa sono stati pubblicati da Giannattasio nel 1968. Uno di questi lavori, come riferisce Giannattasio, porta in calce all'ultima pagina l'indicazione « Pinerolo, Novembre 1897 »; l'altro, non datato, appare dello stesso periodo. Giannattasio osserva che i due manoscritti recano sulla copertina i due numeri progressivi 14 e 15 segnati dall'autore stesso in occasione della presentazione a qualche concorso, come riferitogli da Giovanna Padoa, figlia di Alessandro [28].

Un elenco di 10 manoscritti o dattiloscritti, da noi già menzionato in Borga, Fenaroli, Garibaldi [2008], era stato presentato nel 1934 per il *Concorso al premio di Incoraggiamento per la Matematica* bandito alla Reale Accademia d'Italia (in occasione del quale, come abbiamo visto, ottenne un « premio ») e sono stati resi disponibili dall'Archivio Storico dell'Accademia dei Lincei. Essi riguardano le matematiche elementari e alcune questioni di storia e di logica. Tre manoscritti trattano una teoria dei massimi e minimi per i sottoinsiemi di **R**, con teoremi dimostrati alcuni per via analitica altri per via sintetica, a volte accompagnati da interessanti osservazioni sia di tipo epistemologico che didattico. Un manoscritto riprende sette lavori di Peano antecedenti il *Formulario* e precedenti il 1894, esposti con cura nei loro contenuti, commentati e in alcune parti arricchiti con precisazioni e annotazioni proprie di Padoa. Un manoscritto espone risultati di calcolo numerico e prende spunto dalla tabella $2/n$ del Papiro Rhind di epoca egiziana. Un altro breve dattiloscritto presenta l'insieme dei numeri complessi ordinari e mette in evidenza il fatto che non è

[28] A. GIANNATTASIO, *Due inediti di Alessandro Padoa*, Physis, 10, 1968, pp. 309-336; in particolare p. 313.

contenuto in alcun altro insieme numerico [29]. Di tipo didattico e relativo al calcolo numerico è il manoscritto che tratta quadrati e doppi quadrati, come pure quello che individua per via ipotetico-deduttiva la risultante di due forze non opposte che agiscono su uno stesso punto. Infine gli ultimi due manoscritti sono su temi geometrici, uno relativo a poligoni incostruibili e l'altro sulle lunule quadrabili, con problemi e questioni affrontati a volte anche per via analitica.

L'interesse di questi lavori è ancora da valutare, come pure il fatto che tutti siano effettivamente rimasti inediti. Fin d'ora possiamo tuttavia osservare che i temi affrontati in tre di questi lavori, e precisamente nel manoscritto *Lunule quadrabili* (11 pagine) e nei dattiloscritti *Poligoni incostruibili* (anch'esso di 11 pagine) e *Individuazione ipotetico-deduttiva della risultante di due forze non opposte agenti su uno stesso punto* (6 pagine), furono in verità esposti in altrettante comunicazioni di Padoa in occasione della XXIII Riunione della Società Italiana per il Progresso delle Scienze (Napoli, 11-17 ottobre 1934), per cui figura a p. 203 degli Atti della Riunione, pubblicati nel 1935, una breve descrizione del contenuto di tali comunicazioni (intitolate rispettivamente *Sui poligoni incostruibili*, *Lunule quadrabili* e *Intensità della risultante*), che, negli Atti, si trovano nella sezione relativa alla quarta seduta, del 15 ottobre 1934; salvo questi brevi « riassunti », sembra che i lavori siano rimasti inediti.

Un inedito dal titolo « A proposito di un nuovo sistema fondamentale della geometria elementare », verosimilmente risalente al 1899 e da noi rinvenuto nel « Fondo Padoa » presso la Biblioteca del Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova, attende d'essere pubblicato.

[29] Il già citato lavoro dal titolo *Sull'impossibilità di estendere il corpo dei numeri complessi ordinari*, pubblicato nel 1935 sul *Periodico di Matematiche*, pp. 63-64, sembra costituire una revisione del presente dattiloscritto, dal quale differisce tuttavia nella forma.

Giuseppe Ferrera, Fulvia Furinghetti, Maria Ortica *

Alessandro Padoa: un insegnante tra dimensione internazionale e problemi locali

1. *Introduzione*

Il contributo di Giuseppe Peano alla ricerca matematica è così importante che mette in ombra un altro aspetto della sua attività: il suo contributo alla riflessione sull'insegnamento della matematica. Tale contributo è testimoniato dai suoi articoli in riviste dedicate all'insegnamento della matematica, dalla fondazione della *Rivista di Matematica* che, almeno nelle intenzioni, è dedicata a questo tema, dai suoi libri di testo e di divulgazione per la scuola. Questo aspetto 'didattico' di Peano ha un risvolto interessante nel fatto che alcuni membri della sua scuola furono insegnanti di valore e parteciparono attivamente alla discussione sull'istruzione matematica in Italia.

In questa nota ci occupiamo di uno dei più famosi afferenti alla scuola di Peano, Alessandro Padoa (Venezia, 14 ottobre 1868 - Genova, 25 ottobre 1937[1]), illustrando alcuni aspetti

* *Ringraziamo il prof. Andrea Balbo del Liceo Ginnasio « G. F. Porporato » di Pinerolo per le informazioni e il materiale fornito.*

[1] In M. Borga, G. Fenaroli, A. C. Garibaldi, *Ricordo di Alessandro Padoa (1868-1937)*, Epistemologia, 31, 2008, pp. 133- 152, è chiarita definitivamente la data di morte.

collegati alla sua professione di insegnante. Parlare di Padoa ci consente di tracciare uno spaccato del mondo della scuola dell'epoca, in un periodo cruciale per l'istruzione matematica, a livello nazionale e internazionale.

Padoa conseguì a Torino la laurea in matematica nel 1895 e il diploma di magistero in matematica nel 1896. Iniziò la sua carriera scolastica nel 1896-97 al Liceo pareggiato di Pinerolo (ora Liceo ginnasio « G. F. Porporato ») e successivamente insegnò in varie regioni d'Italia finché approdò a Genova nel 1908 nel Regio Istituto Tecnico « Vittorio Emanuele II ». Dall'anno scolastico 1923-1924, insegnò al Liceo Ginnasio « C. Colombo » della stessa città, dove rimase fino al collocamento a riposo (1935) [2].

I due poli geografici della sua vita professionale furono Torino per la sua ricerca matematica e Genova per la sua professione di insegnante. Per ragioni diverse entrambi gli ambienti influirono, direttamente o indirettamente, sulla sua opera.

2. *Pulsioni e fermenti nel mondo dell'istruzione matematica al tempo di Padoa: il contesto internazionale*

A partire dalla fine dell'Ottocento un aspetto importante dell'istruzione matematica fu l'internazionalizzazione del dibattito, così come avveniva nell'ambito della ricerca matematica. Questi movimenti erano, a loro volta, conseguenza della spinta verso la comunicazione (si pensi alle esposizioni universali) che veniva dalla società e dalla comunità scientifica (nel 1897 a Zurigo si tenne il primo Congresso Internazionale dei Matematici che poi sarebbe diventato un appuntamento quadriennale). Due manifestazioni evidenti dell'internazionalizzazione nel campo dell'istruzione matematica furono:

– nel 1899 la fondazione del giornale franco-svizzero *L'Enseignement Mathématique* che dichiarava esplicitamente

[2] Per ulteriori informazioni biografiche si veda BORGA, FENAROLI, GARIBALDI 2008 cit.

tra i suoi scopi l'internazionalizzazione, la solidarietà e la comunicazione dei problemi di insegnamento matematico;

– nel 1908, durante il quarto Congresso Internazionale dei Matematici a Roma, la fondazione di una commissione che doveva studiare i problemi dell'istruzione matematica nei vari paesi. L'idea di questa commissione era nata da una serie di interventi pubblicati nel 1905 nel giornale *L'Enseignement Mathématique* [3]. Tale commissione esiste tuttora con il nome International Commission on Mathematical Instruction (ICMI). Nel seguito useremo questo acronimo in riferimento a tutti i periodi.

Aggiungiamo che, escluso il primo, in ogni Congresso Internazionale dei Matematici era prevista una sezione dedicata alla didattica (da sola o associata a argomenti considerati affini quali storia, filosofia, ...), i cui resoconti apparivano negli atti. Sappiamo che anche insegnanti secondari partecipavano a questi congressi e, in particolare, alle sezioni didattiche.

Il processo di internazionalizzazione coinvolse anche l'Italia. Il *Bollettino della « Mathesis »* dal 1909 al 1920 informava regolarmente delle iniziative in ambito ICMI, di eventi e pubblicazioni esteri. A Genova Loria, che dal 1904 era membro del Comité de Patronage del giornale *L'Enseignement Mathématique*, aveva contatti internazionali anche nel campo dell'istruzione matematica. Padoa stesso frequentò convegni internazionali di matematica [4] e di filosofia e tenne conferenze all'estero [5]

[3] Per eventi e persone inerenti ICMI si veda F. FURINGHETTI, L. GIACARDI, *The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). History of ICMI*. http://www.icmihistory.unito.it/, 2008.

[4] Ai convegni quadriennali dei matematici a Parigi (1900) Padoa presentò nella sezione 1 (*Arithmétique et Algèbre*) la comunicazione « Un nouveau système irreductible de postulats pour l'Algèbre » e nella Section III (*Géométrie*) « Un nouveau système de définitions pour la géométrie euclidienne ». A Cambridge (UK) nel 1912 fu eletto chairman della sezione *Philosophy and History* del 26 agosto e presentò due comunicazioni: nella sezione I (*Arithmetic, Algebra, Analysis*) « Une question de maximum ou de minimum » e nella sezione IV(a) (*Philosophy and History*) « La valeur et les

e l'Istituto tecnico di Genova in cui insegnò per 20 anni è elencato tra i sette partecipanti collettivi al Convegno mondiale dei matematici di Strasburgo (1920).

3. *La situazione italiana*

All'inizio del Novecento la matematica italiana non viveva più il momento di fulgore che aveva caratterizzato il periodo seguito alla nascita della nazione, ma aveva ancora un ruolo di rilievo internazionale e l'italiano era una delle lingue accettate ufficialmente in convegni e giornali di ricerca. Alcuni matematici dell'Ottocento avevano partecipato alla nascita della nazione e alla costruzione del suo sistema educativo. Nel periodo successivo matematici di rilievo, quali G. Peano, B. Levi, G. Loria, G. Castelnuovo, F. Enriques, A. Severi, si occuparono ancora dei problemi dell'istruzione matematica.

Nel mondo della scuola si delineava definitivamente la figura professionale dell'insegnante di matematica. Ciò avveniva attraverso il fiorire di riviste specificamente dedicate all'insegnamento della matematica, attraverso la fondazione (1895) e lo sviluppo della Mathesis e i convegni nazionali da essa promossi. Le varie forme di associazionismo e comunicazione permettevano agli insegnanti di discutere i vari problemi inerenti l'istruzione matematica e la loro condizione professionale. Questi fenomeni non erano ristretti all'Italia. Per esempio, in Gran Bretagna nasceva la « Mathematical Association » come proseguimento di una già esistente « Association

roles du principle d'induction mathèmatique ». Questo contributo fu discusso da G. Itelson e da B. A. Russell, il quale continuò il suo intervento nel giorno successivo con replica di Padoa. Nel 1928 (Bologna) Padoa presentò il lavoro « Proposizioni assiomatiche » nella sezione VI (*Matematiche elementari, Questioni didattiche, Logica matematica*) e « Un duplice sistema indeterminato » nella sezione I-A (*Aritmetica, Algebra, Analisi*).

[5] Per quelle tenute all'Università di Ginevra si veda il riassunto pubblicato nel *Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche*, 1911, 13, pp. 37-44. Il programma è pubblicato anche ne *Il Bollettino di Matematica*, 1910, 9, pp. 11-12.

for the Improvement of Geometrical Teaching» e nel 1894 usciva il primo numero della sua rivista *The Mathematical Gazette.*

I primi decenni del ventesimo secolo videro un susseguirsi di discussioni sui programmi. La riforma Gentile (1923) segnò la fine di questo periodo e l'apertura di un nuovo fronte di dibattito che riguarda: abbinamento Matematica e Fisica negli Istituti Superiori, orario di insegnamento (in particolare, distribuzione di ore tra materie umanistiche e scientifiche), stipendi, carico orario degli insegnanti, numero di classi affidate a ciascun insegnante.

A proposito dei programmi, un tema dibattuto era il rapporto tra rigore e intuizione. La discussione originava da considerazioni didattiche, ma era anche una ricaduta nella scuola degli studi sui fondamenti della matematica sviluppati internazionalmente a cavallo tra Ottocento e Novecento. Il problema del rigore nei vari livelli scolari era discusso anche in ambito ICMI dai matematici e da chi si occupava di insegnamento matematico.

Un altro tema dibattuto era la formazione degli insegnanti. Dal 1876 erano operanti presso le facoltà di scienze le scuole di magistero che abilitavano all'insegnamento ed erano finalizzate a tenere i futuri insegnanti a contatto con la scuola. A causa della loro modesta incidenza sulla reale formazione degli insegnanti, si svilupparono nuove proposte, che portarono a due posizioni di fondo: una favorevole alla differenziazione di una «laurea didattica» con un primo biennio in comune con la «laurea scientifica» e un secondo biennio specializzato; un'altra favorevole a mantenere un corso di studi sostanzialmente unitario, potenziando invece le scuole di magistero.

Un contributo alla formazione degli insegnanti venne dalla pubblicazione delle *Questioni riguardanti la geometria elementare* (Zanichelli, Bologna, 1900), opera di grande rilievo (subito tradotta in tedesco per iniziativa dello stesso Klein) divenuta poi *Questioni riguardanti le matematiche elementari* (prima edizione 1912, seconda edizione 1914 [6], terza edizione

1924-27). Nella prima riunione della nuova « Mathesis, Società italiana di matematica » nel 1908 si era discusso sull'opportunità di pubblicare un'*Enciclopedia delle matematiche elementari.* I primi volumi videro la luce negli anni 1929-1936 (con ritardo a causa della prima guerra mondiale) [7] e l'opera fu completata solo nel secondo dopoguerra.

Riconosciamo nei problemi dibattuti in passato temi ricorrenti: cambiando nomi e date i passi che leggiamo nei quotidiani e nelle riviste per insegnanti dell'epoca si adattano all'attuale discussione. Le differenze più rilevanti sono nella considerazione sociale dell'insegnante, che era elevata nonostante lo stipendio fosse anche allora modesto, e nella partecipazione degli insegnanti al dibattito, più personale e meno demandata a enti istituzionali quali sono ora i sindacati. Testimonianze di questa partecipazione vengono dai verbali delle riunioni Mathesis e da articoli pubblicati ne *Il Bollettino di Matematica.* Il sistema di reclutamento universitario e la possibilità di conseguire la Libera Docenza costituiscono un'ulteriore differenza tra le carriere degli insegnanti del passato e del presente.

4. *Il contributo di Alessandro Padoa al dibattito sull'insegnamento della matematica*

Le attività di Padoa si collocano nel contesto che abbiamo delineato. Il suo contributo agli studi logici è illustrato da Borga, Fenaroli, Garibaldi (2008). Quanto alla sua professione di insegnante di scuola secondaria, che fu affiancata dalla docen-

[6] Padoa scrisse il capitolo « Sui massimi e minimi delle funzioni algebriche elementari », 1914, vol. 2, pp. 453-540, Bologna, Zanichelli. Su questo tema scrisse alcuni articoli pubblicati nel *Bollettino di Matematica*, nel *Periodico di Matematiche*, nei *Nouvelles Annales de Mathématique* e negli atti del Convegno Mondiale dei Matematici del 1912.

[7] Padoa scrisse il capitolo « Logica » (1930e). In A. Conti, *La questione dei Professori di matematica e fisica e il Congresso della Mathesis* (Il Bollettino di Matematica, n. s. 8, 1929, pp. 152-157; cit. p. 156), si dice che l'enciclopedia « comincia a vedere la luce per merito dei prof.i Berzolari, Vivanti e Padoa ».

za in corsi universitari, egli è un rappresentante di quella categoria di 'insegnanti speciali' del suo tempo che coltivavano studi nella ricerca matematica. Per alcuni di loro, per esempio G. Scorza e B. Levi, la scuola secondaria fu un periodo intermedio che precedette la carriera universitaria, per altri, come Padoa, coesistono i due ruoli, e la ricerca ha il riconoscimento della Libera Docenza e, eventualmente, l'incarico di insegnamento in corsi universitari.

A grandi linee il contributo di Padoa nel campo dell'educazione matematica si sviluppa secondo questi orientamenti:

– riflessione e approfondimenti su aspetti della matematica elementare, in linea con l'opera di Klein (*Matematiche elementari da un punto di vista superiore*) e delle *Questioni* di Enriques;

– partecipazione al dibattito sui problemi dell'istruzione articolati nei due filoni programmi e riforme, formazione e professione degli insegnanti.

Il primo aspetto è sviluppato nei libri di testo e in articoli pubblicati su riviste nazionali e internazionali dedicate all'insegnamento della matematica. Il secondo aspetto è testimoniato dai suoi importanti e appassionati contributi nei convegni degli insegnanti italiani, dei lavori in ambito ICMI, dalla partecipazione all'attività della sezione Ligure della Mathesis.

5. *Riflessione e approfondimenti su aspetti della matematica elementare*

Tra i molti articoli di riflessione sulla matematica elementare ricordiamo quello pubblicato su *L'Enseignement Mathématique* (*Inscriptibilité des polygones articulés dans une circonférence*, 1909b). L'articolo tratta il tema dei poligoni presente in altri suoi lavori; è ripreso da C. Cailler nello stesso volume del giornale.

Padoa scrisse un libro di testo *Matematica intuitiva* (Palermo, vol. 1 1923, vol. 2 1924, vol. 3 1925) per il ginnasio inferiore. Lo sforzo dell'autore per avvicinarsi allo studente si manifesta nella scelta di usare uno stile di tipo narrativo nel

presentare concetti e processi. Per esempio, spiega che cosa si intende per superficie, linea, contorno apparente suggerendo di guardare la luna in una notte senza nubi. Questo tono ricorda quello di Peano nel libretto *Giochi di aritmetica e problemi interessanti* (1924). Come Peano, egli mostra un particolare interesse per la scuola elementare, che è coerente con quanto afferma rifacendosi alla esperienza di insegnamento nella secondaria superiore:

« Benché io non abbia insegnato nelle scuole elementari, mi ritengo più competente di un maestro a pronunciarmi circa la estensione da darsi al programma di matematica nella scuola elementare; e ciò per aver avuto occasione di insegnare in ciascuna (una sarebbe bastata per tale esperienza) delle scuole successive ad essa (ginnasio, scuola tecnica e complementare) » [8].

Vedremo che il suo rapporto ICMI riguarda anche questo livello scolare.

In Padoa si intravede il tentativo di risolvere un conflitto, che è anche in Peano, tra l'esigenza di rigore nell'esposizione matematica e la consapevolezza delle difficoltà degli alunni. Nella relazione della commissione giudicatrice (E. D'Ovidio, G. Castelnuovo, R. Bettazzi, T. Vannini, E. Nannei) per il Premio istituito dalla Mathesis per una lezione di matematica leggiamo un passo che ci illustra le difficoltà di risolvere questo conflitto:

« Padoa prospettò ampiamente tutta la teoria delle frazioni, dando chiara visione del modo con cui egli l'esporrebbe nella prima classe dell'istituto tecnico; mostrando padronanza dell'argomento, conoscenza sicura dei vari metodi, facilità e precisione di parola. Pur facendo qualche riserva sull'efficacia didattica del metodo seguito e sulla forma oratoria della lezione (avuto riguardo agli alunni cui la lezione doveva essere rivolta) » [9].

[8] Padoa 1910b.

[9] Relazione della Commissione giudicatrice del concorso per una lezione di Matematiche Elementari, *Atti del II Convegno Mathesis*, 1909, pp.

La linea guida dell'azione didattica di Padoa è la convinzione sulla forza del corretto ragionamento matematico, espressa nel seguente passaggio:

« Nessun altro studio richiede meditazione più pacata: nessun altro meglio induce ad essere *cauti nell'affermare, semplici ed ordinati nell'argomentare, precisi e chiari nel dire*: e queste semplicissime qualità sono sì rare che possono bastare da sole ad elevare, chi ne è dotato, molto al di sopra della maggioranza degli uomini. Perciò io esorto a studiare Matematica pur chi si accinge a divenire avvocato o economista, filosofo o letterato: poiché io spero e credo non gli sarà inutile saper bene ragionare e facilmente esporre » [10].

Questa convinzione lo sostiene nel cercare di far condividere a tutti gli studenti la razionalità della matematica, come evinciamo dalla relazione del 1909 nei suoi fascicoli personali:

« Il programma di aritmetica e di algebra fu svolto per intero e, ciò che più importa, fu compreso e assimilato dalla grande maggioranza degli alunni. Avrei potuto svolgere interamente anche quello di geometria, se non avessi dovuto sostare sovente per accertare di essere seguito dai migliori, per sorreggere e trascinarmi dietro i vacillanti [...] Né me ne rimprovero [...] minor fatica m'avrebbe costato il dimostrare un'altra decina di teoremi che non il far apprendere veramente quelli dimostrati ».

Padoa si impegnò anche nella divulgazione. Nel 1901-1902 tenne un corso di matematica elementare all'Università popolare di Roma « al quale riuscì ad attrarre e conservare un pubblico numeroso e varissimo per età e preparazione » [11]. Nel fascicolo personale conservato all'I. T. Vittorio Emanuele II » è conservato un ritaglio del *Journal de Genève* (10 gennaio 1911) nel quale si parla di una « très captivante leçon [..], qui a été

30-31. Padoa vinse con la lezione sulle frazioni esposta in PADOA 1909c, 1910a. Le frazioni furono oggetto di altri suoi articoli.

[10] PADOA 1898b.

[11] PADOA 1910b, p. 78.

suivie avec une attention soutenue par une assistance forcément composée de personnes plus ou moins préparées par leurs études à en profiter ».

6. *Partecipazione al dibattito sui problemi dell'istruzione*

Padoa partecipò attivamente alle attività di ICMI. Fu presente all'importante convegno di Parigi del 1914 [12] e, accanto ad alcuni importanti matematici dell'epoca, intervenne nel dibattito sui due temi in discussione: A) Il ruolo della matematica nella preparazione dell'ingegnere; B) Lo spazio e il ruolo della matematica nell'insegnamento secondario.

Quando l'ICMI lanciò l'iniziativa di raccogliere rapporti internazionali sull'insegnamento della matematica nei vari paesi si formarono sottocommissioni nazionali incaricate di redigere tali rapporti. L'Italia ne produsse 11 (10 fascicoli) che furono pubblicati negli anni 1910-1912 sul *Bollettino della "Mathesis"* e su *Il Bollettino di Matematica.* Padoa non era membro della sottocommissione nazionale, ma fu invitato a redigere il rapporto sul tema « Osservazioni e proposte circa l'insegnamento della matematica nelle scuole elementari, medie e di magistero ». Come gli altri rapporti ICMI, anche questo dà una fotografia della scuola dell'epoca. L'autore mette a fuoco il suo pensiero su alcuni punti cruciali dell'insegnamento matematico e delinea possibili programmi per la scuola elementare e media. Commentiamo alcuni punti significativi.

Riguardo ai primi anni scolari Padoa ritiene che « l'antica breve scuola elementare sia insufficiente così a dare una durevole coltura, per quanto rudimentale, come ad avviare, con fondata lusinga di buoni risultati, alle più umili manifestazioni di attività agricola, industriale o commerciale » [13]. Auspica l'istituzione « di scuole professionali inferiori, variamente specia-

[12] Si veda H. Fehr, *Compte rendu de la Conférence internationale de l'Enseignement mathématique. Paris, 1-4 avril 1914*, L'Enseignement Mathématique, 16, 1914, pp. 165-226.

[13] Padoa 1910b.

lizzate, che integrino la vera *scuola elementare* – comune a tutti – sfollando efficacemente le scuole medie, e cioè sin dal loro inizio ». Ciò permetterà di trovare « negli alunni meno estesa ma più sicura preparazione, e meno diffusa la umiliante e snervante accettazione della propria insufficienza intellettuale ».

Per i successivi anni scolari Padoa delinea una gradualità nel portare l'alunno a recepire il metodo deduttivo.

« L'insegnamento della matematica nella *scuola media* [...] parmi debba svolgersi in tre corsi successivi (*preparatorio, deduttivo, complementare)*, ben collegati ma nettamente distinti: dei quali *i primi due* (triennali ciascuno) dovrebbero essere comuni a tutte le eventuali suddivisioni che si ritenessero opportune nella scuola media per altre ragioni, mentre *il terzo* dovrebbe essere vario di contenuto e di durata, conforme alle accennate suddivisioni. Incomincio ad esporre le mie vedute circa il corso *deduttivo* perché, dovendo esso formare il nòcciolo della coltura matematica generale, soltanto dalle sue effettive *esigenze* si deve trar norma nello stabilire programmi e metodi per il corso *preparatorio* [e che cosa demandare al corso *complementare*]. [...] In tutto questo triennio [del corso preparatorio], l'insegnante non deve dare alcuna *dimostrazione deduttiva,* ma soltanto *spiegazioni intuitive ed analogiche*, che gli alunni non dovranno ripetere; essi devono soltanto eseguire esercizi, ripetere regole e risolvere problemi » [14].

Riguardo all'insegnamento geometrico Padoa sottolinea il valore e l'importanza delle definizioni geometriche e, rifacendosi alle idee sui fondamenti della geometria di G. Peano, Beppo Levi e M. Pieri, indica quale

« unico sistema accettabile di definizioni geometriche quello in cui, oltre ai *punti*, non viene assunta quale primitiva (non definita) alcuna altra figura (retta, piano, segmento, ecc. [...]), ma soltanto *la relazione di uguaglianza fra coppie di punti* [...] » [15].

[14] PADOA 1910b, p. 77, 81.
[15] PADOA 1910, pp. 82-83.

Nello stesso tempo riprende alcune idee di G. Vailati sul ruolo dell'intuizione e della dimostrazione.

« [Nel corso deduttivo] credo si possa omettere la *dimostrazione* di quelle proposizioni che enunciano fatti di intuizione immediata o perfettamente analoghi ad altri già dimostrati, senza però sostituire le dimostrazioni omesse con spiegazioni empiriche (da usarsi esclusivamente nel corso *preparatorio*). Il *libro di testo* dovrebbe contenere però *tutte* le dimostrazioni [perché non accada che l'alunno scambi per postulati gli enunciati che l'insegnante non dimostra.
[...] Un corso *preparatorio di Geometria*] dovrebb'essere svolto col sussidio del disegno, con gli strumenti e a mano libera, su carta bianca e quadrettata; di carte piegate e tagliate; di modelli di legno e di fil di ferro; e fors'anche di piccoli ordigni per eseguire e comporre i movimenti fondamentali » [16].

L'impegno di Padoa nell'istruzione non era ristretto alla sola matematica, ma era di tipo politico in senso più ampio. Nel giornale genovese *Il Lavoro* (1 giugno 1909) leggiamo l'accurato resoconto del « Congresso Regionale degli insegnanti di scuole medie » tenutosi a Genova nei giorni 30 e 31 maggio 1909. Padoa presiedette il secondo giorno e gestì il sofferto iter di approvazione dell'ordine del giorno Boselli-Padoa concernente una proposta di riforma della scuola media, che prendeva posizione sulle contraddizioni tra la cultura umanistica e scientifica e – si direbbe oggi – tra l'istruzione e la formazione professionale, contraddizioni che anche la stessa riforma Gentile evidenziò quando fu il momento di passare dalla scuola d'élite alla scuola di massa. La colorita espressione usata dall'anonimo cronista per descrivere la discussione (« un pelago tra i marosi delle dispute più disparate ») esprime il rovente dibattito nella scuola italiana dei primi anni del ventesimo secolo.

Dopo due decenni ritroviamo ancora Padoa nel 1929 al Congresso della Società Italiana di Scienza fisiche e matematiche "Mathesis", quando si discutono i primi sei anni di appli-

[16] Padoa 1910, p. 86, 88.

cazione della riforma Gentile. Egli è molto attivo nella discussione. Uno dei punti più dibattuti è così commentato in Conti 1929 « l'abbinamento della matematica colla fisica assai seducente teoricamente parlando, è risultato ben difficilmente attuabile, non soltanto per parte degli insegnanti anziani ma anche per parte dei giovani assunti nell'insegnamento dal 1923 in poi ». Le note nei fascicoli personali di Padoa illustrano il disagio provocato da questo abbinamento. In una lettera del 29 novembre 1923 comunica al Preside le sue « tormentose preoccupazioni » per il fatto che, avendo insegnato sempre solo matematica, non ha la « possibilità di rimediare improvvisamente » alla sua « impreparazione quale docente di Fisica » per cui « assumendo a cuor leggero » l'insegnamento della Fisica « mancherei di rispetto alla scienza, menomerei il prestigio di una cattedra di Stato, pregiudicherei la coltura scientifica di tre scolaresche e recherei immeritato danno alle famiglie dei giovani licenziandi che non dovessero superare la prova di Fisica nell'esame di Stato ». Chiede perciò di assumere « per questo solo anno, un supplente addottorato in Fisica » dicendo che « frattanto, mi proporrei pur insegnando 22 ore settimanali di Matematica, di trascorrere qualche ora in laboratorio, col supplente fisico, per addestrarmi per l'anno venturo, senza la preoccupazione di imparare a spizzico quanto dovrei insegnare di giorno in giorno ».

Un tema che sta particolarmente a cuore a Padoa è la formazione degli insegnanti, affrontato in collaborazione con Loria [17]. Il primo lavoro riferisce di una coraggiosa e dettagliata proposta presentata da Padoa e Loria al congresso della Mathesis (Padova, 20-23 settembre 1909). In esso gli autori auspicano l'istituzione di cattedre universitarie di metodologia matematica, da conferirsi mediante apposito concorso, con la procedura e le norme consuete. Prevedono per gli aspiranti al di-

[17] Cfr. G. Loria, A. Padoa, *Preparazione degli insegnanti di matematica per le scuole medie*, in *Atti del II Congresso della "Mathesis", Allegato A*, Roma, Mathesis, 1909, pp. 1-10 e Padoa 1909d nell'*Elenco delle pubblicazioni*, in questo volume.

ploma di magistero in matematica, un tirocinio obbligatorio presso una scuola media, regolato da norme precise. Peano si associò completamente, osservando che « le idee espresse nella relazione sono universalmente sentite e sono inoltre espresse in forma chiara, precisa e molto pratica; perciò si associa completamente all'ordine del giorno Loria-Padoa » [18].

Nella proposta si afferma con forza il fatto che al corso di Metodologia matematica debbano essere assegnate cattedre (eventualmente, per far fronte obiezioni di natura economica dal Ministero, anche una sola), e non semplici incarichi. La presenza di cattedre sancisce l'importanza della disciplina Metodologia matematica e la necessità che i titolari di tali insegnamenti possano dedicarsi totalmente ad essi. I programmi dovrebbero preoccuparsi di presentare vari metodi per la trattazione di argomenti elementari, in modo che « il giovane sia messo in grado di formarsi eventualmente opinione diversa da quella dell'insegnante » [19]. Dovrebbe essere considerato l'adattamento del metodo di insegnamento alle esigenze didattiche (tipologia dell'istituto, orario di insegnamento, maturità intellettuale degli allievi), dovrebbe essere condotto un esame critico dei testi più diffusi in Italia e negli altri paesi, confrontati anche con i testi ormai caduti in disuso, dovrebbero essere considerate le applicazioni pratiche per rendere più attraente una determinata teoria (giochi, paradossi, ...). Il tirocinio dovrà essere iniziato dopo aver frequentato almeno un anno di metodologia didattica (che dovrebbe aver durata biennale), sotto la guida di insegnanti designati, per esempio, dal titola-

[18] Ordine del giorno Loria-Padoa (p. 51 della sezione « Ordini del giorno approvati dal II Congresso della Mathesis »): « Il II° Congresso Nazionale di "Mathesis" – Società italiana di matematica – precisando e completando il voto dell'ultimo Congresso, chiede ai pubblici poteri di provvedere sollecitamente: I° alla istituzione di cattedre universitarie di metodologia matematica, da conferirsi mediante apposito concorso, con la procedurea e le norme consuete; II° a rendere obbligatorio, per gli aspiranti al diploma di magistero in matematica, il tirocinio presso una scuola media, disciplinandolo con norme precise ».

[19] Loria, Padoa 1909g.

re del corso di metodologia didattica per un triennio. Il tirocinante dovrà scegliere tra i professori designati quello con cui compiere il tirocinio, non dovrà esserci più di un tirocinante per corso o sezione e il professore non potrà seguire più di due tirocinanti. Il tirocinante dovrà assistere per un anno scolastico alle lezioni di un corso, coadiuvare l'insegnante nella scelta degli esercizi per le verifiche e per gli esempi, nella correzione delle verifiche.

Alla fine dell'anno scolastico il professore esprimerà un voto in trentesimi, che si sommerà al voto conseguito nell'esame di Metodologia didattica, e al voto della prova di esame di diploma, che consisterà in una lezione di prova e nella sua discussione davanti a una commissione formata da un professore universitario della facoltà di Scienze, dal titolare della cattedra di metodologia e dal professore presso il quale il candidato avrà svolto il tirocinio. Il voto finale, in novantesimi, verrà inserito nel diploma di magistero.

7. *Un insegnante speciale*

Il contributo di Padoa all'educazione matematica è rilevante. A livello teorico, nel dibattito sui problemi di insegnamento la sua azione fu efficace non tanto nella discussione dei nuovi programmi, nella quale G. Vailati, l'altro "insegnante speciale" della scuola di Peano, fu forse più audace e incisivo, quanto nella consapevolezza del ruolo centrale del docente. Espresse idee precise sulla formazione degli insegnanti e si impegnò a livello di politica scolastica per affermare le sue idee su aspetti della professione. Gli va riconosciuta apertura nell'affrontare certi problemi. Nella relazione finale del 1909 (*Fascicoli personali*) scrive

«Stimo opportuno dichiarare che la presenza di tre signorine nella sezione A non diede motivo al più lieve inconveniente disciplinare; potei al contrario constatare tutti quei vantaggi di freno morale e di stimolo intellettuale che indussero il Consiglio di Presidenza a deliberare per l'anno prossimo di non costituire nemmeno in primo cor-

so una sezione femminile, distribuendo invece le signorine a gruppi nelle varie sezioni».

Dai fascicoli personali sappiamo che la sua attività «sul campo» come docente ebbe riconoscimenti ufficiali. (Aumento anticipato di stipendio per merito distinto dal 1 ottobre 1922, Iscrizione nel ruolo d'onore nell'aprile del 1924, Nomina a Cavaliere dell'ordine della Corona d'Italia nell'aprile 1936[9]). Inoltre le sue note e relazioni ci rimandano un insegnante che si pose problemi legati non solo alla materia, ma anche all'alunno. Il discorso di Pinerolo delinea i valori su cui Padoa fondò il suo insegnamento, che non sono solo quelli legati alla matematica, ma anche quelli etici e civili che contribuiscono a formare un buon cittadino.

Appendice

La quotidianità in classe: note tratte dai Fascicoli personali di A. Padoa e dai verbali delle sedute nell'I.T. «Vittorio Emanuele II» e L.C. «Colombo»

Il profitto degli allievi

Malauguratamente debbo dire che, qui a Genova, tale preparazione [di base] – *per cui sette anni di studio anteriore parrebbero superlativamente esuberanti – mi è apparsa fin dai primi giorni più deficiente, ineguale e malsicura che altrove* [... ciò] *può attribuirsi ad imperfezione di metodo nell'insegnamento o ad eccessiva indulgenza nelle promozioni.* (Relazione finale, 1909)

Il profitto fu più scarso che negli anni precedenti; il che va attribuito in parte alla impreparazione della maggioranza dovuta alle molte, se non troppe, agevolazioni concesse agli studenti in questi tempi eccezionali. E, per quanto concerne la III A, al numero soverchio degli iscritti (superiore al numero legale) dovuto al sopraggiungere di profughi ad anno scolastico incominciato. (Relazione finale, 1918)

Il profitto fu buono nella IV A, sufficiente nella II A, scarsissimo nella I H malgrado io mettessi ogni cura per supplire alla deficienza della scolaresca, la quale conteneva troppi alunni inadatti allo studio e che perciò giova non incoraggiare a proseguire. [...] Nella I H la disattenzione dei più era causa ed effetto della loro ignoranza. (Relazione finale, 1921)

La selezione

Se meno buoni appaiono i risultati nel I Corso, essi dipendono dalla preparazione insufficiente ed eterogenea di tali scolaresche e dalla immaturità intellettuale di parecchi alunni. A tali inconvenienti – che parmi si eviterebbero in parte sottoponendo tutti i giovani ad un serio esame di ammissione, in cui, oltre al profitto ricavato dagli studi compiuti, si valutasse l'attitudine ad imprenderne [sic] utilmente di più elevati – a tali inconvenienti, ripeto, oggi si può rimediare solo tardivamente con un'accurata selezione nel passaggio dal primo al secondo corso. La quale selezione, oltre ad elevare la dignità della scuola, distoglie alcuni giovani dal proseguire studi per i quali non risultarono adatti e che probabilmente (usando loro una soverchia indulgenza) si troverebbero costretti ad interrompere più tardi, con danno molto più grave. (Relazione finale, 1910)

Diventa necessario fare nell'interno dell'istituto (e precisamente nel passaggio dal primo al secondo corso) quella selezione che sarebbe più ragionevole ed umano far prima che i giovani vi ponessero il piede, evitando di formare una pietosa categoria di spostati, nella scuola e nella vita. (Relazione finale, 1911)

La disciplina e il voto in condotta

Non ebbi a dolermi di alcuna grave mancanza disciplinare; ma [...] in parecchi alunni notai una grande irrequietezza, una viva tendenza a distrarsi e a distrarre i compagni. Tale tendenza – dovuta in parte alla giovane età, ma in parte anche a insufficiente vigore scolastico anteriore – son riuscito a padroneggiare nella maggior parte; tuttavia – il contegno irreprensibile essendo assolutamente necessario alla dignità della scuola ed all'efficacia dell'insegnamento – ho stimato opportuno far comprendere l'importanza del voto di condotta, privando della dispensa dall'esame taluno che pur l'avrebbe meritata per il profitto. (Relazione finale, 1909)

L'orario di insegnamento

Io mi domando se, per quanto riguarda la Matematica, il risultato non soddisfacente sia da attribuire in parte al fatto che la mia lezione era la terza di ciascun periodo mattutino. Forse l'anno venturo, nella compilazione dell'orario, gioverà tener presente che l'uniformità non impedisca il compenso tra le varie discipline (nell'assegnazione delle ore più o meno propizie) in una stessa classe e tra le varie classi per una stessa disciplina. (Relazione finale, 1917)

Poiché probabilmente l'anno venturo mi verrà affidato il IV Corso Fis.° Mat.°, domando se non sarebbe opportuno ritornare alle 2 ore settimanali abbinate, per dar modo di svolgere agli alunni lavori scritti non troppo affrettati, che servano di preparazione alla prova scritta di licenza o ne costituiscano un vero equivalente per i dispensati. (Relazione finale, 1922)

Sulle riunioni degli insegnanti

Un'adunanza per essere proficua dev'essere di soli competenti [...] si facciano adunanze preparatorie degli insegnanti di ciascuna disciplina. (Seduta ordinaria del Collegio Docenti del 31 ottobre 1922)

Livia Giacardi

Humanitas scientifica e democratizzazione del sapere. Vailati e il progetto di riforma dell'insegnamento della matematica

Perché gli alunni si prestino volenterosi alla benefica azione che deve produrre sulle loro intelligenze la matematica, bisogna che essi intravvedano subito la mirabile funzione di questa disciplina come accrescitrice, non pure della mente, ma della coscienza e della dignità umana. Vailati 1910, p. 36.

1. *Introduzione*

Agli inizi del Novecento, quarant'anni dopo l'Unità, l'alto livello della ricerca matematica italiana era internazionalmente riconosciuto, tanto che, nel 1908, Roma veniva scelta come sede del IV Congresso Internazionale dei Matematici e, in quell'occasione Henri Poincaré scriveva: « Depuis une trentaine

Desidero ringraziare Sandro Caparrini ed Erika Luciano per alcune utili informazioni bibliografiche. Un sentito grazie anche a Monica Campeggi e a Laura Frigerio della Biblioteca di Filosofia dell'Università di Milano per la loro cortesia e disponibilità.

d'années, le mouvement mathématique en Italie est très intense, aussi bien à Rome que dans les diverses universités de province; j'aurais à citer un grand nombre de noms qui tiendront une place très honorable dans l'histoire des sciences [...] » [1]. Anche la preparazione scientifica offerta dalle università italiane otteneva ampi riconoscimenti all'estero. Nel suo resoconto sugli studi matematici in Italia Julian L. Coolidge, per esempio, scriveva che gli atenei italiani offrivano agli studenti che intendevano specializzarsi all'estero tutti e tre i requisiti a suo avviso necessari per un proficuo soggiorno di studio: biblioteche ben fornite, corsi specialistici e la guida personale di un docente e affermava che « in the better Italian universities, these three desiderata seem be very happily combined », citando a titolo di esempio l'Università di Torino dove egli trascorse un periodo di perfezionamento negli studi di geometria superiore [2].

Il prestigio internazionale raggiunto nella ricerca scientifica contrastava però in modo singolare con la progressiva svalutazione della matematica nella scuola secondaria. Lo dimostrano sia le relazioni ufficiali sugli esami finali del corso di studi, sia i vari provvedimenti legislativi relativi ai programmi, ultimo fra i quali il Decreto Orlando del 1904, che concedeva agli studenti del secondo anno di liceo la facoltà di scegliere fra il greco e la matematica « liberando solo dall'inutile peso gl'incapaci per predestinazione » [3].

Oltre alle evidenti carenze della scuola, altri fattori indicavano in modo palese l'urgenza di una riforma: il mutato contesto storico e sociale; il notevole incremento degli iscritti alla scuola secondaria che dal 1861 al 1901 erano passati da 18231

[1] *Lettre de Henri Poincaré au Journal « Le Temps » sur le 4e Congrès International des Mathématiciens*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 26, 1908, p. 20.

[2] J. L. Coolidge, *The opportunities for mathematical study in Italy*, Bulletin of the American Mathematical Society, 11, 1904, p. 12.

[3] *R. Decreto che approva gli orari e i programmi per l'insegnamento del greco e della matematica nel ginnasio e nel liceo*, Bollettino Ufficiale del Ministero dell'Istruzione Pubblica, 31, II.52, Roma 29 dicembre 1904, p. 2851 e art. 3, p. 2856.

a 94572; l'influenza dei movimenti di riforma nei vari paesi europei – in particolare quelli promossi in Germania da Felix Klein e in Francia da Gaston Darboux; e infine le pressioni degli insegnanti stessi che, attraverso associazioni quali la Mathesis e la Federazione Nazionale Insegnanti Scuola Media, partecipavano sempre più attivamente alla politica scolastica.

Per far fronte a questa situazione nel 1905 il ministro dell'Istruzione pubblica Leonardo Bianchi nominò una Commissione Reale per la riforma della scuola secondaria riunendo in essa le competenze di professori universitari, insegnanti e ispettori ministeriali, allo scopo di promuovere un'inchiesta ad ampio spettro sulle scuole di secondo grado e di suggerire le innovazioni più urgenti e opportune. Nel discorso di apertura dei lavori il ministro definiva quali dovevano essere le basi della riforma: per evitare la scelta prematura dell'indirizzo di studi egli proponeva una scuola media inferiore unica, triennale e senza latino e auspicava, nel corso superiore, una maggiore apertura alle lingue moderne e alle scienze di cui riconosceva apertamente il valore formativo [4].

Nonostante le difficoltà e i contrasti interni, la Commissione Reale presentò nel febbraio 1908 un disegno di legge che articolava gli studi secondari in due filoni: da un lato, una scuola tecnica professionale di tre anni con accesso all'istituto tecnico e, dall'altro, una scuola media triennale unica, senza latino, con accesso ai tre rami del liceo, classico (con latino e greco), scientifico (con due lingue moderne e potenziamento della sezione scientifica), e moderno (con latino e due lingue straniere).

[4] Cfr. *Commissione Reale per l'ordinamento degli studi secondari in Italia*, 2 voll., Roma, Tip. Cecchini, 1909, I *Relazione*, II *Risposte al questionario diffuso con circolare 27 marzo 1906*, II, pp. 9-11. Per maggiori dettagli sui lavori della Commissione si veda L. GIACARDI, *L'insegnamento della matematica in Italia da Cremona a Gentile (1867-1923)*, in *Da Casati a Gentile. Momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia*, a cura di L. GIACARDI, Pubblicazioni del Centro Studi Enriques, La Spezia, Agorà Edizioni, 2006, alle pp. 26-31.

I programmi di matematica e le relative indicazioni metodologiche furono redatti da un membro della scuola di Peano, Giovanni Vailati (1863-1909)[5], matematico, filosofo e divulgatore, i cui interessi spaziavano dalla logica alla filosofia e alla storia della scienza, dalla psicologia alla sociologia e alla pedagogia. La sua attenzione verso i problemi legati all'insegnamento e alla formazione dei giovani risaliva agli anni torinesi. Alimentata in particolare dai contatti con Peano e i suoi allievi, si concretizzò nell'impegno all'interno dell'Associazione Mathesis e della Federazione Nazionale Insegnanti delle Scuole Medie (FNISM) e soprattutto nella partecipazione ai lavori della Commissione Reale per la riforma della scuola secondaria. Se si prescinde da alcune conferenze e interventi a convegni, e dalle relazioni connesse con il lavoro all'interno della

[5] Vailati nacque a Crema il 24 aprile 1863, si laureò a Torino nel 1884 in Ingegneria e nel 1888 in Matematica. Dal 1892 al 1895 fu assistente di Giuseppe Peano, che all'epoca teneva il corso di Calcolo infinitesimale. Il rapporto privilegiato con Peano è confermato dal fatto che i suoi articoli di quegli anni apparvero sulla Rivista di matematica. Vito Volterra, venuto a Torino nel 1893 per ricoprire la cattedra di Meccanica razionale, nel 1896 lo invitava a tenere lezioni di Storia della meccanica a integrazione del suo corso. Le tre prolusioni lette in apertura degli anni accademici 1896-97, 1897-98 e 1898-99 presentano alcune fra le riflessioni più profonde e mature sull'importanza della dimensione storica nella ricerca scientifica. Il 1899 segnò una svolta nella vita e nell'attività di Vailati. Lasciò la città di Torino e gli incarichi presso l'università per intraprendere l'insegnamento nelle scuole secondarie. Iniziò la sua peregrinazione per gli istituti medi della penisola: Pinerolo, Siracusa, Bari e Como sono le città in cui insegnò fino a che nel 1904 fu trasferito a Firenze. L'anno seguente il ministro della Pubblica Istruzione, Leonardo Bianchi lo chiamò a far parte della Commissione Reale per la riforma della scuola secondaria, impegno che lo occupò fino alla morte che lo colse a Roma il 14 maggio 1909. Di Vailati sono stati pubblicati: *Scritti di G. Vailati (1863-1909)*, a cura di Mario Calderoni, Umberto Ricci e Giovanni Vacca, Leipzig, J. A. Barth, Firenze, Successori B. Seeber, 1911; *Giovanni Vailati, Epistolario 1891-1909*, a cura di Giorgio Lanaro, Torino, Einaudi, 1971 (indicato d'ora in avanti con EV); *Giovanni Vailati, Scritti*, a cura di Mario Quaranta, 3 voll., Bologna, Forni, 1987 (indicati d'ora in avanti con S); *L'Archivio Giovanni Vailati*, a cura di Lucia Ronchetti, Bologna, Cisalpino, 1998. Per la bibliografia secondaria più recente si rimanda al sito curato dal Centro Studi Giovanni Vailati http://www.giovanni-vailati.net/bibliografia.php.

Commissione, le riflessioni di Vailati sui problemi dell'insegnamento devono essere rintracciate nel vasto zibaldone degli *Scritti*, racchiuse non di rado in osservazioni marginali e rapsodiche sparse nelle innumerevoli recensioni.

Nel mio saggio mi concentrerò sui seguenti punti: le critiche di Vailati alla scuola del suo tempo, gli assunti pedagogici e epistemologici che ispirano il suo progetto di riforma e le loro radici culturali, le proposte per il rinnovamento dell'insegnamento della matematica che ne derivano, le critiche di tipo didattico e metodologico che suscitarono e i risultati effettivamente conseguiti.

2. *Limiti e carenze dell'organizzazione scolastica*

Il punto di partenza di Vailati per affrontare i problemi connessi con l'insegnamento secondario è l'analisi dei difetti dell'organizzazione scolastica del tempo, difetti che si possono sintetizzare sostanzialmente in quattro punti.

Il verbalismo e l'apprendimento passivo rendono la scuola « una palestra mnemonica » dove l'allievo è « considerato come un recipiente da riempire » ed è « occupato a imparare (apprendere, *accipere*) e troppo poco a capire (comprendere, *concipere*) » [6]. Vailati respinge pertanto l'impostazione didattica che vede l'insegnante come lettore o conferenziere, cui corrisponde quella dell'allievo come semplice spettatore e uditore, da interrogare solo a scopo « di *diagnosi*, o per assicurarsi eventualmente se ha 'capito', e non invece continuamente per stimolarlo a riflettere, a pensare, ad assimilare e dominare le cognizioni che gradatamente va acquistando » [7]:

« Il risultato finale di questo sistema di coltura intensiva – scrive Vailati –, troppo simile al sistema di nutrizione posto barbaramente in

[6] G. Vailati 1899j, Recensione di *C. Laisant, La Mathématique: philosophie, enseignement,* S III, p. 261.

[7] G. Vailati 1905n, Recensione di *G. Fraccaroli, La questione della scuola*, S III, p. 287.

opera nelle campagne della bassa Lombardia per ottenere i prelibati fegati d'oca, si riduce troppo spesso a questo, di far nascere in tutti gli alunni, e spesso nei più intelligenti, una tale ripugnanza a tutto ciò che sa di scuola [...] da far quasi ritenere una fortuna che nei programmi scolastici si dia tanta parte a ciò che non val la pena di essere saputo » [8].

La scarsa interazione fra cultura umanistica e scientifica porta a una visione settoriale delle singole discipline e ne diminuisce così il valore formativo. Inoltre l'esorbitante numero di ore, fra le quarantaquattro e le quarantasette, dedicato all'insegnamento della lingua e della letteratura italiana relega in secondo piano la cultura scientifica:

« L'effetto finale – egli scrive – sarebbe quello di favorire e accentuare sempre più la divisione, esistente già in parte anche oggi, delle persone colte in due classi, l'una delle quali scrive e parla bene di quello che non sa e l'altra non sa parlare né scrivere convenientemente di quello che sa; da una parte cioè gli artefici della parola armoniosa e vuota, dall'altra gli scienziati dal linguaggio barbaro e dall'animo incolto » [9].

L'eccessivo affollamento delle classi e l'elevato numero di ore che i ragazzi fra i dieci e i diciotto anni trascorrono « inchiodati » ai banchi di scuola hanno troppo spesso come effetto quello di produrre non solo un calo dell'attenzione, ma una vera e propria disaffezione per la scuola.

Accanto alla cattiva organizzazione del lavoro scolastico Vailati sottolinea infine la carenza di strutture a supporto dell'attività didattica, quali biblioteche e laboratori, e soprattutto mette in evidenza la mancanza di buoni manuali scolastici, dizionari, enciclopedie, opere di divulgazione, edizioni di classici, e anche di repertori bibliografici « che guidino [lo studente] nella scelta delle letture o nell'acquisto dei libri, mettendolo in

[8] G. VAILATI 1906j, *Idee pedagogiche di H.G. Wells*, S III, p. 293.

[9] G. VAILATI 1900e, Recensione di *L. De Vincolis, La riforma della Scuola Classica davanti alla scienza e alla civiltà*, S III, p. 263.

guardia, ad esempio, contro quelli fra essi che non valgono la pena di essere consultati o per essere troppo oscuri o troppo disordinati o troppo prolissi o troppo superficiali etc. » [10]. Il libero e diffuso accesso alla scienza che sta alla base dell'esigenza di democratizzazione del sapere specialistico, caratteristica di Vailati e della scuola di Peano [11], presuppone infatti l'esistenza di una letteratura adeguata, ispirata a criteri di chiarezza, rigore e economia espositiva.

3. *Gli assunti epistemologici e pedagogici alla base del progetto di riforma*

Nel proporre un progetto di riforma dei programmi e dei metodi dell'insegnamento della matematica Vailati cercò di porre rimedio a questi difetti della scuola secondaria partendo dall'esame dei curricula e dell'organizzazione scolastica degli altri paesi europei [12] e tenendo presente i movimenti di riforma di Felix Klein in Germania, di John Perry in Inghilterra e le esperienze francesi di Jules Tannery ed Emile Borel [13].

A partire dagli anni novanta Klein aveva cominciato a elaborare il celebre programma di riforma dell'insegnamento della matematica che ridefiniva i rapporti fra insegnamento se-

[10] G. VAILATI 1906j cit., S III, p. 294.

[11] Cfr. in proposito F. ARZARELLO, *La scuola di Peano e il dibattito sulla didattica della matematica*, in *La matematica tra le due guerre mondiali,* a cura di Angelo Guerraggio, Bologna, Pitagora, 1987, pp. 40-41.

[12] Questo risulta sia dai documenti d'archivio (cfr. BDF Milano, *Fondo Vailati*, Cart. 41, fasc. 346, Cart. 31, fasc. 272), sia dal lavoro svolto da Vailati insieme a Gino Loria per organizzare la sezione didattica del IV Congresso Internazionale dei Matematici in Roma (cfr. *Fondo Vailati*, cit. Cart. 11, fasc.182, D.E. Smith a G. Loria, New York, 12.1.1906 e D.E. Smith a G. Vailati, New York, 27.5.1907; Cart. 2, fasc.36, G. Castelnuovo a G. Vailati, s. l., 16.2.1907; Cart. 3, fasc. 87, A. Gutzmer a G. Vailati, Halle,17.7.1907).

[13] G. VAILATI 1910b, *L'insegnamento della Matematica nel nuovo ginnasio riformato e nei tre tipi di licei*, Il Bollettino di Matematica, 9, 1910, p. 50. Sulla situazione europea cfr. *Les sciences au lycée. Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger*, a cura di Bruno Belhoste, Hélène Gispert e Nicole Hulin, Paris, Vuibert - INRP, 1996.

condario e superiore e che trovò la sua prima espressione pubblica in un congresso tenutosi a Merano nel 1905. In particolare, Klein proponeva di trasferire nell'insegnamento medio, anche in quello delle scuole classiche, la geometria analitica e, soprattutto, il calcolo differenziale e integrale in modo da offrire allo studente una base matematica sicura per gli studi superiori: il concetto di funzione avrebbe dovuto pervadere tutto il curriculum di matematica. Il *pensiero funzionale* divenne lo slogan di questo movimento riformista. Vailati aveva avuto modo di incontrare più volte Klein in occasione del suo viaggio in Germania nel 1899 [14], nel 1900 e nel 1904 durante i Congressi internazionali dei matematici di Parigi e Heidelberg e molto probabilmente anche nel 1906 quando fu nuovamente a Gottinga [15]. Perry era sostenitore di un metodo di insegnamento intuitivo e sperimentale della matematica e di lì a poco avrebbe pubblicato il volume *Elementary Practical Mathematics: With Numerous Exercises for the Use of Students and Especially of Mechanical and Electrical Engineering Students* (1913). Nel 1902 la Francia aveva varato un'importante riforma della scuola che valorizzava nell'insegnamento secondario le lingue moderne e le scienze, pur non sacrificando le lettere classiche: lo spirito della riforma si può sintetizzare nello slogan *humanités scientifiques.* L'innovazione più significativa fu l'introduzione dell'insegnamento dell'analisi infinitesimale nella scuola secondaria superiore. Tannery e Borel erano autori di manuali in sintonia con lo spirito riformista.

Oltre a documentarsi sui programmi e sui sistemi scolastici europei, Vailati chiese anche il parere degli amici e dei colleghi più interessati ai problemi della scuola come pure degli insegnanti, ricavandone spesso utili indicazioni [16].

[14] Cfr. per esempio G. Vailati a G. Vacca, Siracusa, 16.12.1899, EV, pp. 168-169.

[15] Cfr. R. Bonola a G. Vailati, 12.6.1907, BDF Milano, *Fondo Vailati*, cit. Cart. 1, fasc. 18.

[16] Per esempio Vailati discusse con Roberto Bonola sull'organizzazione delle scuole normali (*Fondo Vailati*, cit. Cart. 1, fasc. 18), con Cesare Bu-

Le sue proposte traevano però linfa da una originale visione epistemologica della matematica in cui convergono motivi ed istanze diverse [17].

In particolare, dalla frequentazione di Peano e della sua scuola egli derivò la salda padronanza della logica matematica, l'idea del rigore, deduttivo e sistematico, la riflessione sul linguaggio congiunti a un profondo interesse per la didattica e per la storia della matematica e a una sentita esigenza di democratizzazione del sapere. Anche il pragmatismo di Charles Sanders Peirce ebbe una forte influenza su Vailati che lo vide soprattutto come strumento di lotta contro i problemi privi di senso e contro la metafisica e come affermazione del criterio operativo e funzionale per attribuire significato agli enunciati [18]. Inoltre assunti positivistici si congiungono alla teoria pragmatistica del significato: la didattica deve basarsi su una conoscenza positiva dell'essere umano, cioè sulla biologia da un lato e sulla psicologia dall'altro; il processo conoscitivo procede dai fatti, oggetto di esperienza, alle astrazioni dell'intelletto, cioè dal particolare al generale, e così deve essere il processo di apprendimento; nell'insegnamento occorre mettere in rilievo il valore applicativo del sapere; nella prassi didattica alla lezione verbale deve subentrare una lezione che parta da osservazioni ed esperimenti, e passi poi alle formulazioni teoriche, in modo che le parole non rimangano vuote astrazioni. Alla base dell'approccio di Vailati all'insegnamento della matematica sta il principio herbartiano secondo cui l'ap-

rali-Forti sulla teoria delle proporzioni e sull'uso dei vettori in geometria (*Fondo Vailati*, cit. Cart. 2, fasc. 26), con Beppo Levi sull'insegnamento della geometria (vedi qui di seguito).

[17] Per maggiori dettagli si rimanda a L. GIACARDI, *Matematica e humanitas scientifica. Il progetto di rinnovamento della scuola di Giovanni Vailati*, Bollettino della Unione Matematica Italiana, 3-A, 1999, pp. 317-352.

[18] Scriveva Peirce « the rational meaning of every proposition lies in the future », cfr. CH. S. PEIRCE, *What Pragmatism is*, Monist, 15, 1905, in *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, Cambridge, The Belknap Press of the Harvard University Press, 1960, p. 284, cfr. anche la recensione di Vailati in S I, pp. 361-362.

prendimento intellettuale deve essere tutt'uno con la formazione del carattere e dunque istruzione ed educazione devono coincidere.

Questa fitta trama di motivi e di istanze di vario tipo si traduce in una particolare visione epistemologica della matematica che ruota principalmente intorno ai seguenti punti: il ruolo degli assiomi, considerati proposizioni « *come tutte le altre*, la cui scelta può essere diversa a seconda degli scopi » [19], la deduzione intesa non solo come mezzo di prova, ma anche come strumento di ricerca; le riflessioni sul linguaggio; l'importanza del metodo storico per preservare l'unità del sapere; e l'*humanitas* scientifica.

3.1 *Il ruolo degli assiomi e l'importanza della deduzione come strumento di ricerca*

In una discussione epistolare con il filosofo Franz Brentano, Vailati illustra chiaramente il suo punto di vista sugli assiomi di una teoria, in particolare della geometria:

« la principale cosa da esigere da un sistema di assiomi *non è che essi siano più che si può evidenti, ma invece che essi siano ridotti al minimo numero* [...] In altre parole la condizione principale a cui devono soddisfare date proposizioni geometriche, per poter essere assunte all'ufficio di assiomi, non è quella di essere delle affermazioni *necessarie (notwendige)* nel senso logico, ma *necessarie (nötige, nicht überflussige)* nel senso ordinario della parola. Lo *scopo* degli assiomi è semplicemente quello di render possibile la costruzione di un sistema di *conseguenze* (che l'esperienza verifica) per mezzo di un sistema di *ipotesi che sia il più semplice possibile tra quelli dai quali le stesse conseguenze si potrebbero dedurre* » [20].

[19] G. VAILATI 1906e, *Pragmatismo e Logica Matematica*, S I, p. 68.

[20] Cfr. G. Vailati a F. Brentano, Siracusa 27.3.1900, EV, p. 275. Si veda anche G. VAILATI 1892a, *Sui principi fondamentali della Geometria della Retta*, S II, pp. 326-330.

Due sono i punti da sottolineare in questo passo della lettera di Vailati. Innanzitutto l'affermazione, di chiara influenza peaniana, che gli assiomi debbano essere ridotti « al minimo numero ». In secondo luogo il fatto che gli assiomi della geometria e, più in generale quelli dei vari settori della scienza deduttiva, secondo la lezione del convenzionalismo di Ernst Mach, non esprimano verità in sé necessarie, ma siano solo assunzioni ipotetiche, la cui individuazione risponde, da un lato, a un rigido principio di economia e, dall'altro, pone pragmatisticamente l'accento sull'insieme delle conseguenze che essi consentono di ricavare per via deduttiva. E qui la deduzione assume per Vailati un ruolo particolare.

Le metafore che rappresentano la deduzione come un processo diretto a 'estrarre' dalle premesse ciò che vi è già contenuto tendono, secondo Vailati « a deprimere e sminuire l'importanza della deduzione rispetto agli altri processi di ragionamento e di ricerca. Dire infatti che le conclusioni di un ragionamento deduttivo si trovano già, sia pure *implicitamente*, contenute nelle premesse, differisce ben poco dal dire che le prime, non solo non affermano niente di più, ma, anzi, affermano qualcosa di meno, di quanto nelle premesse stesse si trovi già asserito » [21]. La deduzione, infatti, intesa a un tempo come mezzo di dimostrazione e di verifica e come strumento di ricerca e di costruzioni ideali [22], svolge un ruolo centrale nell'epistemologia di Vailati.

« La storia delle scienze – egli scrive – ci mostra chiaramente che, tra le cause che hanno condotto gradualmente alla sostituzione dei moderni metodi sperimentali al posto degli antichi metodi di semplice osservazione passiva, va annoverata, come una delle più importanti, l'applicazione della deduzione anche a quei casi nei quali le proposi-

[21] G. Vailati 1905d, *I tropi della Logica*, S I, pp. 25-26.

[22] Le costruzioni ideali di Vailati si ricollegano ai *Gedankenexperimente* di Mach; su questo cfr. per esempio EV pp. 118-120 e F. Minazzi, *La riflessione epistemologica di Giovanni Vailati*, in *Giovanni Vailati intellettuale europeo*, a cura di Fabio Minazzi, Milano, Thélema, 2006, pp. 35-39.

zioni prese come punto di partenza erano considerate come più bisognevoli di prova che non quelle a cui si arrivava, e nei quali quindi erano queste ultime che dovevano comunicare, alle congetture fatte, la certezza che attingevano direttamente dal confronto coi fatti e dalle verifiche sperimentali » [23].

Ecco dunque in cosa consistono il valore e l'efficacia euristica della deduzione secondo Vailati. Partire da premesse solo ipotetiche può servire a costruzioni ideali con cui confrontare la realtà e in cui premesse e conseguenze possono confermarsi le une con le altre, in un « reciproco controllo » e « vicendevole appoggio » [24], « allo stesso modo come la corda colla quale si legano tra loro degli alpinisti in una ascensione pericolosa serve tanto a garantire la sicurezza dell'ultimo come del primo di essi, o di qualunque altro di quelli che ne sono avvinti » [25].

3.2 *Le 'questioni di parole'*

Un altro tratto della visione epistemologica vailatiana è l'importanza attribuita alle 'questioni di parole' e dunque all'analisi del linguaggio, inteso sia come mezzo di rappresentazione che di trasmissione delle idee e delle conoscenze, allo scopo di « guidarci a istituire una corretta diagnosi e caratterizzazione delle illusioni e dei sofismi a cui le imperfezioni sue possono dar luogo ... e a premunirci contro la loro influenza » [26].

« Un linguaggio – scrive Vailati – è tanto più perfetto quanto più sono numerose in esso le parole che, per se stesse, non hanno alcun senso, di fronte a quelle che, anche enunciate isolatamente, esprimono qualche opinione o stato d'animo di chi le pronuncia » e, tra i linguaggi specialistici è quello matemati-

[23] G. Vailati 1898b, *Il metodo Deduttivo come Strumento di Ricerca*, S II, p. 25.

[24] *Ibidem*, p. 42. Cfr. anche G. Vailati a F. Brentano, Como, 16.4.1904, EV, p. 305.

[25] G. Vailati 1905d cit., S I, p. 25.

[26] G. Vailati 1899a, *Alcune osservazioni sulle Questioni di Parole nella Storia della Scienza e della Cultura,* S II, p. 50.

co a possedere, nel più alto grado, segni indicanti relazioni. Anzi, la matematica tende « a *vuotare*, quanto più si può, di ogni significato i segni e le parole di cui si serve » e a essere, attraverso l'adozione del simbolismo logico, sintassi pura, pura relazionalità, emancipata « da qualunque appello a fatti o intuizioni che si riferiscano al *significato* delle operazioni, o relazioni, in esse considerate » [27].

La prospettiva linguistica è al centro di un importante scritto della maturità di Vailati, *La grammatica dell'algebra* dove si trova il tentativo d'individuare alcune fondamentali strutture sintattiche del linguaggio algebrico nel confronto costante con la grammatica delle lingue naturali. Ciò che ne emerge è una pura sintassi logica, vale a dire una struttura relazionale senza riferimento al significato degli oggetti, poiché i simboli del calcolo algebrico non hanno bisogno di appoggiarsi a una qualche realtà. Qui Vailati non solo intende mostrare l'importanza della logica matematica come strumento per rendere rigorose le indagini scientifiche, ma sottolinea anche come questo tipo di studi abbia una ricaduta didattica, permettendo di superare le tradizionali barriere disciplinari:

« Promuovere un chiaro riconoscimento di questa specie di solidarietà fra due rami d'insegnamento che la tradizionale distinzione delle "materie" in letterarie e scientifiche tende a far riguardare come eterogenei e privi di qualsiasi rapporto tra loro equivale a render possibile, tra i cultori dei due ordini di disciplina, uno scambio d'idee che non mancherebbe di riuscir fecondo di eguali vantaggi per ambedue le parti » [28].

L'importanza delle indagini sul linguaggio nell'insegnamento della matematica appare evidente, per esempio, quando si debba definire un ente o un concetto e si voglia stabilire se

[27] G. VAILATI 1904f, *La più recente definizione della Matematica*, S I, pp. 9-11.

[28] G. VAILATI 1908h, *La Grammatica dell'Algebra*, S I, p. 110.

sia più conveniente « darne una definizione propriamente detta » o « precisare semplicemente il senso di determinate frasi nelle quali il termine da definire figura », attraverso la « diretta osservazione dei fatti e delle relazioni che esso dovrà poi servire ad esprimere »:

« Le discussioni interminabili – scrive Vailati – sul tempo, sullo spazio, sulla sostanza, sull'infinito, etc., che occupano tanta parte in certe trattazioni filosofiche, forniscono numerosi e caratteristici esempi delle varie specie di "questioni fittizie" alle quali può dar luogo la pretesa di dare, o di ricevere, definizioni propriamente dette » [29].

3.3 *L'unità del sapere e la* humanitas *scientifica*

La visione storica dei problemi e delle dottrine è per Vailati, insieme alla filosofia, una delle vie per raggiungere l'unità del sapere attraverso il dialogo fra cultura umanistica e scientifica, esigenza questa che egli sente profondamente e che si traduce nel tentativo di coordinare gli sforzi compiuti in Italia in campo scientifico, tesi a superare le barriere fra un settore d'indagine e l'altro [30].

Il metodo storico, applicato tanto alle scienze quanto allo studio del latino e del greco, assume in Vailati anche una funzione didattica perché particolarmente adatto a « spedantizzare la loro forma di esposizione, con gran vantaggio del profitto diretto e dell'educazione intellettuale degli alunni » [31] e a « rendere l'insegnamento più proficuo e nello stesso tempo più gradevole, più efficace e insieme più attraente » [32]. Lo studio

[29] *Ibidem*, p. 108.

[30] Si vedano per esempio G. VAILATI 1902g, *Scienza e Filosofia*, S I, pp. 3-6 e L. GEYMONAT, *Presentazione*, S I, p. VI, M. QUARANTA, *Letture di Giovanni Vailati nella cultura italiana (1911-1986)*, S I, pp. VIII-X, A. GUERRAGGIO, *Il pensiero matematico di Giovanni Vailati*, S II, pp. XVII-XVIII.

[31] G. Vailati a G. Vacca, Bari 25.5.1901, EV, p. 187.

[32] G. VAILATI 1897a, *Sull'importanza delle ricerche relative alla Storia delle Scienze*, S II, p. 10.

della storia della scienza, inoltre, può svolgere, secondo Vailati un ruolo più ampio nell'insegnamento: educativo e formativo. Egli riprende il concetto vichiano secondo il quale conoscere un problema significa conoscerne la storia e, influenzato dall'epistemologia di Mach, attribuisce alla conoscenza storica dell'origine e dello sviluppo dei concetti e delle teorie della scienza il valore di antidoto contro ogni forma di dogmatismo.

Nel definire gli scopi dell'insegnamento matematico, all'assunto positivistico per cui la matematica, ha un valore formativo essenziale, una « mirabile funzione ... come accrescitrice, non pure della mente, ma della coscienza e della dignità umana » [33], Vailati affianca il criterio pragmatistico per cui un sapere diventa effettivamente tale quando si traduca in capacità operativa. Per garantire il raggiungimento dei fini educativi dell'insegnamento matematico, perché esso diventi veramente « efficace come mezzo di cultura e di disciplina logica », Vailati ritiene che un bravo docente debba abituare, fin dall'inizio, gli alunni « all'esercizio autonomo delle loro facoltà di raziocinio e di invenzione, in modo da coltivare in essi la tendenza a saggiare e valutare continuamente le loro cognizioni mediante il criterio della capacità [...] di risolvere determinati problemi » [34].

4. *L'insegnamento della matematica*

Questi assunti epistemologici si traducono in un modo originale e moderno di concepire l'insegnamento della matematica che ha come punti cardine i seguenti: la scuola intesa come laboratorio; il metodo sperimentale operativo; l'unità delle matematiche; bilanciare rigore e intuizione; differenziazione di metodo e di contenuto nei programmi dei tre tipi di liceo.

[33] G. VAILATI 1910b, *L'insegnamento della Matematica nel nuovo ginnasio riformato e nei tre tipi di licei*, Il Bollettino di Matematica, 9, 1910, p. 36.

[34] G. VAILATI 1907m, *La Matematica nell'insegnamento secondario,* S III, p. 308.

4.1 *La scuola come laboratorio e il metodo sperimentale operativo*

Quella che Vailati propone è una scuola laboratorio, non nel senso riduttivo di laboratorio per esperienze scientifiche ma « luogo dove all'allievo è dato il mezzo di addestrarsi, sotto la guida e il consiglio dell'insegnante, a sperimentare e a risolvere questioni, a misurare e soprattutto a « misurarsi » e a mettersi alla prova di fronte ad ostacoli e difficoltà atte a provocare la sua sagacia e coltivare la sua iniziativa » [35].

In particolare, l'insegnamento della matematica deve seguire un'impostazione sperimentale e operativa e, poiché il processo dell'apprendimento va dal concreto all'astratto gli allievi non devono essere costretti a « *imparare* delle teorie prima di *conoscere* i fatti a cui esse si riferiscono », ma devono dimostrare di *saper fare*, non solo di *saper dire.* Il tipo di lezione più adeguato a raggiungere questo scopo è la lezione maieutica che meglio consente all'insegnante di guidare l'allievo a scoprire da solo le verità matematiche e che, pertanto, stimola interrogativi e riflessioni. In una scuola laboratorio occorre, inoltre, valorizzare nel processo dell'apprendimento il momento ludico che, ben lontano dallo « sminuire la dignità della scienza matematica » [36], ne accresce anzi l'attrattiva. Il lavoro manuale, opportunamente indirizzato, può servire a « esercitare ... le varie facoltà di osservazione, di discriminazione, di attenzione, di giudizio » [37] e costituisce un ottimo antidoto contro l'illusione

[35] G. VAILATI 1906j cit., S III, p. 292. In F. ARZARELLO 1987 cit., a p. 35, viene sottolineato che la visione della scuola come laboratorio si può ricollegare a esperienze avviate in varie parti del mondo da pedagogisti e psicologi quali John Dewey in America, Alfred Binet a Parigi, Ovide Decroly in Belgio, Edouard Claparède a Ginevra e anche da Maria Montessori a Roma. È difficile stabilire, allo stato attuale della ricerca, quanto Vailati conoscesse di questi autori (cfr. EV, pp. 231, 699, S I, pp. 202-210 e *L'Archivio Giovanni Vailati* cit., Bologna, Cisalpino, pp. 37, 374).

[36] G. VAILATI 1899a cit., S III, p. 261.

[37] G. VAILATI 1901d, Recensione di *Maria Begey, Del lavoro manuale educativo*, S III, p. 265.

diffusa di conoscere le cose per il solo fatto di aver appreso certe parole.

L'utilità di un percorso didattico che proceda dal concreto all'astratto si percepisce particolarmente nell'insegnamento della geometria. Alla denominazione di *metodo intuitivo*, comunemente usata per indicare il metodo da seguire nella prima fase dell'insegnamento, Vailati preferisce quella di *geometria sperimentale o operativa* perché più atta a esprimere la differenza con la geometria razionale che deve essere sviluppata nel ciclo superiore di studi. Egli afferma infatti che fra le verità geometriche di cui è possibile e opportuno far acquisire la conoscenza all'alunno nella prima fase di studio, poche possono propriamente designarsi come intuitivamente evidenti: non si tratta quindi di contemplare passivamente supposte verità intuitive, ma piuttosto di operare attraverso esercitazioni grafiche, costruzioni, misure, ecc.

Il disegno, la costruzione delle figure, il ricorso alla carta millimetrica, ai modellini in legno, alla bilancia, ecc. devono costituire il punto di partenza del percorso didattico, in modo da far nascere nell'allievo il desiderio e il bisogno di capire perché certe proprietà sussistano e di « predisporlo a riguardare come interessante l'apprendimento, o la ricerca di connessioni deduttive tra esse, e di ragionamenti che conducano a riconoscerle come conseguenze le une delle altre » [38].

4.2 *L'unità delle matematiche*

Un bravo insegnante, secondo Vailati, non solo deve stabilire un dialogo continuo fra cultura scientifica e cultura umanistica, ma deve far percepire ai suoi allievi il più presto possibile l'unità delle matematiche stesse, stabilendo una stretta connessione fra aritmetica, algebra e geometria. L'opinione diffusasi a seguito del Decreto Coppino (1867), che « il ricorrere

[38] G. VAILATI 1907l, *L'insegnamento della Matematica nel Primo Triennio della Scuola Secondaria*, S III, p. 305.

alle notazioni dell'algebra per esprimere fatti o relazioni geometriche costituisca quasi una contaminazione o un attentato alla purezza della trattazione di Euclide »[39] aveva fatto sì che le applicazioni dell'algebra alla geometria fossero presentate a scuola quando ormai l'intera trattazione della geometria e la maggior parte dell'algebra erano state svolte. Secondo Vailati, invece, « si deve parlare il più presto possibile non solo di applicazioni dell'algebra alla geometria, ma anche, viceversa, di applicazioni della geometria all'algebra »[40], allo scopo di far comprendere subito agli allievi l'unità profonda delle matematiche e di abituarli ad affrontare uno stesso problema con vari metodi e a scegliere, di volta in volta, quello più conveniente.

Particolarmente utile dal punto di vista didattico è anche la connessione che si può stabilire fra aritmetica e algebra, in quanto l'insegnamento della prima si presta, fin dall'inizio, a preparare a quello della seconda. Ancora prima di affrontare lo studio delle equazioni di primo grado, l'alunno dovrà essere gradualmente condotto a tradurre in equazioni gli enunciati dei problemi e a semplificare tali equazioni applicando le regole che già conosce (come quella di aggiungere ad ambo i membri uno stesso numero) ed essere successivamente abituato a ritradurre in parole le condizioni espresse dalle formule via via ottenute. Lo scopo è di condurlo a concepire l'algebra semplicemente come una nuova forma di linguaggio di gran lunga più preciso del linguaggio ordinario e in grado di «ridurre domande o problemi originariamente complicati, a forma tanto semplice da non esigere quasi più alcuno sforzo mentale per la loro risoluzione »[41]. È il *linguaggio macchina*, di leibniziana memoria, di cui Vailati scrive a Giovanni Vacca e

[39] G. Vailati 1909g, *Sugli attuali programmi per l'insegnamento della matematica nelle scuole secondarie italiane*, in *Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici, 6-11 aprile 1908*, Roma, Tip. Accademia dei Lincei, p. 487.

[40] G. Vailati 1910 cit., p. 57.

[41] *Ibidem*, p. 40.

che permette di « produrre a buon mercato» risultati e di risolvere problemi [42].

4.3 *La dialettica fra rigore e intuizione*

Per quanto riguarda il rigore nell'insegnamento della matematica Vailati osserva come l'applicazione alla didattica delle nuove ricerche sui fondamenti della geometria elementare abbia messo in evidenza che « la correttezza logica di una dimostrazione non è qualche cosa che dipenda dal numero o dalla qualità dei presupposti, o delle ammissioni, di cui in essa si faccia uso, ma dipende piuttosto dal modo in cui queste vi si trovano impiegate ». L'importante è che:

« ogni ipotesi, o ammissione, a cui in ciascuna dimostrazione è fatto appello, sia chiaramente riconosciuta, e formulata in modo esplicito [...] Nulla impedisce poi che, in un corso superiore di studi, quelle stesse proposizioni che qui hanno funzionato da ipotesi o da punto di partenza di date dimostrazioni vengano, alla loro volta, ad apparire come conseguenze di altre ammissioni, o ipotesi, più semplici, e così via, finché si arrivi a far dipendere la intera catena delle dimostrazioni da quelle proposizioni soltanto che figureranno come assiomi, o postulati, nella trattazione più approfondita e sistematica a cui si procederà in seguito » [43].

L'unica condizione assolutamente imprescindibile per il rigore delle dimostrazioni è che i postulati siano tra loro compatibili. Ben lontano dallo scoraggiare l'intuizione geometrica, Vailati intende in tal modo « disciplinarla e educarla » al fine di evitare gli errori cui può dare origine « la fiducia inconsiderata e istintiva in essa » [44]. Nella recensione al manuale di geometria razionale di G. B. Halsted, basato sull'opera di Hilbert sui fondamenti, Vailati mostra invece gli inconvenienti didattici a cui

[42] G. Vailati a G. Vacca, Crema 20.7.1902, EV, p. 207.
[43] G. VAILATI 1907l cit., S III, pp. 305-306.
[44] G. VAILATI 1904, Recensione di F. Enriques e U. Amaldi, *Elementi di Geometria ad uso delle scuole secondarie superiori*, S III, p. 268.

può condurre « la preoccupazione di garantire l'assoluto rigore e la perfetta coerenza logica delle dimostrazioni "depurandole" da ogni suggestione intuitiva » [45]. Nella prassi didattica occorre dunque bilanciare intuizione e rigore.

La deduzione, inoltre, deve essere usata « non già a dimostrare proposizioni che agli alunni appaiano già abbastanza evidenti ... ma piuttosto a ricavare, appunto da queste ultime, altre proposizioni che essi ancora non conoscano ». In questo modo la deduzione si presenterà loro come un modo per « economizzare » le esperienze e per giungere senza di esse a « prevedere » il risultato, e dunque anche come mezzo di scoperta [46].

4.4 *Differenze fra metodi e contenuti dei programmi per i tre tipi di liceo*

Vailati affronta anche il problema di quanto il metodo e i contenuti nei tre licei, scientifico, classico, moderno, debbano essere differenti dovendo il primo indirizzo fornire quegli strumenti utili a proseguire gli studi scientifici, e gli altri due mirare a sviluppare la facoltà di ragionare con precisione e con rigore. Convinto che fra questi due tipi di finalità non vi sia contrasto, egli propone per i licei classico e moderno un programma di matematica con un'estensione maggiore rispetto a quella prevista dai programmi vigenti all'epoca. Infatti per coloro che scelgono questi due tipi di liceo, egli ritiene che:

« le nozioni di matematica apprese nella scuola media rappresenteranno, in certo qual modo, le colonne d'Ercole della loro cultura scientifica; mentre, al contrario, per gli alunni dell'altro ramo del liceo [scientifico], più specialmente destinato a preparare i giovani alle Facoltà di scienze o ai Politecnici non saranno che la via per acquistare cognizioni maggiori » [47].

[45] G. Vailati 1905w, Recensione di *G. B. Halsted, Rational Geometry. A textbook for the science of Space, based on Hilbert's foundations*, S III, p. 289.

[46] G. Vailati 1909g cit., p. 485.

[47] G. Vailati 1910b cit., p. 53.

Inoltre, richiamandosi a Klein, Vailati osserva che la distinzione fra matematiche elementari e superiori è spesso dovuta a ragioni di indole storica e non corrisponde ad alcun criterio di convenienza didattica. In particolare egli introduce in tutti tre i tipi di liceo il concetto di derivata per la grande importanza che riveste nelle applicazioni alle altre scienze. Nel liceo moderno, in cui hanno particolare rilievo insegnamenti quali la geografia statistica, l'economia e il diritto, si dovrà dare spazio maggiore all'uso dell'algebra nelle questioni di statistica, di economia, di amministrazione e di finanza. Nel liceo classico, invece, si privilegerà lo studio dei procedimenti dimostrativi propri alla geometria antica, accompagnandolo con letture di passi delle opere dei grandi geometri antichi, allo scopo di offrire un quadro più completo della civiltà classica, non limitato alla letteratura e all'arte.

Se è vero che i contributi più significativi di Vailati ai lavori della Commissione sono la formulazione dei programmi di matematica e le riflessioni metodologiche che li accompagnano, non bisogna dimenticare che egli difese energicamente anche l'introduzione di elementi di economia politica nei nuovi programmi e l'abolizione dell'insegnamento della filosofia nei licei da lui « riguardato come di speciale pertinenza dell'Università » [48]. Poiché questa seconda proposta non fu accolta dalla Commissione, Vailati suggerì per i tre rami del liceo programmi differenziati della materia, privilegiando la logica e la storia della scienza nel liceo scientifico, l'analisi filologica e storica della terminologia filosofica e una più ampia lettura dei testi originali dei filosofi antichi nel liceo classico e riservando, infine, nel liceo moderno una maggiore attenzione alla psicologia e ai problemi connessi con la vita sociale [49].

[48] G. VAILATI 1907o, *Le vedute di Platone e di Aristotele sugli inconvenienti di un insegnamento prematuro della Filosofia*, S I, p. 406.

[49] *Ibidem*, pp. 406-407.

5. *Critiche al progetto di riforma*

La riforma proposta dalla Commissione Reale, e specialmente l'unificazione della scuola media inferiore, fu considerata troppo radicale non solo dai conservatori, ma anche dalla maggior parte dei membri della Federazione Nazionale Insegnanti Scuola Media, un'associazione creata nel 1901 allo scopo di tutelare i diritti economici e giuridici degli insegnanti e di promuovere il miglioramento delle scuole secondarie, scopi, dunque, dichiaratamente politici che si orientavano verso un indirizzo democratico [50]. La questione della riforma fu ampiamente discussa durante il Quarto Congresso nazionale della Federazione nel 1905 e poi ripresa durante il Settimo Congresso nazionale (Firenze, 25-27 settembre 1909) dove a prevalere fu la posizione dello storico Gaetano Salvemini che respingeva assolutamente la scuola media unica, da lui chiamata « scuola minestrone » [51]. Egli infatti affermava la necessità che la scuola classica e quella moderna fossero separate fin dall'inizio e soprattutto non riteneva opportuno « buttare all'aria le scuole attuali » [52] ed era inoltre persuaso che una riforma di tale portata non potesse essere avviata senza una precedente sperimentazione e senza una adeguata formazione degli insegnanti. Piuttosto, a suo parere, sarebbe stato preferibile riformare l'istruzione professionale e potenziare la scuola elementare. Si fecero due votazioni distinte, una prima per la scuola media unica senza latino, che fu bocciata con 80 voti contrari e 26 favorevoli, e una seconda per la scuola media unica con il latino che pure fu respinta con 84 voti contrari e 20 favorevoli [53]. In

[50] Per la storia della Federazione si veda L. AMBROSOLI, *La Federazione Nazionale Insegnanti Scuola Media dalle origini al 1925*, Firenze, La Nuova Italia, 1965.

[51] A. GALLETTI, G. SALVEMINI, *La riforma della scuola media. Notizie, osservazioni e proposte*, Milano, Remo Sandron, 1908, p. 66.

[52] Cfr. per esempio G. Salvemini a G. Vailati, Messina, 29.12.1903, in EV, p. 711.

[53] Cfr. *Settimo congresso nazionale degli insegnanti delle scuole medie, Firenze, 25-27 settembre 1909*, Assisi, Tip. Metastasio, 1910, p. 308.

generale le critiche che si rivolgevano alla riforma erano essenzialmente due: innanzitutto una siffatta scuola avrebbe due anime che mal si conciliano perché dovrebbe accogliere insieme sia coloro che intendono lasciare gli studi per avviarsi a una professione, sia quelli che intendono proseguire verso le medie superiori e poi verso l'università. In secondo luogo, la scuola media unica posticiperebbe l'insegnamento del latino indebolendo ulteriormente la scuola classica cui è demandato l'importante ruolo di formare coloro che assumeranno posizioni direttive nello stato e nella società.

Anche i programmi di matematica [54] proposti da Vailati per la scuola secondaria inferiore (3 anni) e quella secondaria superiore (5 anni) non furono esenti da critiche. Essi costituirono uno dei principali argomenti di discussione proposti dalla Associazione Mathesis durante il congresso tenutosi a Firenze dal 16 al 23 ottobre 1908. La relazione sul tema, preparata da una commissione apposita costituita dai matematici Luigi Berzolari (Università di Pavia), Ettore Bortolotti (Università di Modena), Roberto Bonola (Scuola normale di Pavia) ed Emilio Veneroni (Istituto tecnico di Pavia), proponeva alcune critiche puntuali dettate soprattutto dalla convinzione che « inquadrare ... le cognizioni, le notizie ed i mezzi che si danno agli allievi in un sistema razionale, [...] sembra altrettanto necessario che dare lo scheletro ad un organismo » [55]. La commissione, pur concordando con Vailati sulla giusta esigenza di continui riferimenti ad applicazioni a problemi pratici, non riteneva opportuno « sacrificarle l'altra esigenza, non meno importante, dell'unità e della concatenazione logica delle teorie, che [...] è

[54] Si vedano le tre versioni successive del curriculum proposto da Vailati: Vailati 1907l, Vailati 1907m, cit., e il testo finale *Commissione Reale* 1909, cit. pp. 614-616, 639-647, riprodotte anche nel sito http://www.subalpinamathesis.unito.it/storiains/it/documenti.php.

[55] L. Berzolari, E. Bortolotti, R. Bonola, E. Veneroni, *Relazione sul tema II: I programmi di matematica per la Scuola Media riformata*, Atti del I Congresso della « Mathesis » Società italiana di matematica, Firenze 16-23 Ottobre 1908, Padova, Premiata Società Cooperativa Tipografica, 1908, p. 27.

la molla precipua dell'apprendere e, soprattutto, del ritenere »[56]. Nel curriculum proposto da Vailati, infatti, viene abolita la separazione fra matematica pratica e matematica razionale e i due aspetti si intrecciano in ogni stadio dell'insegnamento, ma mentre alla geometria viene data una sistemazione razionale nel V anno, questo non accade per l'aritmetica. Le principali critiche avanzate dalla commissione erano le seguenti: un eccessivo sminuzzamento di alcune parti del programma (in particolare, il calcolo delle frazioni è « disseminato » nei primi tre anni di corso); la mancanza di una trattazione della teoria delle proporzioni; l'assenza di una sistemazione razionale dell'aritmetica; l'abolizione di qualunque riferimento ai numeri irrazionali, se non un cenno marginale nel liceo classico; e la soppressione della geometria descrittiva. Per quanto riguarda invece l'introduzione dei concetti di derivata e di integrale la commissione concordava pienamente con Vailati ritenendoli fecondi di applicazioni interessanti alle altre scienze e condivideva anche la diversa impostazione metodologica da lui data ai programmi dei tre tipi di liceo.

La proposta di Vailati di un insegnamento della geometria di tipo sperimentale operativo, in particolare, diede origine a un interessante dibattito metodologico con due illustri geometri, Giuseppe Veronese e Beppo Levi, che sostenevano che l'insegnamento della geometria ad un primo livello dovesse essere principalmente intuitivo.

Gli insegnamenti sperimentali, afferma Levi, sono esclusivamente insegnamenti informativi e possono presentare « un pericolo gravissimo rispetto all'educazione della mente ». Egli cita come esempio la misurazione dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo di cateti 3 e 4 cm. e quella della diagonale di un quadrato di lato 1 dm.: « con qual diritto imporrai all'alunno – egli scrive – di non attribuire ai due esperimenti ugual valore di certezza e dal primo vorrai indurre il teorema di Pitagora [...] mentre dal secondo ... non permetterai di concludere

[56] *Ibidem*, p. 32.

nulla di preciso: affermerai arbitrariamente quella misura essere solo approssimata? ». L'esperienza per Levi può divenire strumento didattico solo quando valga a « suscitare associazioni intellettive sopite o si appoggi ad associazioni di cui perfettamente si conosca il valore » [57].

Beppo Levi delinea poi quello che chiama metodo intuitivo di insegnamento della geometria e suggerisce alcune modifiche che in parte verranno accolte da Vailati [58], come quella di articolare il programma di geometria del primo anno in tre temi fondamentali che possono offrire l'occasione per svilupparne altri connessi: *Esame di figure poligonali, Esercizi atti a determinare la nozione di angolo, Esercizi atti a risvegliare la nozione di simmetria.* Tuttavia in tutto il curriculum proposto da Vailati non compaiono mai i termini « intuizione » e « intuitivo », coerentemente con gli assunti metodologici che stanno alla base del suo modo di concepire l'insegnamento della matematica [59].

Anche Veronese, come Levi, è convinto che nelle scuole medie inferiori l'insegnante debba « fare sforzo su se stesso per non dare nozioni che non siano affatto intuitive » e rimprovera a Vailati di preoccuparsi solo del metodo e di non indicare con sufficiente chiarezza le nozioni che i ragazzi debbono acquisire. Può accadere, pertanto, che « un insegnante, nonostante il metodo operativo, parli fin da principio di *retta illimitata*, di rette parallele che prolungate *indefinitamente* non si incontrano mai, ecc. che non si possono *né osservare né verificare* come si fa ordinariamente nei così detti trattati di geom. intuitiva ». Le sue critiche hanno toni piuttosto forti:

« Se il professore di matematica potesse essere il professore di disegno (come potrebbe essere secondo il programma) si avrebbe un in-

[57] B. Levi 1907, *Esperienza e intuizione in rapporto alla propedeutica matematica. Lettera aperta al prof. Giovanni Vailati*, Il Bollettino di Matematica, 6, 1907, pp. 182 e 184.

[58] Vailati dice espressamente di aver tenuto conto delle critiche di Levi, cfr. Vailati 1907l cit., S III, pp. 310-311, nota 2.

[59] Cfr. qui il paragrafo 4.1.

segnamento da scuola d'arte e mestieri, e basta esaminare i libri di testo di disegno geometrico, come basta avere assistito agli esami delle scuole tecniche per avere un'idea che razza di nozioni geometriche sarebbero date » [60].

Meritano anche di essere citate alcune amichevoli critiche rivolte a Vailati da Cesare Burali-Forti nella loro corrispondenza privata. Burali-Forti, anch'egli membro della scuola di Peano, era fra coloro che avevano risposto con molta cura al questionario che Vailati aveva inviato prima di accingersi a redigere la proposta di programmi; vedendo che l'amico non aveva tenuto conto di alcuni suoi suggerimenti gli rimproverava soprattutto il fatto di aver relegato all'ultimo anno (solo del liceo scientifico) i « Cenni ai simboli di logica matematica », togliendo così all'insegnante la libertà di usarli prima; e il fatto di non aver dato il giusto spazio ai vettori [61].

Nel 1909 veniva pubblicato il Progetto di riforma della Commissione Reale e, nel maggio di quello stesso anno, moriva Vailati.

Pochi mesi dopo, durante il congresso della Mathesis, tenutosi a Padova dal 20 al 23 settembre 1909, Guido Castelnuovo (1865-1952), membro insigne della scuola italiana di geometria algebrica, nella sua relazione sui lavori della Commissione internazionale dell'insegnamento matematico, appena creata per effettuare un esame comparato dei metodi e dei programmi di insegnamento della scuola secondaria, ebbe parole di elogio per le proposte di riforma elaborate dalla « mente vasta e spregiudicata » di Vailati e, « data la lentezza con cui le riforme si compiono in Italia », propose agli insegnanti di attuarne da subito nelle loro classi le linee generali [62].

[60] G. Veronese a G. Vailati, Padova, 8.9.1907 in P. CANTÙ, *L'insegnamento della geometria nelle scuole medie inferiori. Una lettera inedita di Giuseppe Veronese a Giovanni Vailati*, Il Voltaire, 5, 2000, pp. 109-118.

[61] Cfr. C. Burali-Forti a G. Vailati, Torino, 28.12.1907, BDF Milano, *Fondo Vailati*, Cart. 2, fasc. 26.

[62] G. CASTELNUOVO, *Sui lavori della Commissione Internazionale pel Congresso di Cambridge*, Atti del II Congresso della « Mathesis » Società

Anche all'estero il progetto di Vailati fu visto come un progetto innovatore sulla scia delle proposte riformatrici di Klein. Nel 1910 Florian Cajori scriveva:

« Under the leadership of Loria and Vailati a movement is on foot favoring greater emphasis upon intuition, the introduction of some modern geometrical notions, the fusion of geometry with arithmetic, and the concession to the demands for practical applications made by this age of industrial development. In fact, Italy is entering upon a reform much like that of Germany and France » [63].

Le discussioni delle varie sezioni della Mathesis mostrano però che in Italia non tutti approvavano le proposte di sperimentazione avanzate da Castelnuovo. Nella sezione di Napoli, per esempio, R. Marcolongo era entusiasta e condivideva soprattutto la proposta di introdurre nella scuola secondaria i concetti di funzione, derivata e integrale. G. Gallucci, invece, pur accettandone le linee generali, riteneva che i programmi fossero da rifare perché poco organici, troppo ampi in rapporto all'orario e con lacune ingiustificate (teoria dei numeri reali, ...); egli osservava inoltre che « essi non fanno altro che farci passare da un eccesso all'altro: dal peanismo all'empirismo » [64]. La sezione torinese si dichiarava contraria alle sperimentazioni parziali e A. Padoa, afferente alla sezione ligure, proponeva una nuova articolazione dei programmi di matematica a partire dalle elementari; in particolare egli suddivideva la scuola secondaria in tre corsi successivi: preparatorio, deduttivo e com-

italiana di matematica, Padova, 20-23 Settembre 1909, Padova, Premiata Società Cooperativa Tipografica, 1909, Allegato F, p. 3.

[63] F. CAJORI, *Attempts made during the eighteenth and nineteenth centuries to reform the teaching of geometry*, The American Mathematical Monthly, 17, 1910, p. 192. Si veda anche W. LIETZMANN, *Die Grundlagen der Geometrie im Unterricht (mit besonderer Berücksichtigung der Schulen Italiens)*, Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschftlichen Unterricht, 39, 1908, p. 181.

[64] *Verbali delle adunanze delle Sezioni*, Bollettino della Mathesis, II, 1910, p. 73.

plementare, i primi due triennali e comuni e il terzo, di due anni, articolato in tre rami, classico, moderno e scientifico. Anche l'impostazione metodologica si discostava da quella di Vailati, soprattutto per quanto riguarda l'approccio alla geometria chiaramente influenzato dai suoi studi sui fondamenti [65].

Le discussioni in ogni caso erano sempre legate a questioni di tipo metodologico, e si possono inquadrare nel più ampio dibattito sul ruolo dell'esperienza e dell'intuizione nell'insegnamento secondario della matematica che confluì nell'inchiesta promossa dalla Commissione internazionale dell'insegnamento matematico nel 1911 [66] e che in Italia metteva a confronto due scuole di pensiero, quella di geometria algebrica di Corrado Segre e quella di logica matematica di Giuseppe Peano.

6. *I risultati ottenuti* [67]

In ogni caso la riforma elaborata dalla Commissione Reale non fu varata. Parte delle proposte di Vailati furono attuate nel 1911 con la creazione del Liceo moderno che divergeva dal classico a partire dalla seconda liceo e dove il greco era sostituito da una lingua moderna e le discipline scientifiche erano maggiormente valorizzate. A redigere i programmi ad esso relativi e le istruzioni metodologiche [68] fu Castelnuovo che, co-

[65] A. PADOA, *Osservazioni e proposte circa l'insegnamento della matematica nelle scuole elementari, medie e di magistero*, Il Bollettino di Matematica, 9, 1910, pp. 73-94, in particolare pp. 81-86.

[66] D.E. SMITH, *Intuition and experiment in mathematical teaching in the secondary schools*, L'Enseignement mathématique, 14, 1912, pp. 507-534, parzialmente tradotto in italiano da G. Castelnuovo in Bollettino della Mathesis, 1912, pp. 134-139.

[67] Per maggiori dettagli sui temi trattati in questo paragrafo si rimanda a GIACARDI 2006 cit., pp. 38-63.

[68] Cfr. *Ginnasio - Liceo Moderno. Orario - Istruzioni - Programmi*, Bollettino Ufficiale del Ministero dell'Istruzione Pubblica, XL, 45, 30 ottobre 1913, (in http://www.subalpinamathesis.unito.it/storiains/it/provvedimenti.php) e G. LORIA, *Les Gymnases-lycées «modernes» en Italie*, Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschftlichen Unterricht aller Schulgattungen, 45, 1914, pp. 188-193.

me presidente della Mathesis e delegato italiano nella Commissione internazionale dell'insegnamento matematico, cercava di promuovere un modo di insegnare la matematica che tenesse conto dei movimenti di riforma europei, soprattutto quello di Klein, di cui anche Vailati aveva accolto le principali istanze.

Il suo interesse per la scuola nasceva da ragioni sociali e pertanto lo scopo primario di un insegnamento secondario doveva essere, a suo parere, quello di « formare l'uomo civile » [69] perché « la scuola non è veramente efficace se essa non si dirige alle intelligenze medie, se non riesce a formare quella democrazia colta, che è pur la base di ogni Nazione moderna » [70]. Nell'articolo *Il valore didattico della matematica e della fisica* [71], che costituisce quasi un manifesto del suo pensiero didattico, Castelnuovo sottolinea l'importanza dell'osservazione e delle attività sperimentali, l'utilità del continuo confronto fra astrazione e realtà, la convenienza di presentare le applicazioni « per mettere in luce il valore della scienza », e i benefici che derivano dalla valorizzazione dei procedimenti euristici [72].

Il suo modo di concepire l'insegnamento della matematica è reso più incisivo da alcuni slogan che egli inserisce spesso nei suoi articoli e nei suoi discorsi ufficiali: « Riabilitare i sensi », « Abbattere il muro che separa la scuola dal mondo esterno », « Accostare l'insegnamento alla natura e alla vita ». Non stupisce quindi che Castelnuovo sia stato uno dei sostenitori del progetto di rinnovamento dell'insegnamento secondario della matematica di Vailati, e che abbia adottato alcune delle sue proposte sviluppando il programma del liceo moderno. In particolare egli introdusse nei curricula il concetto di funzione ed elementi di calcolo differenziale e integrale:

[69] Cfr. *Ginnasio - Liceo Moderno*, 1913 cit., p. 2761.

[70] G. Castelnuovo 1909 cit., p. 4.

[71] G. Castelnuovo, *Il valore didattico della matematica e della fisica,* Rivista di Scienza, 1, 1907, pp. 329-337.

[72] Cfr. L. Giacardi, *Guido Castelnuovo*, in http://www.icmihistory.unito.it, a cura di F. Furinghetti, L. Giacardi.

« Ma se si vuole – egli scrive – che l'allievo delle scuole medie senta di questa matematica moderna il soffio ispiratore ed intravveda la grandezza dell'edifizio, occorre parlargli del concetto di funzione ed indicargli, sia pure sommariamente, le due operazioni che costituiscono il fondamento del Calcolo infinitesimale. Così egli se avrà spirito scientifico, acquisterà un'idea più corretta ed equilibrata dell'organismo odierno delle scienze esatte [...]. Se poi la mente dell'allievo sarà portata verso altre discipline, egli almeno troverà nella matematica, anziché un esercizio logico a lui penoso, una raccolta di metodi e risultati che hanno facili applicazioni in problemi concreti » [73].

I matematici italiani non erano però tutti entusiasti dei programmi del liceo moderno. Mentre F. Severi si dichiarava « favorevolissimo », T. Levi Civita, G. Veronese, pur approvandoli in linea di massima, sottolineavano tuttavia l'importanza di stabilire un giusto equilibrio fra rigore e intuizione. Invece O. Tedone, G. Ricci Curbastro e G. Vitali consideravano qualunque ampliamento dei programmi un inutile onere per gli studenti e pertanto erano contrari. A. Padoa, G. Loria, and E. E. Levi dissentivano su aspetti specifici: Padoa era favorevole all'introduzione degli elementi di geometria analitica, ma non del calcolo infinitesimale e pure Loria nutriva qualche dubbio in merito, mentre Levi riteneva accettabile solo l'introduzione del concetto di integrale in quanto è un'immediata estensione dei concetti di area e di volume [74]. Inoltre, il liceo moderno incontrò varie difficoltà nell'attuazione: mancavano docenti preparati, gli insegnanti del liceo classico erano ostili e dirottavano a quello moderno gli alunni meno bravi, e carenze di fondi ostacolavano la realizzazione dei laboratori scientifici. Nel 1921, durante il Congresso nazionale della Mathesis (Napoli 13-16 ottobre), Roberto Marcolongo, che come si è detto era invece un sostenitore entusiasta del progetto di riforma di Vai-

[73] G. Castelnuovo, *La riforma dell'insegnamento matematico secondario nei riguardi dell'Italia*, Bollettino della Mathesis, 11, 1919, p. 5.

[74] Cfr. *Verbali delle adunanze delle Sezioni*, Bollettino della Mathesis, 5, 1913, pp. 94-117 e A. Levi, *Sull'insegnamento della matematica nei licei moderni*, Bollettino della Mathesis, 8, 1916, pp. 94-96.

lati, presentava una relazione in cui riprendeva il tema del laboratorio di matematica e mostrava, attraverso l'esposizione di vari materiali didattici (modelli geometrici, tavole, disegni, strumenti, ecc.), come ogni insegnante potesse realizzarlo nella propria classe [75].

In ogni caso quella del liceo moderno fu un'esperienza effimera. Rimandata agli anni venti, la riorganizzazione della scuola secondaria fu introdotta in termini completamente differenti: la cultura positivistica, liberal-democratica fu sconfitta dalle nuove correnti politiche e dal trionfo del Neoidealismo.

Nel 1923 Giovanni Gentile, ministro della pubblica istruzione, approfittando della legge del 3 dicembre 1922 che concedeva pieni poteri al primo governo Mussolini, attuò in un solo anno una completa e organica riforma del sistema scolastico italiano. Gentile respingeva l'istanza democratica della scuola media inferiore unica, separava l'istruzione secondaria in due percorsi di cui quello classico-umanistico destinato alla formazione della classe dirigente e assolutamente preponderante su quello tecnico-scientifico. L'insegnamento del latino fu introdotto in tutti i corsi inferiori della scuola media. Il liceo moderno e la sezione fisico-matematica dell'istituto tecnico furono soppressi e sostituiti con un liceo scientifico debole, perché privo di un corso inferiore propedeutico e con sbocchi universitari limitati. In più, l'insegnamento della matematica veniva accorpato con quello della fisica con un orario talvolta inferiore a quello precedentemente destinato alla sola matematica.

In seguito al rifiuto di Castelnuovo, a coadiuvare il ministro nella preparazione dei programmi di matematica fu Gaetano Scorza (1876-1939) [76]. Membro attivo della Mathesis e uno dei referenti italiani nella Commissione internazionale dell'insegnamento matematico, Scorza difendeva appassionata-

[75] Cfr. *Atti della Società Italiana di Matematiche « Mathesis »*, Periodico di matematiche, 4, 2, 1922, pp. 92-96 e Giornale di matematiche, 60, 1922, pp. 1-14, Marcolongo cita Vailati a p. 8.

[76] Cfr. L. GIACARDI, *Gaetano Scorza*, in http://www.icmihistory.unito.it/, a cura di F. Furinghetti, L. Giacardi.

mente il valore formativo, etico ed estetico della matematica e sosteneva l'importanza di un insegnamento non sia « passivo o dogmatico », ma che si avvalga di un « metodo attivo od euristico », sviluppando sia la fantasia creatrice, sia un acuto senso critico [77]. Nel liceo scientifico egli mantenne l'insegnamento di alcuni elementi di calcolo differenziale e integrale e cercò di tenere alto il valore della matematica, ma era fortemente condizionato dal quadro generale della riforma. I principi ideologici del Fascismo e del Neoidealismo si opponevano a un'ampia diffusione della cultura scientifica e soprattutto all'interazione con le altre aree culturali: la cultura umanistica doveva costituire l'asse portante della nazione e soprattutto della scuola.

Tuttavia, molti degli assunti pedagogici di Vailati e soprattutto la scuola come laboratorio da lui auspicata, i cui cardini sono il ruolo attivo dell'allievo e l'*humanitas scientifica*, a partire dagli anni cinquanta [78], hanno assunto – pur con connotazioni differenti dovute alla diversa epoca storica e ai diversi contesti – un nuovo rilievo nella ricerca in didattica [79] e possono costituire ancora oggi uno stimolante riferimento.

[77] G. Scorza 1921, *Essenza e valore della matematica*, in *Opere scelte*, 3, Roma, Cremonese, 1962, p. 19; G. Scorza 1923, *Il valore educativo della matematica*, *Ibidem*, pp. 83 e 97.

[78] Si veda a titolo di esempio il volume C. Gattegno, W. Servais, E. Castelnuovo, J.-L. Nicolet, T. J. Fletcher, L. Motard et al., *Le Matériel pour l'Enseignement des Mathématiques*, Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1958.

[79] Si veda per esempio *Il laboratorio di matematica* in *Matematica 2003. La matematica per il cittadino - Ciclo secondario*, UMI-CIIM, Lucca 2003, pp. 28-30.

Mauro De Zan

La «presenza» di Peano nei carteggi di Vailati

Giovanni Vailati e Giuseppe Peano si conobbero a Torino nell'autunno 1880. Entrambi erano molto giovani: Vailati, diciassettenne, era giunto nella città piemontese per frequentare il primo anno della facoltà di matematica; Peano, che nel luglio di quell'anno s'era laureato in matematica, era appena stato nominato assistente di Enrico D'Ovidio del cui corso di Algebra e Geometria analitica doveva tenere le esercitazioni. Vailati frequentò quel corso il primo anno di università ed ebbe come docente, nelle esercitazioni, il giovane assistente di D'Ovidio. Non sappiamo nulla di questo loro primo contatto: Peano doveva seguire una novantina di matricole per quattro ore alla settimana [1] e quindi il loro rapporto fu necessariamente superficiale. L'a.a. successivo Peano divenne assistente di Angelo Genocchi, titolare del corso di Calcolo infinitesimale, e, a causa di un incidente occorso al professore, lo dovette supplire nelle lezioni.

È probabile che la conoscenza tra Peano e Vailati si fece più profonda nel corso di quell'anno. Certamente Vailati ebbe modo di apprezzare l'abilità con cui Peano ritrovava e correg-

[1] Cfr. H.C. Kennedy, *Peano. Storia di un matematico*, Torino, Boringhieri, 1983, p. 25.

geva inesattezze ed errori presenti nei principali trattati d'analisi europei e, soprattutto, la sua capacità di escogitare geniali controesempi.

Vailati non fu un allievo brillante: all'esame di Calcolo infinitesimale ottenne una votazione appena sufficiente: 5/9. Per la verità tutte le valutazioni ottenute da Vailati nel corso del primo biennio del corso di matematica sono deludenti e ciò può forse spiegarsi con i molti interessi intellettuali che in quei primi anni di vita torinese lo « distraevano » dallo studio delle matematiche. Ottenuta la licenza in Scienze matematiche e fisiche, frequenta, tra il 1882 e il 1885, la Scuola d'applicazione per ingegneri. Conseguita la laurea in Ingegneria civile, riprende gli studi di matematica e consolida la relazione con Peano.

Una volta ottenuta, nel 1888, anche la laurea in Matematica, Vailati ritorna a Crema e solo nel 1892 è nuovamente a Torino con l'incarico di assistente di Calcolo infinitesimale. La chiamata da parte di Peano è strumentale al progetto di creare una squadra di giovani studiosi disposti a collaborare al progetto del formulario matematico. Vailati rimane assistente di Peano per un biennio, quindi è assistente di Luigi Berzolari per l'a.a. 1895/6 e, successivamente, resta all'università come assistente volontario, dedicandosi principalmente agli studi di storia della meccanica, anche se continua a mantenersi in contatto con Peano. Nel 1899 accetta un ruolo di docente di matematica presso il liceo di Siracusa.

Sono poche le missive scambiate tra Peano e Vailati fino ad ora rintracciate: tre lettere di Vailati al maestro e quattro cartoline postali di Peano a Vailati. Le lettere di quest'ultimo furono scritte tra il 1895 e il 1901, le cartoline di Peano sono più tarde, risultando spedite tra il 1904 e il 1906. Le lettere di Vailati sono state edite a cura di Mario Quaranta nel 1985, in appendice all'articolo *Il contrasto Peano-Vailati* [2]. Nelle quattro brevi car-

[2] M. QUARANTA, *Il contrasto Peano-Vailati*, in *Scienza e filosofia. Saggi in onore di Ludovico Geymonat*, a cura di C. Mangione, Milano, Garzanti, 1985, pp. 760-776; le trascrizioni delle tre lettere costituiscono la se-

toline postali Peano tratta del *latino sine flexione*, chiede lumi sui lavori della Regia Commissione per la riforma della scuola media, di cui Vailati era membro, fornisce e richiede informazioni bibliografiche. Gli originali delle cartoline, finora inedite e che pubblichiamo in appendice, sono conservati presso l'*Archivio Vailati* [3] della Biblioteca del Dipartimento di Filosofia dell'Università degli Studi di Milano.

Le missive pervenuteci, oltre ad essere certamente assai inferiori per numero a quelle che si scambiarono nel corso degli anni, non costituiscono né l'inizio né il termine del loro carteggio. Sappiamo che i due iniziarono il carteggio dopo che Vailati, laureatosi, lasciò Torino e prima che tornasse nel 1892: il primo scritto di Vailati pubblicato nel 1891 nella RdM, è presentato come «estratto di lettera dell'Ing. Vailati al Direttore» [4]. Sappiamo altresì che Vailati e Peano sicuramente continuarono a frequentarsi direttamente o per corrispondenza oltre il 1906, almeno fino all'estate del 1908.

Molte informazioni sul loro rapporto le possiamo ricavare da carteggi, in parte ancora inediti, intrattenuti da Vailati con una quindicina di corrispondenti sia italiani che stranieri [5]. Gli accenni a Peano si susseguono nel corso degli anni con una discreta regolarità, segno che i rapporti tra i due ebbero una certa continuità e che per il filosofo cremasco Peano rimase sempre un punto di riferimento intellettuale, anche quando Vailati cessò di collaborare al *Formulario* e alla RdM. Questo credo sia già un piccolo risultato preliminare, perché toglie di mezzo eventuali ipotesi di rotture intervenute tra i due, netti contrasti o profonde incomprensioni anche se è innegabile che Vailati seguì con gli anni un percorso sempre più autonomo e distinto.

conda appendice alle pp. 772-776. Ricerche condotte personalmente presso l'Archivio Vailati in BDF Milano, sono risultate negative.

[3] *Corrispondenza*, cart. 143, *Carteggio con Peano Giuseppe.*

[4] G. VAILATI, *Un teorema di Logica matematica*, RdM, I, 1891, p. 103.

[5] Questo è l'elenco dei corrispondenti individuato: Amato Pojero, Burali-Forti, D'Aguanno, Enriques, Errera, Léon, Marchesini, Padoa, Papini, Premoli, Prezzolini, Uzielli, Vacca, Volterra, Welby.

I primi riferimenti, impliciti, a Peano li troviamo in alcune lettere di Vailati al cugino Orazio Premoli della primavera del 1891, nelle quali lo informa che « giorni fa fui invitato a pubblicare un mio lavoretto di matematica che tengo già pronto, in una Rivista di matematica che esce a Torino » [6]. Confida al cugino che intende andare a Torino di lì a poco per valutare un possibile ritorno nella città dei suoi studi. Vailati si riferisce alla possibilità di divenire assistente di Peano, anche se preferisce non rendere noti i suoi progetti con eccessivo anticipo. E in una lettera successiva scrive di aver avuto « il piacere di vedere per la prima volta pubblicato qualche cosa di mio in quella Rivista di matematica di cui ti parlai » [7]. Ma nel giugno lo informa che la « gita » a Torino non si è realizzata, mentre ha pronte le bozze per un suo nuovo articolo sulla rivista di Peano. A Torino, infine, vi ritorna, soggiornandovi per due settimane, durante le vacanze natalizie tra il 1891 e 1892, come scrive in una lettera sempre a Premoli del 23 gennaio 1892. Solo l'8 settembre 1892, Vailati lo informerà che sta per diventare assistente di Calcolo infinitesimale all'Università di Torino [8]. Dei suoi impegni – e timori – come neo assistente parlerà, sempre al cugino, in una successiva lettera del 22 dicembre:

« In questi giorni passati i miei nuovi impegni *didattici* mi lasciavano pochissimo tempo libero, non tanto per la frequenza delle ore di scuola (nove alla settimana, delle quali tre si riducono puramente ad assistere alle lezioni del *principale*), quanto per la necessaria preparazione ed elaborazione degli argomenti da trattare onde evitare il pericolo di fare qualche *marrone* » [9].

[6] Lettera inedita di Vailati a Premoli del 5 aprile 1891. L'originale della lettera è conservato presso l' « Archivio generale dei Barnabiti » a Roma, mentre in BDF Milano ne è conservata una fotocopia.

[7] Lettera di Vailati a Premoli del 22 aprile 1891, inedita, fotocopia dell'originale in A.V.

[8] Lettera di Vailati a Premoli dell'8 settembre 1892, inedita, fotocopia dell'originale in BDF Milano.

[9] Lettera di Vailati a Premoli del 22 dicembre 1892, pubblicata in G. VAILATI, *Epistolario 1891-1909*, a cura di G. LANARO, Einaudi, Torino 1971, p. 20.

Numerosi riferimenti a incontri con Peano e a scambi di lettere tra Vailati e Peano li ritroviamo nei carteggi intercorsi tra Vailati e alcuni dei logico-matematici che fecero parte della scuola torinese, in particolare Alessandro Padoa e Giovanni Vacca, ma anche in quelli di personaggi estranei a quell'ambito come Giovanni Papini, G. Amato Pojero, Vito Volterra e altri ancora.

Da queste diverse lettere sappiamo che Vailati e Peano ebbero modo di incontrarsi personalmente in svariate occasioni dopo che il primo lasciò definitivamente Torino. Nelle lettere inviate a Vailati nell'estate del 1900 Padoa parla di come organizzare, con Peano e Vailati, il viaggio e l'alloggio a Parigi in occasione dei congressi di filosofia e di matematica. E così altre lettere ci danno notizia degli incontri avvenuti tra Peano e Vailati durante convegni svoltisi in Italia o all'estero. In alcune lettere infine Vailati cerca di organizzare degli incontri con Peano e alcuni degli ex-allievi che avevano collaborato alle prime edizioni del *Formulario.*

Molti sono i riferimenti a scambi di lettere avvenuti tra i due: di particolare rilievo sono quelli rintracciabili nel carteggio con Vacca riguardanti la stesura della prima sezione del *Formulario* del 1901, l'edizione di un *Dizionario di logica matematica*, che impegnò Peano tra l'estate e l'inverno del 1901, e un fitto scambio di lettere con Peano avvenuto nel giugno del 1908 in relazione all'articolo che Vailati stava per pubblicare sulla « grammatica dell'algebra ». Le proposte di modifiche del *Formulario* riguardavano il primo paragrafo del primo capitolo dedicato alla logica matematica. Vailati aveva ricevuto nel gennaio del 1901 da Peano le bozze della nuova edizione del *Formulario* e, come risulta da una lettera a Vacca del 17 febbraio, aveva già scritto a Peano in merito alle modifiche, ne aveva ricevuto una risposta che probabilmente non l'aveva soddisfatto e gli aveva nuovamente scritto il 15 febbraio. Nella lettera a Vacca esplicita le sue riserve su quel paragrafo. Così com'è, scrive, « a me sembra un vero *scandalo* (nel significato etimologico della parola = pietra d'inciampo) per chi comincia a leggere il *Formulario.* A me pare assolutamente necessario che

essa venga modificata, in un modo o in un altro; e che una maggior chiarezza che si ottenesse in essa si "riverbererebbe" anche sui capitoli successivi, specialmente quello sulle definizioni, che pure ha bisogno di qualche ulteriore schiarimento» [10]. Vailati muove alcune obiezioni sulla difficoltà di distinguere con chiarezza tra proposizioni categoriche e condizionali, e non lo soddisfa la definizione di «lettera variabile» in quanto «può anche non essere una *lettera*: per esempio, quando si scriva una proposizione condizionale *per definire* una classe di operazioni». Infine «la questione se debbano definirsi *prima le lettere variabili e poi le proposizioni condizionali* o viceversa, mi pare oziosa» [11]. Oltre a queste obiezioni concettuali vi sarebbero anche delle proposte più «sostanziali» di cui intende scrivere in una ulteriore lettera a Peano. Insomma, conclude,

«quel capitoletto (e specialmente la pagina 2) andrebbe completamente rifuso, caratterizzando subito in principio la distinzione tra *equazioni* e *identità* logiche, cioè tra proposizioni che hanno lo scopo di definire (delimitare) delle classi e proposizioni in cui non entrano che classi che sono o si suppongono già anteriormente delimitate, e mostrando l'importanza di tale distinzione che non è che una *generalizzazione* di quella familiare in algebra tra identità ed equazioni».

Non sembra, dai materiali che abbiamo a disposizione, che Peano abbia tenuto conto di queste obiezioni: il nome di Vailati non è ricordato né tra coloro che hanno direttamente partecipato all'edizione, né tra coloro che hanno fornito suggerimenti. Vailati, per altro, in una lettera a Vacca del 13 marzo, confessa che solo «oggi, dopo troppo ritardo, ho scritto al prof. Peano ancora a proposito del primo paragrafo del *Formulario*» [12]. È probabile che i suggerimenti finali, forse più

[10] Lettera di Vailati a Vacca del 17 febbraio 1901, pubblicata in EV, p. 183.

[11] *Ibidem.*

[12] Lettera di Vailati a Vacca del 13 marzo 1901, edita in EV, p. 186.

meditati, siano arrivati quando la nuova edizione era già in stampa.

È interessante notare che nella successiva edizione del *Formulario* (1902-1903) il capitolo dedicato alla Logica matematica fu riscritto nella parte delle note che vennero ad espandersi notevolmente. Peano si preoccupò di inviare già nel dicembre del 1901 le bozze di questo capitolo a Vailati il quale, in una lettera a Vacca, si mostra soddisfatto del lavoro di revisione compiuto, che attribuisce senz'alcun dubbio a Vacca. Vailati è, in quei mesi, convinto che Vacca da un lato freni «cattive tendenze» di Peano e dall'altro ne stimoli altre senza dubbio «buone» [13]. Nonostante ciò rimane ancora un difetto nel *Formulario*: «quello cioè di dare più importanza alle proposizioni che alle relazioni (di deducibilità, di indipendenza, di compatibilità, etc.) che sussistono tra loro. Lo studio dei criteri atti a far preferire una data *teoria* a un'altra su un dato soggetto (cioè in fondo a far preferire una data scelta, ad un'altra, delle proposizioni e delle ipotesi fondamentali) non è finora stato neppur mai abbordato, se non in parte dal Padoa» [14]. Questo difetto segnerà, per Vailati, una carenza della logica matematica peaniana rispetto a quella sviluppata da Peirce.

L'«incomprensione» da parte di Peano delle ragioni addotte da Vailati per modificare la pagina due del *Formulario* non influì negativamente sui loro rapporti. Nell'autunno del 1901 Vailati è impegnato nella stesura di una doppia recensione al volume di Couturat sulla logica di Leibniz: una delle due

[13] Si veda, in EV, p. 208, quanto scrive Vailati a Vacca il 20 luglio 1902: «E del *Formulario* e relative questioni, che novità ci sono? Non vorrei che, mancando la *componente* che tu rappresentavi, la *risultante* prenda una *direzione* meno buona. Essa in ogni modo verrebbe a diminuire grandemente in *valore*; poiché [...] è ben difficile che Peano trovi un collaboratore più atto di te a controbilanciare le sue cattive tendenze... con delle altre tendenze tanto buone quanto lo sono le sue migliori, senza per nulla rendere queste ultime meno efficaci, e anzi stimolandole ed eccitandole al massimo grado come tu facevi standogli *alle costole*».

[14] Lettera di Vailati a Vacca del 18 dicembre 1901, edita in EV, pp. 195-196.

recensioni, tra loro « complementari », come scrive a Vacca in ottobre [15], è destinata al « Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche », l'altra, più attenta ad evidenziare la « traducibilità » delle ricerche logiche di Leibniz nel linguaggio del *Formulario*, alla RdM [16]. Inoltre, quando Peano, al Congresso Mathesis svoltosi a Livorno nell'agosto di quell'anno, presenta il progetto di un « dizionario di logica matematica », Vailati aderisce con entusiasmo all'iniziativa: in una lettera a Vito Volterra sintetizza i risultati di quel convegno e ricorda che « un'ottima iniziativa fu anche presa, su proposta del prof. Peano, per la composizione d'un dizionario di termini tecnici usati nei vari rami della matematica » [17]. Dell'interesse per questo progetto troviamo tracce in lettere di Padoa a Vailati e di Vailati a Vacca di quel periodo. In una lettera a Vacca, del 2 dicembre, scrive di aver ricevuto le bozze dell'edizione che Peano sta per pubblicare nella RdM e che intende rimandare « oggi o domani ». Confida che avrebbe alcune critiche e aggiunte a proposito del termine « analisi », ma è indeciso se redigerle ora perché teme non arrivino in tempo per essere prese in considerazione [18]. E su ciò ritorna in una lettera del 18 dicembre, sempre a Vacca: « Del *Dizionario di logica*, come ti puoi immaginare, non sono ancora molto soddisfatto. Per esempio, al-

[15] Lettera di Vailati a Vacca del 21 ottobre 1901

[16] La recensione di Vailati a Couturat, *La logique de Leibniz d'aprés des documents inédits*, Paris, Alcan, 1901 è in RdM, 7, 1900-1901, pp. 148-159. La lettera di Vailati a Peano del 26 settembre 1901 è interamente dedicata a osservazioni relative al libro di Couturat e Vailati spiega perché ha ritenuto opportuno « rifondere quella mia recensione togliendovi quasi del tutto la parte generica (colla sola eccezione delle due pagine gia stampate) ed entrando invece in particolari concreti e più direttamente connessi ai confronti col *Formulario.*

[17] Lettera di Vailati a Volterra del 3 settembre 1901. Il carteggio di Vailati con Volterra è edito, a cura di M. Quaranta, in appendice a *Giovanni Vailati intellettuale europeo. Atti del Convegno di Spongano (Lecce) 12 aprile 2003*, a cura di Fabio Minazzi, Edizioni Thélema, Milano 2006, alle pp. 166-183. La lettera citata è a p. 178.

[18] Lettera di Vailati a Vacca del 2 dicembre 1901, edita in EV, p. 194.

la voce *analisi* ciò che vi è dovrebbe essere completamente rifuso, a cominciare dall'etimologia, filologicamente insostenibile». Nella RdM del 1901 è pubblicata l' «edizione provvisoria» della prima parte del *Dizionario di Matematica*, dedicata alla Logica matematica. Peano sottolinea che si tratta di un «lavoro preparatorio onde ottenere una terminologia scolastica uniforme» [19]. Come è stato per il *Formulario,* anche questo lavoro dovrà essere frutto della collaborazione di un ampio numero di persone. Fino ad ora, ricorda Peano, vi hanno partecipato fattivamente Padoa, Vacca e Vailati.

Nell'estate del 1908 Vailati è impegnato in un lavoro particolare: intende presentare al convegno fiorentino della «Società Italiana per il Progresso delle Scienze», che si terrà in autunno, una comunicazione che ha per oggetto l'indagine della struttura grammaticale dei linguaggi matematici e lo scopo di stimolare l'interesse dei filologi inducendoli così a studiare i linguaggi artificiali, in primo luogo quello logico-matematico. Si tratta di un lavoro ispirato ad un approccio interdisciplinare che ben esprime lo spirito con cui la «Società» è da poco rinata. La comunicazione, che ha per titolo *I caratteri grammaticali e sintattici del linguaggio algebrico*, sarà parzialmente pubblicata in una *Nota critica* nella rivista «Scientia» col titolo *Pour un étude de l'Algebre au point de vue linguistique* e, in una versione diversa da quella della comunicazione congressuale, nel fascicolo di luglio-agosto 1908 della «Rivista di psicologia applicata» col titolo *La grammatica dell'algebra. Contributo alla psicologia del linguaggio matematico* [20].

Per condurre un'analisi accurata della "grammatica" dell'algebra e della logica matematica Vailati ritiene necessario richiedere la collaborazione di Peano. Purtroppo non ci sono

[19] RdM, 7, 1900-1901, p. 160.

[20] Nell'edizione che compare in G. VAILATI, *Scritti*, Leipzig - Firenze 1911, pp. 871-889, sono aggiunti, rispetto all'edizione del 1908, alcuni paragrafi, evidenziati con parentesi quadre, che corrispondono a parti tratte da un tiposcritto rinvenuto tra le carte di Vailati, dai curatori dell'edizione degli *Scritti.* Ciò non significa tuttavia che queste parti siano del tutto mancanti nell'edizione pubblicata nella «Rivista di psicologia applicata».

pervenute lettere scambiate tra i due nel periodo in cui Vailati fu impegnato nella realizzazione di questo lavoro, lettere che avrebbero senza dubbio fornito informazioni su come si svolse questa collaborazione. Tuttavia abbiamo una sua lettera a Vacca del giugno 1908 nella quale è ben riassunto lo scopo perseguito da Vailati e la collaborazione con Peano:

« In questa settimana ho avuto una corrispondenza abbastanza frequente con Peano a proposito di quel mio lavoro [...] sui caratteri morfologici e sintattici del linguaggio algebrico. Esso avrebbe lo scopo di richiamare l'attenzione dei « grammatici comparati » sull'interesse che presenta lo studio dei linguaggi tecnici artificiali, i quali, appunto per la loro maggiore « artificialità » mettono in luce dei fenomeni linguistici che nelle lingue propriamente dette, a causa della loro prevalente « naturalità », si trovano quasi allo stato latente e rudimentale (subcosciente) » [21].

Nella parte finale dell'articolo (versione *Scritti* 1911) vi è un giudizio sul valore degli studi di logica matematica sviluppati da Peano e dalla sua scuola. Dopo aver mostrato che l'algebra possiede funzioni sintattiche per certi versi analoghe a quelle del linguaggio comune, nota che è carente di una struttura fondamentale espressa nel linguaggio comune dalle *congiunzioni.* L'algebra, grazie alla sua grammatica, è in grado di esprimere con rigore proposizioni isolate, ma non i rapporti tra le stesse. Per far ciò deve ricorrere ancora al linguaggio ordinario. Merito della logica matematica – scrive Vailati – « è stato quello di poter esprimere interamente delle teorie matematiche, col solo impiego di simboli algebrici ed ideografici, senza alcun ricorso all'impiego, anche solo "sussidiario", del linguaggio comune. Il primo tentativo di una enciclopedia matematica contenente, non solo proposizioni o teoremi, ma anche le loro dimostrazioni, e nella quale non è fatto alcun uso del linguaggio ordinario, è dovuto al Prof. Peano » [22].

[21] Lettera di Vailati a Vacca dell'8 giugno 1908, inedita, copia dell'originale conservato in BDF Milano, *Archivio Vailati.*

[22] G. Vailati, *Scritti*, 1911 cit., p. 888.

Questo non è l'unico scritto nel quale Vailati esprime il suo giudizio sul valore storico degli studi di logica matematica promossi da Peano. All'interno del *corpus* dei suoi scritti se ne possono individuare almeno tre, che ebbero la funzione di divulgare presso un pubblico non specialistico i risultati raggiunti dalla logica matematica e l'intrinseco valore filosofico di questo nuovo ramo delle matematiche. Il primo di tali scritti è *La Logique mathématiques et sa nouvelle phase de développement dans le écrits de M. J. Peano* pubblicato nel gennaio 1899 nella «Revue de Métaphysique et de Morale», il secondo è *Pragmatismo e Logica matematica* apparso nel «Leonardo» nel febbraio 1906 e, tradotto in inglese, nella rivista «Monist» nell'ottobre dello stesso anno e, infine, *De quelques caractères du mouvement philosophique contemporain en Italie*, ospitato nel numero di febbraio 1907 della «Revue du mois». Due articoli apparvero direttamente in francese e il terzo fu subito tradotto in inglese. È evidente la volontà dell'autore di farsi «ambasciatore» delle ricerche peaniane e delle novità filosofiche italiane oltre i confini nazionali.

L'idea di dedicare uno scritto all'illustrazione e divulgazione dei risultati degli studi Peano e allievi è presente per la prima volta in una lettera di Vailati al giurista siciliano Giuseppe D'Aguanno del 9 marzo 1898. D'Aguanno era condirettore della «Rivista di storia e filosofia del diritto» edita a Palermo e aveva invitato Vailati a collaborare alla rivista [23]. Nella lettera Vailati si dichiara disposto ad inviare recensioni o articoli su temi di economia politica oppure

«dedicare un articoletto a una rassegna sommaria delle pubblicazioni che in quest'ultimo decennio si sono fatte in Italia da matematici sul soggetto della cosiddetta *logica matematica* (in particolare dal Prof. Peano dell'Università di Torino); queste ricerche mi sembrano

[23] Una breve recensione, non firmata, della prolusione di Vailati *Sull'importanza delle ricerche relative alla storia delle scienze* era apparsa in «Rivista di storia e filosofia del diritto», I, nov.-dic. 1897, p. 596.

non essere state abbastanza prese in considerazione, tanto dai matematici come dagli studiosi di scienze filosofiche » [24].

Le sue proposte non furono accolte o perché non inerenti la linea editoriale della rivista o a causa della cessazione, di lì a poco, delle pubblicazioni da parte della stessa, per cui cercò di trovare altre sedi in cui pubblicare l'« articoletto » sulla logica di Peano. Nel giugno scrive a Xavier Léon, direttore della « Revue de Métaphysique et de Morale », dove era in corso di pubblicazione la traduzione francese della sua prolusione dedicata al metodo deduttivo come strumento di ricerca [25], che

« Si vous le desirez je pourrais vous envoyer pour la Revue un petit article bibliographique relatif au récents travaux publiés en Italie sur la « logique mathématique », et, en particulier, sur ceux du Professeur Peano (de l'Université de Turin) dont les recherches représentent, a mon avis, un nouveau développement de cette science dans la même direction qui a été suivie par les logiciens anglais (Boole, De Morgan) » [26].

La frase ricalca quella della lettera a D'Aguanno, a parte il riferimento agli studi dei logici inglesi che evidenzia il respiro internazionale delle ricerche di Peano.

La proposta è accolta, grazie al parere favorevole espresso da Couturat, e Vailati, in una lettera del 9 luglio a Leon, si impegna ad inviare il lavoro che avrà queste caratteristiche:

[24] Lettera di Vailati a D'Aguanno del 3 marzo 1898, pubblicata in *Lettere di Giovanni Vailati a Cosmo Guastella e a G. Amato Pojero* (seconda parte), a cura di Antonio Brancaforte, in « Rivista critica di storia della filosofia », 1978, pp. 407-408.

[25] G. VAILATI, *La méthode déductive comme instrument de recherche*, « Revue de Métaphysique et de Morale », 1898, pp. 667-703.

[26] Lettera di Vailati a Xavier Leon del 25 giugno 1898; le lettere di Vailati a Leon sono edite in appendice a L. QUILICI, R. RAGGHIANTI, *Il carteggio Xavier Léon: corrispondenti italiani. Con un'appendice di lettere di Georges Sorel*, « Giornale critico della filosofia italiana », LXVII (LXXX), 1989, 295-368; la lettera del 25 giugno 1898 è alla p. 336.

je crois qu'il pourra occuper tout au plus cinq ou six pages de votre Revue. Je lui donnerais le caractère d'un étude critique en m'arretant surtout a faire ressortir ce qui a été *ajouté* par les logiciens italiens aux résultats déjà obtenus par leurs prédécesseurs anglais.

L'articolo apparirà nel numero di gennaio 1899 e occuperà ben sedici pagine. Nell'articolo si dà ampio spazio alla storia della logica matematica a partire dagli studi di Leibniz fino a quelli di Peano e dei suoi allievi, passando attraverso lo sviluppo della scuola inglese. Peano non si è limitato a proseguire, nei suoi primi lavori, gli studi di Boole e De Morgan in quanto

les perfectionnements successivement apportés par M. Peano à son systéme de notations logiques eurent ce résultat qu'ils lui permirent dans une trés large mesure de trouver un substitute au langage ordinaire, meme lorsqu'il s'agit d'exposer et d'effectuer de longues suites de raisonnements comme il s'en présente dans les different branches des sciences mathématiques [27].

Nonostante l'articolo sia risultato più lungo del previsto, Vailati ritiene che non fornisca un'adeguata panoramica delle ricerche attualmente in corso. In una lettera del 12 gennaio 1900 allo storico della scienza Gustavo Uzielli scrive:

Le spedisco colla presente il fascicolo della «Revue de metaphysique et de morale» contenente il mio articolo sulla logica matematica. [...] Esso è manchevole specialmente in quanto riguarda il nuovo indirizzo iniziato in America dal Peirce coi suoi scritti sulla logica delle relazioni (logic of relatives) apparsi in quest'ultimo decennio a più riprese nell'«American Journal of mathematics», sul «Monist» etc; i quali rappresentano per più rispetti una fase *ulteriore* di svolgimento oltre a quella rappresentata dai lavori del Peano, pur rimanendo invece in arretrato per altri rispetti non meno importanti [28].

[27] G. VAILATI, *Scritti*, 1911 cit., p. 239.

[28] Lettera di Vailati a Uzielli del 12 gennaio 1900. Il carteggio Vailati-Uzielli è stato pubblicato, a cura dello scrivente, nell' «Annuario del Centro Studi Giovanni Vailati - 2007», pp. 104-112; la citazione è a p. 108.

Credo che in questa lettera vi sia il primo giudizio di Vailati sul valore del lavoro di Peirce nel campo della logica matematica messo a confronto con quello di Peano. Una lettera a Papini del 14 settembre 1908, ripropone a distanza di otto anni – in termini analoghi, ma più espliciti – lo stesso confronto tra i due. Trattando di un articolo di Giovanni Amendola, pubblicato nella « Revue de Métaphysique et de Morale » [29], sulla filosofia italiana contemporanea, scrive:

« Nell'articolo di Amendola l'unica lacuna che mi pare grave è il non esservi *neppur nominato* Peano e le sue ricerche logiche, le quali (se n'accorgano o no gli attuali rappresentanti della filosofia in Italia) rappresentano indubbiamente il contributo più importante alla *teoria della conoscenza* che sia stato apportato da cinquant'anni in qua. Non vorrei sembrarti fanatico dicendo che tale contributo mi sembra superiore anche a quello del Peirce, che pure è grandissimo » [30].

Gli ultimi anni della vita di Vailati sono contrassegnati dall'adesione al pragmatismo e dalla convinzione che sia necessario rendere esplicito l'importante contributo dato al progresso della teoria della conoscenza dalla logica matematica, specie quella elaborata dalla scuola di Peano. I due punti sono strettamente connessi come egli cerca di dimostrare nell'articolo *Pragmatismo e logica matematica*, dove specifica che, nonostante il termine pragmatismo sia stato introdotto da Peirce, « iniziatore [...] di un indirizzo originale di studi logico matematici », egli intende prendere le mosse dai lavori della scuola di Peano « per la determinazione di quelli che si potrebbero chiamare i "carat-

[29] Vedi G. AMENDOLA, *La philosophie italienne contemporaine,* in « Revue de métaphysique et de morale », n. 5, 1908.

[30] La lettera di Vailati a Papini è pubblicata in EV, p. 469. A segnalare il nominativo di Amendola per la pubblicazione di un articolo sulla filosofia italiana contemporanea era stato lo stesso Vailati, come risulta da una sua lettera a Èlie Halévy del 25 ottobre 1907. Diverse lettere di Vailati a Halévy, tra cui questa, sono pubblicate in appendice a R. RAGGHIANTI, *Spigolature Crociane: il centenario della « Revue de Métaphysique »*, in « Giornale Critico della Filosofia italiana », 6, 15, LXXIV (LXXVI), fasc. I, genn.-apr. 1995.

teri pragmatisti" delle nuove teorie logiche» [31]. Il primo punto di contatto tra logica-matematica e pragmatismo

«sta nella loro comune tendenza a riguardare il valore, o il significato stesso, di ogni asserzione come qualcosa di intimamente connesso all'impiego che se ne può o si desidera farne per la deduzione e la costruzione di determinate conseguenze o gruppi di conseguenze» [32].

Un secondo punto è individuabile

«nella loro comune ripugnanza per ciò che è vago, impreciso, generico, e nella loro preoccupazione di ridurre o decomporre ogni asserzione nei suoi termini più semplici» [33].

Un terzo sta nel comune interesse

«per le ricerche storiche sullo sviluppo delle teorie, e nell'importanza che [...] attribuiscono ad esse come mezzo per riconoscere l'equivalenza o coincidenza delle teorie sotto le diverse forme che hanno assunto nei vari tempi o in diversi campi pur sempre esprimendo in sostanza gli stessi fatti e servendo agli stessi scopi» [34].

Anche gli importanti risultati raggiunti dai logici nella teoria della «definizione» sono da mettere in relazione con le speculazioni sviluppate dal pragmatismo. Peano e i suoi allievi hanno posto in luce «i vari ordini di circostanze da cui può dipendere il fatto che di una data parola, presa in sé, non si possa dare una definizione nel senso ordinario» e, per converso, hanno riconosciuto che

«parlare della «definibilità» o «indefinibilità» d'una data parola, o d'un dato concetto, è dir cosa priva di senso fintantoché non si indichi precisamente di quali altre parole o concetti si conceda di far uso nella definizione cercata» [35].

[31] G. VAILATI, *Scritti*, [1911] p. 689.
[32] *Ibidem.*
[33] Ivi, p.690.
[34] Ivi, p. 691.
[35] Ivi, pp. 692-693.

Questo riconoscimento ha permesso di spiegare perché molti importanti termini scientifici e filosofici si trovino tra quelli di cui è « irragionevole domandare o cercare una definizione, nel senso scolastico, e ha contribuito così nel modo più efficace a combattere, a fianco dei pragmatisti, il pregiudizio « agnostico » che attribuisce l'impossibilità di risolvere tali questioni ad una pretesa incapacità della mente umana a penetrare l' « essenza » delle cose »[36]. Infine pragmatisti e logici sono d'accordo

« nella ricerca della massima *concisione* e della massima *rapidità* di espressione, nella tendenza ad eliminare ogni superficialità e ridondanza, tanto di parole che di concetti. Per gli uni e per gli altri il valore delle teorie non va ricercato soltanto in ciò che esse dicono ma anche in ciò che esse *tacciono* e in ciò che esse si rifiutano di esprimere e di prendere in considerazione »[37].

Vailati inviò una copia della traduzione inglese di questo articolo alla sua corrispondente Lady Victoria Welby[38], che si era in precedenza interessata per far pubblicare nella rivista « Mind » uno scritto di Vailati, *A Study of Platonic Terminology*[39]. È probabile che anche l'articolo su pragmatismo e logica matematica sia stato tradotto in inglese e pubblicato grazie ai buoni uffici della Welby[40]. In quegli anni Vailati appare interessato a far conoscere i suoi scritti su temi di logica e linguistica presso il pubblico di lingua inglese.

[36] Ivi, p. 693.

[37] Ivi, p. 694.

[38] Vedi lettera di Vailati a Welby del 30 gennaio 1907, edita in EV, p. 148.

[39] Questo scritto è « frutto » dei due articoli *La teoria del definire e del classificare in Platone e i rapporti di essa colla teoria delle idee,* « Rivista filosofica », 8, gennaio-febbraio 1906, quindi in *Scritti*, pp. 673- 679 e *Per un'analisi pragmatista della nomenclatura filosofica*, « Leonardo », 4, aprile-maggio 1906, quindi in *Scritti*, pp. 701-708.

[40] Si vedano le lettere del 2 giugno 1905 e del 27 luglio 1905 di Vailati a Welby, la prima pubblicata in EV, p. 147, la seconda inedita (fotocopia dell'originale in BDF Milano, *Archivio Vailati*).

Il carteggio Vailati-Welby, che ruota principalmente sui comuni interessi linguistici, è molto interessante per alcuni riferimenti agli studi di Peano che viene citato da Vailati fin dalla sua prima lettera alla Welby che ci è pervenuta, datata 16 giugno 1898. Vailati scrive che i suoi interessi sono rivolti alla storia delle scienze matematiche, ai metodi scientifici di accertamento e di scoperta e alla logica matematica che ha sviluppato sotto la guida del prof. Peano i cui scritti, nota, sono forse ancora del tutto sconosciuti in Inghilterra, nonostante rappresentino un notevole avanzamento sulla strada tracciata da Boole e De Morgan. Ma gli interessi per l'analisi del linguaggio spingono Vailati a far conoscere alla sua corrispondente Peano anche per il suo impegno nei dibattiti sulla lingua internazionale e la creazione del «latino sine flexione». In una lettera del novembre 1903, dopo aver domandato alla Welby se conosce il volume di Couturat *Sur l'histoire des projets de langue internazionale*, l'assicura che le farà presto avere un opuscolo di Peano su questo argomento [41]. Welby nella risposta del 20 novembre mostra il suo interesse per questo scritto e Vailati, infine, glielo invia pochi giorni più tardi.

La volontà di Vailati di far conoscere fuori d'Italia i primi lavori di Peano sul *latino sine flexione* è piuttosto interessante: a differenza di altri allievi di Peano, egli non scrisse mai nulla nel latino semplificato e ciò ha portato a credere che egli ritenesse di poco valore questo ambito di ricerche. Anche se è indubbio che per Vailati gli studi di logica matematica di Peano hanno un valore assolutamente superiore a quelli sull'interlingua, nei carteggi troviamo giudizi positivi anche su questo filone di studi. In una lettera del 7 novembre 1903 a Vailati, Vacca dice di esser lieto che l'amico abbia «gustato il *latino sine*

[41] Cartolina postale di Vailati a Welby del 17 novembre 1903, inedita. Originale conservato presso la York University Library, fondo F0443, di Toronto. L'opuscolo – con ogni probabilità si tratta dello scritto Peano 1903d *De latino sine-flexione:lingua auxiliare internazionale*, «RdM», 8, 1903, pp. 74-83 – fu inviato con la lettera del 25 novembre 1903, pubblicata in EV, p. 145.

flexione del prof. Peano, come anch'egli mi disse »[42]. Il riferimento, credo, sia ancora all'opuscolo di cui parla Vailati nella lettera a Victoria Welby. Ma in una sua a Vacca, del gennaio del 1904, esprime un giudizio molto positivo non tanto sul *latino sine flexione* quanto sull'ipotesi, a cui accenna Peano in una memoria letta in quei giorni, che la lingua scientifica internazionale potrà nascere se chi vi crede « procuri di facilitarne l'attuazione, collo stampare i suoi lavori destinati a pubblico internazionale, sotto quella forma che crederà meglio, purché non sia quella troppo comoda di scrivere nella propria lingua »[43]. Vailati coglie questa apertura di Peano e appoggia l'idea che una lingua scientifica internazionale si possa formare per una sorta di evoluzione culturale indotta:

« Ricevo la tua cartolina insieme alla Nota del Prof. Peano: *« Il latino quale lingua, etc. »*. Vedo in essa far capolino una nuova idea che, per quanto riguarda l'attuazione di una lingua internazionale *per gli usi scientifici*, mi pare ancora migliore di quella del latino *sine flexione*: cioè che gli scienziati di ciascuna nazione si propongano di modificare la propria lingua in modo da renderla il più internazionale possibile, abbandonando ogni scrupolo sia di grammatica sia d'ortografia sia di purismo etc. Così la lingua internazionale usata, per es., dagli italiani, pur essendo diversa da quella che useranno, per es. gli inglesi e i russi, differirà tuttavia da essa molto meno (e soprattutto *sempre* meno) di quanto non differiscano tra loro le corrispondenti lingue nazionali. A poco a poco il linguaggio scientifico internazionale nascerebbe e verrebbe in uso, allo stesso modo come da noi l'italiano tende a vincere i dialetti *compreso il toscano* »[44].

Il terzo articolo, apparso nella « Revue du Mois » del febbraio 1907, ebbe una gestazione insolitamente lunga. Fu Vol-

[42] Lettera di Vacca a Vailati del 7 novembre 1903, edita in EV, p. 226.

[43] G. Peano 1904a, *Il latino quale lingua ausiliare internazionale*, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino », 1903-04, 39 (1904), pp. 273-283. La citazione è a p. 279.

[44] Lettera di Vailati a Vacca del 21 gennaio 1904, inedita, fotocopia dell'originale in BDF Milano, *Archivio Vailati*.

terra a «commissionare» a Vailati un lavoro da destinare alla nuova rivista diretta dell'amico Émile Borel. Nel dicembre del 1905 scrive a Vailati:

«Il Borel mi scrive che desidererebbe avere presto l'articolo Suo che io gli ho annunziato relativo al movimento filosofico ed alle nuove tendenze filosofiche in Italia. A Lei sarà facile di contentarlo presto e mi farà un grande piacere»[45].

Nel febbraio 1906 torna sull'argomento chiedendo a Vailati se ha avuto nuovi contatti con la rivista per l'articolo[46]. Nell'agosto Vailati assicura Volterra che ha scritto metà dell'articolo e conta di finirlo entro il mese. In una missiva a Vacca del settembre, Vailati chiede se Peano si trovi in quei giorni a Torino, dove conta di andare, e subito aggiunge che sta ancora scrivendo l'articolo per la «Revue du Mois»[47]. Molto probabilmente voleva contattare Peano proprio in merito a quell'articolo. Ciò è confermato da una cartolina di Peano a Vailati del novembre dove lo informa che ha visto annunciata la prossima pubblicazione dell'articolo nella rivista[48]. Nell'articolo si contrappone polemicamente la debole attività speculativa delle facoltà filosofiche italiane «qui sont organisées comme une section des facultés de lettres»[49] ad alcune correnti di pensiero sviluppate in Italia da filosofi non «professionisti» che, nei recenti congressi internazionali di filosofia, hanno mostrato grande vitalità intellettuale. A Parigi nel 1900 furono Peano e i suoi giovani allievi a suscitare un forte interesse per la logica matematica mentre nel congresso del 1904 a Ginevra si misero in mostra i giovani pragmatisti del gruppo del «Leonardo».

[45] Lettera inedita di Volterra a Vailati del 29 dicembre 1905, originale in BDF Milano.

[46] Cartolina postale inedita di Volterra a Vailati del 14 febbraio 1906.

[47] Lettera inedita di Vailati a Vacca del 1° settembre 1906, fotocopia dell'originale in BDF Milano.

[48] Cartolina postale di Peano a Vailati del 5 novembre 1906, originale in BDF Milano.

[49] G. VAILATI, *Scritti*, 1911 cit., p. 754.

Vailati auspica che queste diverse correnti – ai logici matematici e ai pragmatisti aggiunge gli studi di epistemologia di Enriques – siano destinate a confluire « dans un sol corps de doctrine ». Buona parte dell'articolo è dedicata a mostrare l'importanza del contributo dato dai pragmatisti italiani ad una delle principali questioni di metodo e della teoria della conoscenza: quella del ruolo del procedimento deduttivo nell'elaborazione e interpretazione delle teorie e dei sistemi filosofici. Vailati ricorda che all'interno del gruppo fiorentino la dura polemica sorta tra Calderoni e Prezzolini ha permesso, al primo, di rielaborare la massima di Peirce (una proposizione ha senso solo se siamo in grado di determinarne le conseguenze pratiche) distinguendo tra conseguenze logiche e psicologiche e ritenendo valide solo le prime che permettono di non confondere « senso » con « interesse » o « importanza ». La lunga gestazione dell'articolo si spiega con la difficoltà di precisare questa distinzione e nel contempo cercare di evitare ulteriori strappi nel piccolo mondo dei pragmatisti italiani. Il pragmatismo di Vailati e Calderoni porta ad ammettere che vi è una reciproca dipendenza di senso tra le proposizioni che concorrono a costituire una teoria. Le ricerche di Peano intorno alla natura dei postulati e le sue indagini sulle definizioni « per astrazioni » e « per postulati » hanno costituito dei passaggi importanti verso la costruzione della nuova teoria della conoscenza pragmatista. Enriques rimprovererà Vailati di aver concesso troppo spazio al « Leonardo » e a Peano:

« Ho letto il tuo articolo nella "Revue du Mois". Potevi intitolarlo "Il movimento del 'Leonardo' e della logica matematica" ed eri a posto. Ma pretendere che il "Leonardo" rappresenti il movimento filosofico italiano, mi pare una tesi ... un po' ardita » [50].

Ma a Vailati pesò, oltre l'ostilità di Enriques, il mancato esplicito appoggio di Peano al suo progetto di connettere la lo-

[50] Lettera di Enriques a Vailati del 17 febbraio 1907, edita in EV, p. 587.

gica matematica a quella forma di pragmatismo che si sforzava di elaborare. In una lettera a Vacca dell'ottobre del 1906 (quando stava terminando l'articolo) si lamenta perché Peano si interessa *solo* alle vicende della commissione per la riforma della scuola di cui Vailati era membro. Negli scritti successivi Vailati citerà Peano solo all'interno di elenchi di partecipanti a convegni e abbandonerà l'idea di trovare una sintesi e un'alleanza tra le posizioni di epistemologi, pragmatisti e logici matematici italiani per un radicale rinnovamento culturale del Paese. Gli spazi liberati dalla crisi del positivismo sono destinati ad essere occupati di lì a poco, come scrive a Papini nel giugno 1908, dal neoidealismo di Croce – di cui Vailati riconosce l'intelligenza e la cultura – che senza fatica conquisterà i mal difesi «castelli filosofici italiani» [51].

Appendice

1. *Giuseppe Peano a Giovanni Vailati, 4.6.1904*

Torino 4.6.04

Caro amico,

Grazie delle tue informazioni. Il Mansion [52], professore all'Università di Gand pubblica nel Bull. de l'Académie Royale de Belgique un articolo *Le latin sans flexion de Peano* [53], molto favorevole, e anche ben scritto. Fatta la solita storia benissimo dice: Mais la vraie langue internationale auxiliaire de l'avenir semble devoir étre le *latin sans flexion* imaginé par Peano. Le savant professeur de Turin, à qui l'on doit déjà un admirable systéme d'ideographie mathématique, est

[51] G. Vailati, EV, p. 464.

[52] Paul Mansion (1844-1919) professore di matematica presso l'università di Gand, membro dell' accademia delle scienze belga e direttore del giornale «Mathesis». Il suo nome risulta nell'elenco degli abbonati alla RdM fin dal 1891.

[53] P. Mansion, *Le latin sans flexion de Peano comme langue internazionale auxiliaire de l'avenir*, «Bulletins de la classe des sciences, Académie Royale de Belgique», 1904, pp. 254-257.

parvenu à supprimer, non seulement les désinences des cas, des nombres, des genres et des personnes, comme le voulait Leibniz, mais aussi celle des temps et des modes... [54].

Parto per Parigi. Hotel Suez,
Boulevard S. Michel 31. Tuo aff.mo G. Peano.

2. *Giuseppe Peano a Giovanni Vailati, 16.10. 1906*

Torino 16.X.06

Caro amico,

Grazie della cartolina collettiva e ti prego ringraziare gli amici Vacca e Papini. Non so come sia andata a finire la riforma della scuola media. Vidi a Milano il Salvemini, ma egli era troppo occupato, e non potei discorrere. Se mi dai qualche informazione o mi mandi qualche pubblicazione mi farai piacere. Dammi anche l'indirizzo di Vacca. Io sto per principiare l'anno scolastico. Tuo aff.mo G. Peano.

3. *Giuseppe Peano a Giovanni Vailati, 31.10.1906*

Torino 31.X.06

Caro amico,

Ti ho scritto altra volta ma non ebbi risposta. Desideravo sapere come aveva finito la Commissione per la scuola secondaria, e se si era riuscito a cambiare l'opinione di qualcuno. Prego avvisare l'amico Vacca, dal quale parimenti non ricevo più segno di vita, né l'indirizzo, che la sua dim. del teorema di Cantor, di cui nel mio articolo, fu pubblicato dal Jourdain [55], London Mathematical Society, april 1906 p. 278 [56]. Qui si *discute* l'inizio del politecnico.

[54] *Ibidem*, p. 256.

[55] Philip Edward Bertrand Jourdain (1879-1919), logico matematico inglese.

[56] P.E.B. Jourdain, *On the question of the existence of tranfinite numbers*, «Proceedings of the London Mathematical Society», 2, 4, London, Hodgson & Son, 1907, p. 266-283. La memoria fu letta nell'adunanza del 26 aprile 1906.

Ho ricevuto un giornale del Gallucci [57], ove tartassa il pragmatismo. Tuo aff.mo G. Peano Via Barbaroux 4. Torino.

4. *Giuseppe Peano a Giovanni Vailati, 5.11.1906*

Torino 5.XI.06

Caro amico,

Grazie della cartolina e notizie relative.

Fammi piacere a scrivermi il titolo preciso del libro del *Shearman* [58], per comperarlo o farlo comperare dalla biblioteca. Ho visto annunciato il tuo articolo nella « Rev. du Mois ». Se passi a Torino, ti aspetto. Tuo aff.mo G. Peano.

[57] Generoso Gallucci (1874-1941), matematico napoletano di orientamento idealistico polemizzò con Vailati, che aveva recensito criticamente il suo *Saggio di introduzione alla filosofia delle matematiche* nelle pagine del « Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche » (VI, 1903, pp. 54-56) con lo scritto *Risposta ad alcune domande del prof. Vailati.* La polemica non ebbe ulteriori sviluppi.

[58] A.T. SHEARMAN, *Some Controverted Points in Symbolic Logic. (Reprinted from the Proceedings of the Aristotelian Society, 1905)*, London, Harrison & Sons, 1905.

9. Giuseppe Peano con allievi e colleghi a Superga nel 1928

Sébastien Gandon

PEANO'S LOGICAL LANGUAGE AND GRASSMANN'S LEGACY

1. *Introduction and argument*

One of the main difficulties every historian has to confront when he looks at works on the foundation of mathematics at the end of the XIXth century is to get rid of the idea that these works exemplify a pre-Hilbertian stage of thought. We indeed fall into the habit of linking the stress put on language in mathematics with a kind of formalism, according to which the content of the primitive terms are fixed by the postulates. Thus, in Hilbert's *Grundlagen*, as it is well known, the terms points, lines and planes are just marks without any intuitive content. The idea that the axiomatic system itself gives the mathematical terms their meanings is so entrenched today that one feels some intellectual difficulty in imagining how it could be otherwise.

What I will suggest here is that, in a certain way, for Peano, the emphasis on language ran counter to the Hilbertian approach, and I will attempt to argue for that by stressing the importance of Peano's Grassmannian lineage [1]. Indeed, in Gras-

[1] Peano seems to have read only the second version of the *Ausdehnungslehre*, that is, H. GRASSMANN, *Die Ausdehnungslehre. Vollständig und*

smann, the calculus of forms was not conceived as a system which implicitly defined the basic mathematical terms, but, on the contrary, the « theory of extension » was regarded as the sole means of grasping and displaying the content of a certain sort of objects. I will sustain that the same hold for Peano. In other words, I will try to convince the reader that, in Peano, language and formalism were not so much viewed as a tool to *disconnect* symbols from their usual content, but as a means of *catching* new and until then hidden mathematical objects.

To flesh out this suggestion, I will briefly expound and discuss two examples. Firstly, I will speak about the use of Grassmann's calculus in the new definition of the area of a curved surface; secondly, I will study Peano's reading of Pasch's axiomatic geometry. In each of these cases, the Grassmannian influence is tied up with what we could call a kind of « mathematical realism », that is, with the idea that algebra gives us access to certain sorts of entities, the « forms », which cannot be reached by any other path.

In my last section, I will strengthen this first result by contrasting the way Peano presented his logical language with the one we find in the Boolean tradition. There, a difference between the empty calculi and interpreted algebras is frequently drawn. One does not find the equivalent in Peano's works. As is well known, Peano is very careless about the distinction between mention and use. I think this confusion should not be seen just as a defect, but also as a symptom of the strength of Peano's commitment to the Grassmanian tradition. When algebra is first and foremost viewed as a tool to grasp content which cannot be grasped otherwise, then a purely syntactic definition of the calculi seems very artificial.

in strender Form bearbeitet, Berlin, Enslin, 1862. An English translation has recently been made by L.C. KANNENBERG, *Extension theory*, Providence, American Mathematical Society, 2000.

1. *On the definition on the area of a curved surface*

I will be very brief on this matter, since Yvette Perrin has devoted her contribution to this volume to this topic. I just want here to stress the fact that the way Peano uses geometrical algebra moves his approach away from the Hilbertian method [2].

The starting point of Peano's paper [3] was the « Schwarz paradox », that is the realization that Serret's definition was flawed. Serret considered the families of polyhedrons on a given curved surface, and he claimed that the area of the targeted surface was the limit of the area of the faces of the polyhedrons, when the sides of these faces tended toward zero. The definition did not work since, even for a surface as simple as a portion of a cylinder, a family of polyhedrons whose area tends toward infinity when the sides of the polyhedral faces tended toward zero can be constructed.

Despite its failure, the path taken by Serret seemed quite natural, because it resumed the Archimedian analogy between the rectification of a line and the quadrature of a surface. As the length is a limit of the length of a certain polygon, an area appears, in Serret's definition, as the limit of the area of a certain polyhedron. But how is the demand for rigor to be reconciled with the wish to stick to Archimedes' geometrical approach? Peano answered: by using geometrical algebra [4]. Thus:

« Si può ottenere ad un tempo il rigore e l'analogia fra le definizioni relative all'arco e all'area, ove si faccia uso, oltrechè del concetto di

[2] See, as well, S. GANDON, Y. PERRIN, *Le problème de la définition de l'aire d'une surface gauche: Peano et Lebesgue*, to appear in Archive for History of Exact Sciences.

[3] G. PEANO 1890c, *Sulla definizione dell'area d'una superficie*, Atti della Reale Accademia dei Lincei: Rendiconti, 4, 1890, pp. 54-57.

[4] Peano has devoted a book to the geometrical algebra: 1888a, *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di Hermann Grassmann, preceduto dalle operazioni della logica deduttiva*, Torino, Bocca, 1888. A English translation, made by L. C. Kannenberg, has recently been published: *Geometric Calculus, Basel*, Birkhäuser, 2000.

retta limitata considerate in grandezza e direzione (segmento, vettore), anche del concetto dualitico di area piana considerate in grandezza e giacitura. Questi enti furono introdotti in geometria specialmente per opera di Chelini, Möbius, Bellavitis, Grassmann e Hamilton » [5].

And Peano set down:

« Lunghezza d'un arco di curva è il limite superiore della somma delle grandezze dei vettori delle sue parti.
Area d'una porzione di superficie è il limite superiore della somma delle grandezze dei bivettori delle sue parti » [6].

The analogy was then respected, but the Grassmannian notions of vectors and bivectors occurred in the definition.

I have not the time to explain in detail what is a vector or a bivector. Let me just say that vectors and bivectors, like all geometrical forms, have a magnitude and an orientation, and that, at the same time, these entities occur as factors in certain product operations. Vectors and bivectors were then conceived at the same time as both spatial and formal entities. Now, why is Peano's definition better than Serret's one? According to Peano, Serret made a mistake because he did not take into account the orientation of the sides of the approaching polyhedrons. Now, since the Grassmannian notion of bivector encapsulated an orientation, this source of error is discarded from the very beginning.

I will say nothing more about Peano's construction. What I want to emphasize is that the way Peano used geometrical algebra is completely at odds with Hilbert's axiomatic approach. In the *Grundlagen*, the interpretation of the primitive terms could be changed at will, as long as the relational network set out in the axioms was preserved. Nothing is more remote from Peano's view. Indeed, for avoiding Serret's mistake, while preserving the link between rectification and quadrature, one has to renounce the familiar notions of polygon or polyhedron for

[5] Peano 1890c, p. 55.
[6] Peano 1890c, p. 56.

a new « ontology » of vectors and bivectors. Grassmannian algebra (as used by Peano) appears then as a tool that allows a reshaping of the basic geometrical concepts – as a means to replace the intuitive Euclidean objects with abstract entities, which are more apt to express the features of geometrical magnitudes. In *Sulla definizione dell'area di una superficie*, the role of the calculus is then to *bring to light* a certain layer of geometrical reality.

2. *Peano's reading of Pasch's axiomatic*

In 1889, Peano wrote *I Principii della Geometria* [7], an axiomatic presentation of absolute geometry, inspired by the first two sections of Pasch's *Vorlesungen über neure Geometrie* (1882). This last book is celebrated in the literature as the first complete axiomatization of a geometry, and thus as an important step toward Hilbert's *Grundlagen.* Peano translated Pasch's axioms into his new logical notation, and proved some independence results by using the same kind of model-theoretical method we still use today. Thus, here at least, we could believe we have found a purely axiomatic approach to geometry, foreshadowing Hilbert's work. But a closer look at the article, and notably at its sections 2 and 3, will reveal how much Peano was still under the influence of Grassmann [8].

In Pasch's work, the only indefinables are the points and the relation « between » (the notion of « plane » is as well taken as an indefinable, but I leave this point aside). In his section 2, Peano devised a notation to speak about the various parts of a line divided by two points. If *a* and *b* are two points, *ab* will refer to the segment whose extremities are *a* and *b.* He then introduces the sign « ' », and explains that *a'b* is « the shadow of

[7] G. Peano 1889d, *I principii di geometria logicamente esposti*, Torino, Bocca, 1889.

[8] I summarize here a development first made in *La réception des* Vorlesungen über neuere Geometrie *de Pasch par Peano*, Revue d'Histoire des Mathématiques, 12, 2006, pp. 249-290.

b when lit up from *a* », that is, *a'b* is the half line whose extremity is in *b* and which does not contain *a*; while *ab'* is the half line whose extremity is in *a* and which does not contain *b.*

Peano then generalizes the notation in this way: *h* and *k* being some figures (classes of points), *ak* designates the set of segments relating *a* to a point of *k*:

$a\in\mathbf{1}\ .\ k\in\mathrm{K}\mathbf{1}\ .\supset:.\ ak =: \mathbf{1}\ .\ [x\in](y\in k\ .\ x\in ay:-=_y \Lambda)$

The sign *hk* designates the set of segments relating the points of *h* to the points of *k*:

$h, k\in\mathrm{K}\mathbf{1}\ .\supset:.\ hk =: \mathbf{1}\ .\ [x\in](y\in h\ .\ x\in yk:-=_y \Lambda).$

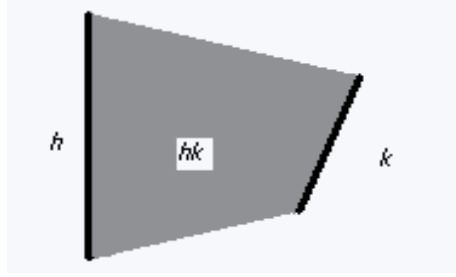



Figure 1: *hk* is the shaded quadrilateral.

Peano goes on by defining *a'k*, « the shadow of *k* when lit up from *a* » and *ak'*:

$a\in\mathbf{1}\ .\ k\in\mathrm{K}\mathbf{1}\ .\supset:.\ a'k =: \mathbf{1}\ .\ [x\in](y\in k\ .\ x\in a'y:-=_y \Lambda)$

$a\in\mathbf{1}\ .\ k\in\mathrm{K}\mathbf{1}\ .\supset:.\ ak' =: \mathbf{1}\ .\ [x\in](y\in k\ .\ x\in ay':-=_y \Lambda).$

He introduces as well *h'k*, « the shadow of *k* when lit up from *h* ». The following figure represents the two area *hk'* and *h'k*:

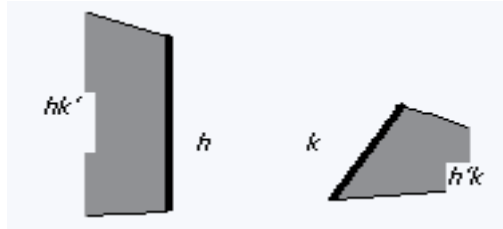



Figure 2: *hk'* is the shaded area to the left of *h*; *h'k* is the shaded area to the right of *k*.

Finally, Peano defines h'', « the shadow of h lit up from h itself »:

$h \in K1 .\supset. h'' = hh.$

All these rules[9] give a meaning to the sign « ' »: when a letter is followed by an apostrophe, this means that the points designated by the letter should be regarded as some emitting sources, and that the whole expression refers to the shadow engendered by the light, when projected on the objects named by the other letters of the formula. One important feature of this notational device is that the same figure can be seen as both an emitting source and as an obstacle to the light.

Peano uses the apostrophe to give a neat definition of the plane: a plane containing three non collinear points is the triangle *abc* lit up by itself, that is *(abc)''*. I give, in figure 3, taken from Whitehead[10], the Peanian names of the different planar regions defined by a triangle:

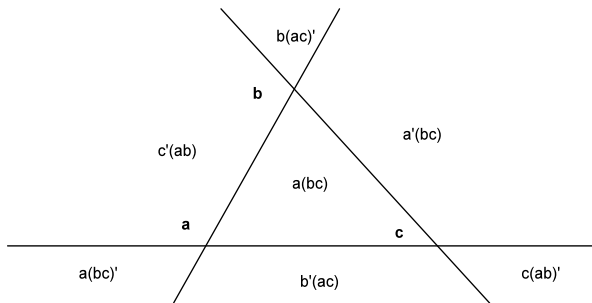



Figure 3

In section 3 of his treatise, Peano studies the formal properties of this notation. He notably examines how the apostrophe symbolism interacts with the set-theoretical operation

[9] Peano provides us with some brackets rules: *abc* means *a*(*bc*), that is « the set of points between *a* and the segment *bc* », and *abcd* designates *a*(*bcd*) (and so on).

[10] A.N. WHITEHEAD, *The Axioms of Descriptive Geometry*, Cambridge, Cambridge University Press, 1907.

of union and inclusion. Peano first shows that, if h is a part of k, then, a being a point:

$ah \subset ak$, $a'h \subset a'k$, $ah' \subset ak'$.

He then proves that:

$a(h \cup k) = ah \cup ak$

$a'(h \cup k) = a'h \cup a'k$

$a(h \cup k)' = ah' \cup ak'$.

At last, if k is an empty class, then:

$ak = a'k = ak' = \Lambda$.

He extends these results to the relations of any three figures, h, l et k:

- if $h \subset k$, then $lh \subset lk$, $l'h \subset l'k$, $lh' \subset lk'$
- $l(h \cup k) = lh \cup lk$, $l'(h \cup k) = l'h \cup l'k$, $l(h \cup k)' = lh' \cup lk'$
- if k is the empty class, $hk = h'k = hk' = \Lambda$.

In this section 3 then, Peano analyzes the formal properties of what he seems to regard as three operations: hk, $h'k$ and hk'. More precisely, he shows that these operations can all be viewed as products, that is, according to Grassmann's definition, as operations distributive over addition (set-theoretic union). Moreover, these products preserve the (partial) order engendered by set-theoretic inclusion, and they also have a zero element, the empty set. In other words, Peano considers Pasch's theory *as a new kind of geometrical calculus, founded on the formal properties of three geometrical products.* That is to say, Peano reads the *Vorlesungen* through Grassmannian spectacles.

This reading is extremely surprising. Indeed, according to Pasch, a segment is not the result of the product of points – a segment is an observable entity, and its extension is the result of a certain geometrical construction. The algebraic standpoint is completely absent in the *Vorlesungen.* Thus, all happens as if his former Grassmannian works led Peano to spontaneously interpret Pasch's axiomatization as the definition of a new geometrical algebra, similar to Grassmann's one. Seen in this light, Pasch's treatise is indeed very interesting. Grassmann's own regressive and progressive products formalized only the symmetrical operations of geometrical projection and intersec-

tion. The new Peanian products are thus more powerful than Grassmann's ones – the apostrophe sign introduces an asymmetry, which reflects, in the symbolism, the asymmetrical orientation of the affine line [11].

I principii di geometria was thus not a mere translation into a logical language of the axiomatic system set out in the first two sections of the *Vorlesungen.* Unlike Pasch, Peano did not really believe that his axioms described the content of an empirical experience, and one has to acknowledge that this feature brought Peano close to Hilbert. But at the same time, the shape Peano gave to his system was very peculiar: Peano wanted to define a new geometrical product, he did not contend himself with having formulated a mere axiomatic system. For Hilbert, the free mathematician could postulate what he wanted; his power was only limited by contradiction. But the axiomatic system of *I principii* was not *any* system of rules; it was conceived of as a product algebra. The Grassmannian framework puts then strong restrictions on the possible shape of an axiomatic system and on the freedom of the axiomatic mathematician.

3. *Peano's alleged confusion between mention and use*

In section 1, I have shown how Peano used geometrical calculus in a « realistic way »: the algebraic notions of vector and bivector were supposed to reveal the features of a certain layer of the geometrical reality. In section 2, I have shown that, when Peano explicitly adopted an axiomatic standpoint, he sometimes regarded the axiomatic system itself as a means to define a new and extended « calculus of forms », in the sense of Grassmann. Thus, not only his use of algebraic calculus moved Peano away from a Hilbertian framework, but even his « offi-

[11] The new calculus is then expressively more powerful than the old one. Thus, the concept of a convex envelope of n points $A_1, \ldots, A_n$ was very complicated to express in the Grassmanian calculus (see PEANO 1888a, *Calcolo...*, pp. 132-133); it is very easily formulated as the product $A_1 \ldots A_n$ in the new « calculus » (see PEANO 1889d, *I Principii...*, p. 11).

cial » adoption of an axiomatic standpoint seemed, in certain cases at least, to conceal a more fundamental adhesion to the Grassmannian program.

In this last section, I will not focus on some features of Peano's reasoning. Instead, I will speak about what I regard as a significant lack in Peano's work. Many people have noted the multifarious influences of the « Boolean » school on Peano. It seems to me, however, that, on one point, Peano is completely foreign to this tradition. The logicians coming from the « logical algebra » usually draw a clear-cut distinction between a pure calculus (a mere formal combinatorics), and a full interpreted algebra. Of course, the nature of this distinction was not always understood in the same way by the logicians, but there is no doubt that the distinction itself pertained to the folklore of this tradition. To flesh out what I have in mind, let me quote two texts. First, one from A. de Morgan, one of the trailblazers of this school:

« The object of this book is the construction of Algebra upon a basis which will enable us to give a meaning to every symbol and combination of symbols before it is used, and consequently to dispense, first, with all unintelligible combination, secondly, with all search after interpretation of combinations subsequently to their first appearance. [...] *Nothing can be clearer than the possibility of dictating the symbols with which to proceed, and the mode of using them, without any information whatever on the meaning of the former, or the purpose of the latter.* [...] A person who should learn how to put together a map of Europe dissected before the paper is pasted on, would have symbols, various shaped pieces of wood, and rules of operation, directions to put them together so as to make the edges fit and the whole form an oblong figure. Let him go on until he can do this with any degree of expertness, and he has no consciousness of having learnt anything: but paste on the engraved paper, and he is soon made sensible that he has become master of the forms and relative situations of the European countries and seas » [12].

[12] A. De Morgan, *Trigonometry and double algebra*, Taylor, Walton and Maberly, 1849, II, p. 1.

Second, one from L. Couturat, who is at the other extremity of the stage:

« Les lois fondamentales de [l'algèbre de la logique] ont été inventées pour exprimer les principes du raisonnement, les « lois de la pensée »; *mais on peut considérer ce calcul au point de vue purement formel [...] comme une Algèbre reposant sur certains principes arbitrairement posés.* C'est une question philosophique de savoir si, et dans quelle mesure, ce calcul répond aux opérations réelles de l'esprit, et est propre à traduire ou même à remplacer le raisonnement; nous n'avons pas à la traiter ici. La valeur formelle de ce calcul et son intérêt pour le mathématicien sont absolument indépendants de l'interprétation qu'on en donne et de l'application qu'on peut en faire aux problèmes logiques » [13].

Of course, one can find in Peano's works some places where a distinction between an empty symbolism and a full interpreted formalism is drawn (for instance, a very early occurrence of a model-theoretical proof of independence can be found in *I principii*). But we do not find there the equivalent of the general methodological developments which swamp the prefaces of the books belonging to the Boolean tradition. On the contrary, Peano is often very careless about the distinction between metalanguage and language object.

Take, for instance, his distinction between the so-called intensional and extensional interpretation of Boolean calculus. Instead of saying that the variable letter can be interpreted sometimes as a class and sometimes as a propositional function, Peano prefers to say that both the class and the propositional function represent the same idea, expressed in a univocal way by the logical language:

« Les classes et les propositions conditionnelles ne sont donc que deux formes pour représenter la même idée. Nous préférons opérer

[13] L. Couturat, *L'algèbre de la Logique*, Pars, Gauthiers-Villars, 1905, p. 1.

sur les classes. Une proposition conditionnelle, contenant une variable x, sera considérée sous la forme $x \in a$, où a est une classe » [14].

For Peano then, the usual semantic distinction should step aside in favour of what is suggested by the logical syntax. Evgueni Zaitsev, in his paper from 1994 [15], observed that the same phenomenon occurs in the context of the distinction between implication and deduction. In a letter to Frege (14 October 1896), Peano wrote:

« I have given two names to the sign $\supset$ « we deduce » and « is contained », and it also may be read many other ways. This does not mean that the sign has several meanings. My idea is better expressed by saying that the sign has a single meaning, but that in ordinary language this meaning is represented by several different words, according to the circumstances » [16].

The horseshoe has a single meaning and expresses a unique form, which, however, is instanced in different ways in the usual notation.

This feature is not only at odds with what we find in the Boolean tradition. It also reminds us very much of Grassmann's actual practice. In the second edition of the *Ausdehnungslehre*, Grassmann, after having presented his calculus of form, applies his algebra to geometry [17]. This application is not introduced as an interpretation of an empty system, but as a special way of displaying the theory of forms. For instance, Grassmann explains that, when spatial magnitudes are considered, first-order forms can take two different appearances – they can appear as points and they can also appear as « displacements », that is, as points at infinity. Grassmann does not say that so-

[14] G. PEANO 1900a, *Formules de logique mathématiques*, RdM, 7, 1900, *Opere scelte*, Roma, Cremonese, vol. 2, 1958, p. 315.

[15] E. ZAITSEV, *An interpretation of Peano's logic*, Archive for History of Exact Science, 46, 4, 1994, pp. 367-383.

[16] ZAITSEV 1994, p. 370.

[17] See H. GRASSMANN, *Die Ausdehnungslehre...*, 1862, I, p. 5.

me first-order forms can be interpreted as points, and that some others as points at infinity. To recast the reasoning in these terms would be very misleading, for, according to Grassmann, one of the strengths of the new algebra consists in showing that what ordinary geometry took to be two separate things are in reality two facets of the very same formal object.

I am not sure that Peano's considerations about implication or about the variable letter could be rendered as convincing as Grassmann's analysis. But this is off the point. My sole claim is to say that, if we assume that logical algebra provides us with the sole access to a certain kind of very fundamental object, then the distinction between an empty formalism on the one hand, and an interpreted calculus on the other, becomes vain and artificial: for a Grassmannian, far from being empty, algebra is always object-oriented, since it is the only way to reach a certain sort of content. Seen from this angle, the general methodological discourse of a Couturat or a de Morgan becomes just unintelligible. The syntactical articulation of the calculus of forms is directly seen as a window, through which a certain (until then unreachable) type of reality becomes accessible.

4. *Conclusion*

I have argued that some of the thesis defended by Peano can be better understood if put back in a Grasmannian context. More precisely, I have argued that today's lost idea that a calculus can be the sole access to a certain kind of formal content plays an important role in Peano's thought [18]. In conclusion, I would like to make two remarks about the scope of my claim.

[18] Even if this position can be characterized as a sort of realism, it would be misleading to describe it as a form of platonism. Indeed, in the literature, platonism is usually construed as a theory which postulates a certain intellectual intuition, i.e. a direct access to the mathematical reality. Now, in the framework I have set down, there is no such a direct intuition of the "forms". The sole access to these entities passes through algebra.

1) Firstly, I would like to restrict the scope. I am not saying here that a Grassmanian thread can unify the very various and intricate developments one finds in Peano. I. Grattan-Guinness portrays Peano as a pragmatist (opportunist, says he) mathematician [19]. I agree. One does not find in Peano the equivalent of Frege's or Russell's program, or even the equivalent of Poincaré's conventionalist approach, which could unify the various reasonings. Peano's sources of inspirations are irreducibly multifarious, and Peano's works are, I think, irremediably heterogeneous. My project here was not to reduce this complexity; on the contrary, by emphasizing the importance of Grassmann's influence, my aim was to add a new layer to the already existent accumulation of conceptual strata.

2) Secondly, I would like to extend the scope of my claim. The idea that certain formalisms represent a unique access to a certain kind of content played an important role in the works of other contemporary writers as well. I especially think of Whitehead's *Universal Algebra*, which is nothing else than an effort to generalize Grassmann's approach, so as to account for the new non-Euclidean geometries. Now, if you mention Peano's and Whitehead's works, you cannot avoid reference to Russell's theory of relations. Indeed, Peano and Whitehead were Russell's main sources of inspiration. As is well documented, Russell did not view his own algebra as an empty calculus which can be variously interpreted [20]. Of course, one can find many different roots to this Russellian object-oriented conception of logic, and, among them, the indirect Grassmannian influence is surely not the most important one. But I think that, at least, it could have contributed to leading Russell away from the more standard Boolean tradition.

[19] I. Grattan-Guinness, *The Search for Mathematical Roots 1870-1940*, Princeton, Princeton University Press, 2000.

[20] See especially, G. Landini, *Russell's hidden Substitutional Theory*, Oxford, Oxford University Press, 1998.

Luca Dell'Aglio

DAL 'CALCOLO GEOMETRICO' ALLE FORME DIFFERENZIALI

Il presente lavoro ha come oggetto i legami che intercorrono tra gli sviluppi del 'calcolo geometrico' nella scuola di Peano e l'emergere della moderna teoria delle forme differenziali negli anni a cavallo del XIX e del XX secolo, con particolare riguardo per l'introduzione da parte di Élie Cartan della nozione di 'forma differenziale esterna' [1]. Ciò riguarda in modo essenziale la questione degli aspetti analitici del calcolo esterno di Grassmann, in relazione agli studi sulle proprietà differenziali del calcolo geometrico che hanno luogo all'interno della scuola peaniana negli ultimi anni dell'Ottocento. Oltre agli scritti di Peano, questi studi sono principalmente testimoniati dalla *Introduction à la Géométrie différentielle* di C. Burali-Forti, pubblicata a Parigi nel 1897; opera che è esplicitamente citata nella memoria di Cartan del 1899 in cui è presente la prima definizione della moderna nozione di forma differenziale.

1. *Introduzione*

La moderna teoria delle forme differenziali presenta vari motivi di interesse da un punto di vista retrospettivo di carat-

[1] Cfr. É. CARTAN, *Le principe de dualité et certaines intégrales multiples de l'espace tangentiel et de l'espace réglé*, Bulletin de la Société Mathématique de France, 24, 1896, pp. 140-177; *Sur les systèmes de nombre complexes*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 124, 1897, p. 1217-1220; *Oeuvres complètes*, 3 voll., Paris, Gauthier-Villars, 1952-1955.

tere sia teorico che applicativo, anche pensando al ruolo centrale che essa gioca in campo fisico nel corso del Novecento [2].

È ben noto al riguardo che, malgrado risulti legata a vari aspetti dell'analisi matematica del XIX secolo, tale teoria tende a emergere essenzialmente in relazione all'opera del matematico francese Élie Cartan. Questi, in effetti, è colui che durante la prima metà del XX secolo ne ha per primo messo in evidenza l'importanza, sia dandone varie esposizioni sistematiche in alcuni suoi testi, come le *Leçons sur les invariants intégraux* e, soprattutto, *Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques* [3] –, sia applicandola in modo sistematico in campo fisico-matematico e, in particolare relativistico.

Oltre a riguardare vari aspetti dello sviluppo della moderna geometria differenziale, l'interesse per gli aspetti storici della nozione di forma differenziale investe soprattutto alcune questioni di natura concettuale, in modo particolare per quanto riguarda la rivisitazione di un tema così critico nello sviluppo classico dei metodi infinitesimali come quello della trattazione algoritmica dei differenziali.

Da questo punto di vista possiede un'importanza centrale la natura 'esterna' della teoria delle forme differenziali di Cartan, in quanto costituisce l'aspetto che caratterizza in modo specifico la moderna considerazione algoritmica di tali forme. Questo aspetto apre direttamente la questione dell'influenza esercitata su Cartan dalla tradizione di ricerca delle algebre esterne, in relazione, più o meno diretta, con le concezioni di H. Grassmann. Si tratta di una questione che possiede una rilevanza non secondaria da un punto di vista storiografico, anche pensando al ruolo centrale svolto poi da Cartan nella dif-

[2] Cfr., da questo punto di vista, soprattutto H. FLANDERS, *Differential Forms with Applications to the Physical Sciences*, New York, Academic Press, 1963.

[3] É. CARTAN, *Leçons sur les invariants intégraux*, Paris, Hermann, 1922; *Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques*, Paris, Hermann, 1945.

fusione degli aspetti algebrico-analitici dell'opera del matematico tedesco [4].

Scopo principale del presente lavoro è di iniziare a prendere in esame il ruolo giocato in questo processo dalla tradizione peaniana del calcolo geometrico, durante gli ultimi due decenni del XIX secolo; un ruolo che, oltre alle opere dello stesso Peano, riguarda soprattutto le ricerche di C. Burali-Forti, in relazione specifica agli aspetti analitici di tale calcolo.

2. *Cenni sulla comparsa della teoria delle forme differenziali nell'opera di Cartan*

Malgrado le prime presentazioni sistematiche di Cartan della teoria delle forme differenziali risalgano agli anni '20 del Novecento, la comparsa effettiva delle nozioni di base della teoria riguarda alcuni suoi lavori giovanili, pubblicati tra il 1899 e il 1901 [5].

Nel primo di questi lavori, Cartan arriva alla considerazione dell'idea di 'forma differenziale esterna' attraverso una determinata serie di definizioni. Tutto fa leva sull'introduzione della nozione di 'espressione differenziale', data nel modo seguente:

[4] Ciò, come è noto, riguarda soprattutto l'articolo di É. CARTAN, *Nombres complexes*, in *Encyclopédie des Sciences Mathématiques pures et appliquées*, Edition Française, t. 1, vol. 1, Paris, Gauthier-Villars, 1908, pp. 329-468, versione francese (di fatto, una riscrittura molto ampliata) dello scritto di E. STUDY dell'*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften.*

[5] É. CARTAN, *Sur certaines expressions différentielles et le problème de Pfaff*, Annales de l'École Normale Supérieure, s. 3, 16, 1899, pp. 239-332; *Sur l'intégration de certains systèmes de Pfaff de caractère deux*, Bulletin de la Société Mathématique de France, 29, 1901, pp. 233-302. Per quanto riguarda l'opera di Cartan, cfr. in particolare: M.A. AKIVIS, B.A. ROSENFELD, *Élie Cartan (1869-1951)*, Providence, American Mathematical Society 1993; S.S. CHERN, C. CHEVALLEY, *Élie Cartan and his Mathematical Work*, Bulletin of the American Mathematical Society, 58, 1952, pp. 217-250; J. DIEUDONNÉ, *Cartan, Élie*, in Dictionary of Scientific Biography, vol. 3, New York, Charles Scribner's Sons, 1971, pp. 95-96.

«Étant données *n* variables x_1, x_2, ..., x_n, considérons des expressions ω, purement symboliques, se déduisant, au moyen d'un nombre fini de *signes* d'addition ou de multiplication, des *n* différentielles dx_1, dx_2, ..., dx_n et de certains coefficients fonctions de x_1, x_2, ..., x_n; ces expressions étant, dans le sens ordinaire du mot, *homogènes* en dx_1, dx_2, ..., dx_n. Comme elles sont purement symboliques, nous nous astreindrons, toutes les fois qu'il y aura un signe d'addition ou de multiplication, à ne pas changer l'ordre des termes ou des facteurs réunis par ce signe. Soumises aux règles ordinaires du calcul, ces expressions pourraient se mettre sous la forme de polynomes entiers et homogènes en dx_1, dx_2, ..., dx_n. Le degré de ces polynomes sera, par définition, le degré de l'expression correspondante ω. Les expressions différentielles du premier degré s'appellent encore *expressions de Pfaff*; elles sont de la forme analogue à la suivante:

$$A_1dx_1 + A_2dx_2 + \ldots$$ » [6].

Tra le varie nozioni introdotte da Cartan in questo contesto quella di 'valore' di una espressione differenziale possiede una particolare importanza. Considerate le variabili x_1, x_2, ..., x_n, come funzioni di h parametri α_1, α_2, ..., α_h, e indicando con (β_1, β_2, ..., β_h) una delle possibili permutazioni di tali parametri, tale nozione viene introdotta nel modo seguente:

« Á cette permutation, on fait correspondre la valeur que prend, d'après les règles ordinaires du calcul, l'expression ω, lorsqu'on y remplace les différentielles qui occupent le 1^{er}, 2^{e}, ..., $h^{ième}$ rang respectivement par les dérivées correspandantes prises par rapport à β_1, β_2, ..., β_h. On fait précéder la quantité ainsi déterminée du signe + ou du signe –, suivant que la permutation (β_1, β_2, ..., β_h) présente un nombre pair ou un nombre impair d'inversions. La somme algébrique des *h*! quantités ainsi obtenues est, par définition, la valeur de l'expression différentielle donnée » [7].

Dopo aver introdotto anche le nozioni di 'espressioni differenziali equivalenti' e di valore di una espressione differenziale monomia, Cartan, sfruttando l'idea di 'valore' di una

[6] Cartan 1899 cit., p. 244.
[7] *Ibidem*, p. 246.

'espressione differenziale', considera in modo esplicito le modalità con cui si applica a tali espressioni il calcolo esterno:

« Il résulte immédiatement de là que, si l'expression différentielle monome contient deux différentielles identiques, elle a une valeur nulle: on dit qu'elle est *identiquement nulle.* Il résulte également de la théorie des déterminants que l'on peut intervertir d'une manière quelconque l'ordre des différentielles d'une expression monome, à condition de changer le signe du coefficient si cette substitution revient à un nombre impair de transpositions; ou encore si les deux permutations des indices des différentielles sont de parités contraires » [8].

All'interno dello stesso lavoro, Cartan dà inoltre una prima caratterizzazione degli aspetti differenziali delle forme differenziali esterne, anche se, per il momento, in relazione al solo caso delle forme del primo ordine. Questo ha luogo tramite la seguente definizione di 'expression dérivée' di una forma differenziale:

« Étant donnée une expression de Pfaff à n variables
$\omega = A_1dx_1 + A_2dx_2 + \ldots + A_ndx_n$,
on appelle *expression dérivée* l'expression différentielle du deuxième degré définie par l'égalité
$\omega' = dA_1dx_1 + dA_2dx_2 + \ldots + dA_ndx_n$ » [9].

Per quanto riguarda, invece, la definizione di 'derivazione esterna' per forme differenziali di ordine qualunque, essa viene data da Cartan nel lavoro del 1901, all'interno del passaggio seguente:

« Le procédé de dérivation qui permet de passer de ω à ω' peut s'appliquer à des expressions différentielles symboliques de n'importe quel degré. Considérons, pour fixer les idées, une expression différentielle symbolique du second degré

[8] *Ibidem*, p. 247.
[9] *Ibidem*, p. 251.

$$\Omega = \sum_{i,\,k}^{1,\,\dots,\,r} a_{ik} dx_i dx_k \;(a_{ii} = 0,\; a_{ik} + a_{ki} = 0);$$

les coefficients a_{ik} étant des fonctions quelconques de $x_1, x_2, .., x_r$; la *dérivée* de Ω sera, par définition, l'expression différentielle du troisième degré définie par

$$\Omega' = \sum da_{ik} dx_i dx_k = \sum_{i,\,j,\,k}^{1,\,2,\,\dots,\,r} \left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial x_k} + \frac{\partial a_{ik}}{\partial x_i} + \frac{\partial a_{ki}}{\partial x_j} \right) dx_i dx_j dx_k$$ » [10].

Questo è dunque, in forma schematica, il modo in cui le nozioni di base della teoria delle forme differenziali esterne tendono a emergere all'interno delle opere giovanili del matematico francese. Si tratta, di fatto, dell'introduzione di tutti concetti elementari della teoria, – mediante (A) la considerazione di generiche 'espressioni differenziali', (B) soggette a una algebra esterna e (C) dotate di una particolare forma di derivazione –, a eccezione di quelli che appartengono alla fase di sviluppo della teoria, per così dire, di carattere topologico [11].

Un esame del processo di comparsa della nozione di forma differenziale nell'opera di Cartan passa dunque per una considerazione retrospettiva dei precedenti fattori. In questo esame, oltre al problema di base relativo
(a) alle origini di un'idea autonoma di 'espressione/forma differenziale';
anche altre questioni possono svolgere un ruolo rilevante, in relazione alla presenza di eventuali forme embrionali: (b) di applicazione del calcolo esterno a particolari tipi di 'espressioni differenziali'; e (c) di considerazione di 'derivate' nel caso di tali 'espressioni'.

Oltre a ciò, può risultare d'interesse, ribaltando in parte i termini della questione e dunque agendo in modo in parte in-

[10] CARTAN 1901 cit., p. 11.

[11] Su questo punto, cfr. V.J. KATZ, *Differential Forms - Cartan to de Rham*, Archive for History of Exact Sciences, 33, 1985, pp. 321-336; *Differential Forms*, in JAMES I.M. (ed.), *History of Topology*, Amsterdam, Elsevier, 1999, pp. 111-122.

diretto, ricercare retrospettivamente l'eventuale presenza (d) di applicazioni di concetti di carattere analitico a grandezze di carattere 'esterno', anche se di per sé non necessariamente riconosciute come forme differenziali. Questa ultima possibilità, in particolare, potrebbe aver costituito una sorta di supporto al riconoscimento da parte di Cartan del comportamento, algebrico e analitico, di una forma differenziale.

3. *Le radici della teoria nella storia del 'problema di Pfaff' e della teoria degli integrali multipli*

Sono essenzialmente due gli ambiti teorici che, in modo coordinato, tendono a giustificare la comparsa della nozione di 'forma differenziale esterna' nelle ricerche di Cartan; entrambi per motivi diversi rivelano un intervento, più o meno diretto, della tradizione di pensiero grassmanniana.

3.1 *I legami con la storia del problema di Pfaff*

Il primo ambito è quello in cui avviene in modo effettivo la comparsa di tale nozione all'interno delle ricerche citate, ed è costituito dallo studio del problema di Pfaff. Di fatto, l'obiettivo perseguito da Cartan in questi lavori era proprio quello di riformulare lo studio di tale problema nei termini della teoria delle forme differenziali esterne, in modo da individuarne nuove direzioni di sviluppo. In questi lavori si ritrovano in effetti molti dei risultati ottenuti al riguardo in precedenza, in una tradizione di pensiero, in gran parte tedesca, che ha origine negli stessi lavori di Pfaff e riguarda poi le ricerche di A. Clebsch e dello stesso Grassmann all'inizio degli anni '60 del XIX secolo e, verso la fine degli anni '70, quelle di S. Lie, G.F. Frobenius e G. Darboux [12].

[12] Su questi sviluppi, si veda T. HAWKINS, *Frobenius, Cartan, and the Problem of Pfaff*, Archive for History of Exact Sciences, 59, 2005, pp. 381-436.

Questo stretto legame delle ricerche di Cartan con gli studi sul problema di Pfaff rende possibile collocare in gran parte all'interno di questa tradizione di pensiero l'origine stessa della nozione di forma differenziale e di alcune delle sue proprietà fondamentali. In effetti, tale tradizione prevedeva – oltre, ovviamente, a un'attenzione specifica per le forme differenziali del primo ordine – anche una pratica costante con 'espressioni differenziali' di varia natura. Si tratta in genere di un uso implicito di tali 'espressioni', senza cioè una loro reale considerazione autonoma, come grandezze soggette a qualche tipo di processo od operazione. Tuttavia, questo uso generalizzato, oltre al punto (a) tende a interessare, almeno da un punto di vista implicito, anche gli altri fattori cui si faceva riferimento nel paragrafo precedente. Ciò riguarda in modo particolare il punto (c), in relazione alla possibilità di considerare una 'derivazione' per certe 'espressioni differenziali'. In effetti, la nozione di Cartan di 'derivata esterna' possiede un preciso riferimento nel contesto di sviluppo del problema di Pfaff, essendo già stata considerata da Frobenius, da un punto di vista algoritmico, sotto forma della nozione di 'covariante bilineare', anche in connessione con alcune ricerche precedenti di R. Lipschitz [13].

Va osservato che questo primo filone di ricerca presenta un chiaro legame con la tradizione di pensiero grassmanniana in virtù del fatto, che, come si è accennato, lo stesso Grassmann partecipò direttamente agli studi sul problema di Pfaff. Si tratta di un punto di rilevanza storica particolare, in quanto ciò ha luogo in uno dei luoghi più critici della sua opera, e cioè al-

[13] Cfr. G.F. FROBENIUS, *Über das Pfaffsche Problem*, Journal für die reine und angewandte Mathematik, 82, 1877, pp. 230-315; R. LIPSCHITZ, *Untersuchungen in Betreff der ganzen homogenen Functionen von n Differentialen*, Journal für die reine und angewandte Mathematik, 70, 1869, pp. 71-102, in particolare p. 73. Si deve notare che questo ultimo lavoro rappresenta uno dei principali punti di incontro con la tradizione di ricerca che, sulla base della teoria delle forme algebriche, porterà poi la teoria delle forme differenziali dalle ricerche di Lipschitz ed E.B. Christoffel alla genesi della moderna analisi tensoriale.

l'interno della seconda edizione dell'*Ausdehnungslehre* (Aus2); cioè della edizione, che, come è ben noto, nel 1862, a distanza di 18 anni alla prima (Aus1), prevedeva una revisione radicale nelle modalità di presentazione della 'teoria dell'estensione' [14].

In particolare, per porre in evidenza l'importanza dei propri metodi, Grassmann nella seconda parte dell'Aus2 li applicò a varie considerazioni di carattere analitico, concludendo il volume, in modo specifico, proprio con l'esame del problema di Pfaff. Questo fatto tende ovviamente ad avere vari riflessi sulle questioni storiografiche cui si faceva cenno nel paragrafo precedente, in quanto si ha qui un primo accostamento esplicito tra l'idea di grandezza 'esterna' e i concetti di base del calcolo infinitesimale.

3.2 *Forme differenziali esterne e integrali multipli*

Oltre agli studi sul problema di Pfaff, il secondo filone di ricerca che tende a entrare in gioco in modo decisivo nel processo di comparsa della nozione di 'forma differenziale esterna' di Cartan riguarda la teoria degli integrali multipli, in relazione al lavoro (Cartan 1896), che, come è noto, svolge un ruolo del tutto centrale nello sviluppo di tale teoria, in quanto costituisce una delle pietre miliari della moderna geometria integrale [15].

Dal punto di vista della teoria delle forme differenziali, si tratta di una circostanza determinante perché è proprio in questo contesto che si ha un primo riconoscimento esplicito della possibilità di effettuare un calcolo 'esterno' con i differenziali di certe grandezze, in relazione a ciò che avviene sotto il segno di integrale. Tale riconoscimento avviene in modo connesso ai concetti di base di questa memoria, in particolare in relazione alla possibilità di considerare l'invarianza di certi integrali mul-

[14] H.G. GRASSMANN, *Die lineale Ausdehnungslehre, ein neuer Zweig der Mathematik*, Leipzig, O. Wigand, 1844; *Die Ausdehnungslehre. Vollständig und in strenger Form bearbeitet*, Berlin, Enslin, 1862.

[15] Cfr. KATZ 1985 cit.

tipli rispetto a insiemi di rette nel piano o di piani e di rette nello spazio. Nel primo caso, sviluppato nella parte iniziale della memoria, Cartan prende, per esempio, in esame la questione dell'invarianza dell'integrale doppio:

$$(1) \qquad \iint \frac{du dv}{(u^2 + v^2)^{3/2}}$$

in relazione all'insieme di rette del piano di equazione:

$$(2) \qquad ux + vy + 1 = 0.$$

Nella prima parte della dimostrazione di questa proprietà si ha la considerazione esplicita di un calcolo esterno tra differenziali. Ciò riguarda la trasformazione dell'integrale (1), in relazione a un cambiamento di coordinate del tipo:

$$(3) \qquad u \longrightarrow \frac{u}{w} = \alpha \qquad v \longrightarrow \frac{v}{w} = \beta$$

dove u, v, w sono funzioni dei due parametri α e β. Tale trasformazione avviene considerando il prodotto dei differenziali:

$$(4) \qquad du dv = \left(\frac{\partial u}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial u}{\partial \beta} d\beta\right)\left(\frac{\partial v}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial v}{\partial \beta} d\beta\right)$$

direttamente nella forma ridotta:

$$(5) \qquad du dv = \left(\frac{\partial u}{\partial \alpha}\frac{\partial v}{\partial \beta} - \frac{\partial u}{\partial \beta}\frac{\partial v}{\partial \alpha}\right) d\alpha d\beta$$

facendo, cioè, leva sulla validità delle uguaglianze:

$$(6) \qquad \begin{aligned} d\alpha d\alpha &= d\beta d\beta = 0 \\ d\beta d\alpha &= -d\alpha d\beta \end{aligned}$$

In questo punto della dimostrazione di Cartan – in virtù del quale l'integrale doppio (1) prende la forma:

$$(7) \qquad \iint \frac{u dv dw + v dw du + w du dv}{(u^2 + v^2)^{3/2}}$$

di cui viene poi verificata l'invarianza nella seconda parte della dimostrazione – si ha dunque un'interpretazione della formula del cambiamento di coordinate per particolari integrali doppi nei termini espliciti di un calcolo 'esterno' tra differenziali; un passaggio che può allora essere visto in stretta relazione con quanto affermato nel punto (b) del § 2, costituendo un caso esplicito di algebra esterna tra particolari 'espressioni differenziali'.

Il problema che tende allora ad aprirsi da un punto di vista storiografico è su quali basi abbia luogo questo passaggio, soprattutto pensando, come si diceva nell'introduzione, alla questione classica della considerazione algoritmica della nozione di differenziale. Se da un lato ciò può essere messo in rapporto con la questione della collocazione storica di questo lavoro di Cartan [16] – con particolare riguardo per vari punti delle ricerche di Poincaré [17] –, d'altro canto, il punto della questione è che l'uso di un calcolo di tipo 'esterno' tra differenziali sotto il segno di integrale in questa memoria di Cartan sembra spiegabile essenzialmente nei termini di un ricorso, più o meno diretto, alle concezioni di Grassmann.

[16] Ciò riguarda, in primo luogo, la possibilità di eventuali connessioni con le altre forme di sviluppo della geometria integrale durante il XIX secolo: cfr. E. SENETA, K.H. PARSHALL, F. JONGMANS, *Nineteenth-Century Developments in Geometric Probability: J.J. Sylvester, M.W. Crofton, J.-É. Barbier, and J. Bertrand*, Archive for History of Exact Sciences, 55, 2001, pp. 501-524.

[17] Cfr. KATZ 1985 cit., H. POINCARÉ, *Analyse de ses travaux sur les intégrales faite par H. Poincaré*, Acta Mathematica, 38, 1921, pp. 73-77. In effetti, è noto che, anche se in modo in parte sotterraneo, le ricerche di Poincaré sulla teoria dell'integrazione investono vari aspetti della teoria delle forme differenziali, a partire dal celebre lemma che porta il suo nome. In particolare, ciò riguarda anche alcuni lavori di Poincaré precedenti a quelli in cui Cartan introduce la teoria delle forme differenziali. Il caso di maggiore rilevanza al riguardo è dato dalla memoria di H. POINCARÉ, *Sur les résidus des intégrales doubles*, Acta Mathematica, 9, 1887, pp. 321-380, in cui è presente un caso embrionale di calcolo esterno di differenziali in relazione a integrali doppi in campo complesso.

4. *Il ruolo globale della tradizione delle algebre esterne*

Le precedenti considerazioni sul processo di comparsa della nozione di 'forma differenziale esterna' nelle ricerche di Cartan sollevano da vari punti di vista, la questione del possibile ruolo svolto in tale processo dalle concezioni di Grassmann. Si è anche detto che, in modo diretto, ciò riguarda in primo luogo l'applicazione di tali concetti alla trattazione del problema di Pfaff all'interno dell'Aus2. D'altra parte, la tradizione delle algebre esterne tende ad agire successivamente, in prosecuzione dell'opera del matematico tedesco, in un modo per lo più indipendente dall'ambito specifico di tale problema.

Ciò risulta legato alle modalità di diffusione delle idee di Grassmann nei decenni successivi alla pubblicazione dell'*Ausdehnungslehre.* Come è noto, due fattori svolgono in questo contesto un ruolo dominante [18]. Il primo, anche se di recente in parte ridimensionato, è relativo al fatto che le concezioni di Grassmann trovarono, per vario tempo e per vari motivi, notevoli difficoltà di ricezione. Di fatto, malgrado gli sforzi del matematico tedesco – soprattutto, come si è detto, con la pubblicazione dell'Aus2 –, per assistere a un reale mutamento nei confronti delle sue ricerche bisognerà attendere solo gli ultimi due decenni dell'Ottocento. Il secondo fattore è che questo fenomeno di recupero possiede un carattere essenzialmente geometrico; un fattore che è legato ad alcune caratteristiche specifiche delle edizioni dell'*Ausdehnungslehre* e che risulta accentuato nel momento in cui tali concezioni vengono messe in relazione ai vari sviluppi che il calcolo geometrico aveva trovato durante il XIX secolo.

[18] Cfr., per esempio, M.J. CROWE, *A History of Vector Analysis*, Notre Dame, Notre Dame University Press, 1967, o vari contributi in G. SCHUBRING (ed.), *Hermann Günther Grassmann (1809-1877): Visionary Mathematician*, Scientist and Neohumanist Scholar, Dordrecht, Kluwer, 1996.

5. *Gli aspetti analitici del calcolo geometrico nella scuola di Peano e la teoria delle forme differenziali*

Un'osservazione risulta necessaria al riguardo. L'assenza esplicita di considerazioni algebrico-analitiche nella ricezione tardo-ottocentesca delle idee di Grassmann non esclude però che all'interno di questi stessi sviluppi di carattere geometrico del calcolo esterno non si possa parlare, magari a livello implicito, di considerazioni di natura analitica riguardanti grandezze di tipo esterno.

Questa possibile forma d'influenza delle concezioni di Grassmann tende a riguardare soprattutto gli sviluppi che conducono al moderno calcolo vettoriale; un ambito in cui, come è noto, svolge un ruolo particolare la tradizione di pensiero peaniana, a partire dalla pubblicazione nel 1888 del *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre* di H. Grassmann [19].

Il punto è che, in questo ambito, il ruolo svolto dai concetti di carattere infinitesimale non appare secondario. Si tratta di un fattore che risulta connesso in modo intrinseco ad alcuni aspetti delle ricerche giovanili di Peano nel campo dell'analisi matematica e al legame che il *Calcolo geometrico* presenta con il calcolo delle equipollenze di G. Bellavitis e con l'uso che ne era stato fatto nel campo della geometria differenziale [20]. Svolge un ruolo centrale in questo contesto quanto sviluppato da Peano all'interno dei capp. VIII e IX del *Calcolo*

[19] Cfr. G. PEANO 1888a, *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di H. Grassmann*, Torino, Bocca, 1888. Per le opere di Peano, cfr. C.S. ROERO (a cura di), *L'Opera omnia di Giuseppe Peano e i Marginalia*, Torino, Dipartimento di Matematica, CD-rom n. 3, 2008.

[20] Cfr. su questi aspetti soprattutto U. BOTTAZZINI, *Dall'analisi matematica al calcolo geometrico: origini delle prime ricerche di logica di Peano*, History anf Philosophy of Logic, 6, 1985, pp. 25-52; P. FREGUGLIA, *Dalle equipollenze ai sistemi lineari. Il contributo italiano al calcolo geometrico*, Urbino, Quattroventi, 1992; E. LUCIANO, *Il trattato Genocchi-Peano (1884) alla luce di documenti inediti*, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, XXVII, 2007, pp. 219-264 e P. FREGUGLIA, C. BOCCI, *Dall'eredità grassmanniana alla teorie delle omografie nella scuola di Peano*, Bollettino della Unione Matematica Italiana, A, (I) 1, n. 1, 2008, pp. 131-164.

geometrico e nelle parti finali di alcuni dei suoi scritti successivi [21]; tematiche che troveranno poi la espressione più sistematica all'interno della sua scuola nella *Introduction à la Géométrie différentielle suivant la méthode de H. Grassmann* di Burali-Forti, pubblicata a Parigi nel 1897 [22].

Ciò si basa su una considerazione esplicita e preliminare delle 'forme geometriche variabili', e sulla relativa introduzione dei concetti di base del calcolo infinitesimale. Per esempio, nella *Introduction* di Burali-Forti si trova la seguente definizione di derivata e di differenziale nel caso di una generica 'forma geometrica' che dipende da una variabile reale t:

« Soit $f(t)$ une forme géométrique; si, pour h=0, la fonction

$$\frac{f(t+h)-f(t)}{h}$$

a une limite déterminée, nous poserons

$$\frac{df(t)}{dt}=\lim_{h=0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}$$

pour appeler, suivant le langage de l'Analyse, $\frac{df(t)}{dt}$ la dérivée de la forme $f(t)$. Nous indiquerons encore l'expression $\frac{df(t)}{dt}$ (ou $\frac{df}{dt}$), avec les notations $\frac{d}{dt}f(t)$, $f'(t)$.

[21] In particolare, G. PEANO, *Gli elementi di calcolo geometrico*, Torino, Tip. G. Candeletti, 1891; *Saggio di calcolo geometrico*, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 31, 1895-96, pp. 952-975.

[22] C. BURALI-FORTI 1897k, *Introduction à la Géométrie différentielle suivant la méthode de H. Grassmann*, Paris, Gauthier-Villars, 1897. Sul contributo specifico di Burali-Forti allo sviluppo del calcolo geometrico, si veda in particolare: E. AGAZZI, *Burali Forti, Cesare*, DBI, vol. 15, 1972, pp. 376-381 e P. FREGUGLIA, *Cesare Burali-Forti e gli studi sul calcolo geometrico*, in GUERRAGGIO A. (ed.), *La matematica italiana tra le due guerre mondiali*, Bologna, Pitagora, 1987, pp. 173-180.

En écrivant $df(t) = f'(t)$ dt au lieu de $\frac{df(t)}{dt} = f'(t)$ on peut dire également que $df(t)$ est le différentiel de $f(t)$; ainsi le différentiel de $f(t)$ est le produit de la dérivée de $f(t)$ par le nombre infinitésimal *dt* »[23].

Su queste basi, il volume di Burali-Forti, come diretta prosecuzione delle ricerche di Peano, costituisce una riformulazione delle nozioni e dei risultati di base della geometria differenziale delle curve e delle superfici, come applicazione dei concetti di carattere infinitesimale al calcolo geometrico. Per esempio, in tale volume si trova uno sviluppo sistematico delle considerazioni relative alle 'forme geometriche' che sono funzioni di una sola variabile, sia in relazione alla geometria delle curve, cui è in gran parte dedicato lo 'chap. II'; sia in relazione al tema specifico delle superfici rigate, cui è dedicato il §3 di tale capitolo. La questione invece delle 'forme geometriche' che sono funzioni di più di una variabile è sviluppata in parte all'interno delle *Notes* finali, con l'introduzione, tra gli altri, dei concetti di piano tangente e di normale a una superficie.

Queste schematiche indicazioni sulle tematiche riguardanti le applicazioni del calcolo geometrico alla geometria differenziale dell'epoca nell'ambito della scuola di Peano permettono di individuare vari tipi di legami con la comparsa della nozione di 'forma differenziale esterna' di Cartan.

Se un primo tipo è, come si diceva, proprio relativo al fatto stesso di considerare i metodi infinitesimali applicati a grandezze di carattere grassmanniano – in quanto in questo modo si prevede comunque un'interpretazione di tali grandezze come soggette a operazioni di carattere analitico –, un'altra possibile forma di connessione è relativa al modo in cui viene trattata in queste ricerche la nozione di 'differenziale'. Indicative da questo punto di vista risultano le seguenti proprietà riportate nel volume di Burali-Forti:

[23] C. BURALI-FORTI 1897 cit., p. 65; anche in PEANO 1888 cit., p. 130.

« Supposons maintenant que $A(t)$, $B(t)$ soient des formes géométriques ayant des dérivées pour toute valeur de t considérée.
a. Si A, B sont des formes de même ordre, on a

$$d(A + B) = dA + dB \text{ ou } (A + B)' = A' + B'$$

b. Si x est un nombre réel fonction de t, on a

$$d(xA) = (dx)\, A + x(dA)$$

et, pour un nombre constant m,

$$d(mA) = m(dA)$$

c. $d(AB) = (dA)B + A(dB)$, mais il n'est, en général, pas permis de changer l'ordre des facteurs; plus généralement pour n entier, différent de zéro, on peut écrire

$$(AB)^{(n)} = A^{(n)}B + nA^{(n-1)}B' + \frac{n(n-1)}{2!} A^{(n-2)}B'' + \ldots$$

$$+ \frac{n(n-1)}{2!} A''B^{(n-2)} + nA'B^{(n-1)} + AB^{(n)}$$ » [24].

Il punto è che in queste proprietà – e in modo specifico nell'ultima – si può riconoscere una esplicita applicazione del calcolo esterno a particolari espressioni differenziali costruite a partire da certe 'forme geometriche'. In uno stesso contesto, cioè, si ha la presenza di 'forme geometriche' con il loro calcolo esterno, di cui si considerano poi i differenziali; e dunque, in ultima analisi, un embrione di calcolo di tipo 'esterno' tra differenziali, di fatto in linea con quanto si affermava in precedenza nel punto (b) del § 2, a proposito delle questioni che caratterizzano la nascita della moderna nozione di forma differenziale.

È in questo senso che la scuola di Peano sul calcolo geometrico costituisce uno dei contesti di pensiero che testimonia nel modo più diretto il legame tra la tradizione di pensiero grassmanniana e l'opera di Cartan. Ciò è in linea con quanto lo stesso matematico francese dichiara nell'introduzione del lavoro del 1899 in cui viene introdotta l'idea di 'espressione differenziale'. Si ha qui, in effetti, un esplicito richiamo alla *In-*

[24] Burali-Forti 1897 cit., pp. 65-66; anche in Peano 1888 cit., pp. 130-131.

troduction di Burali-Forti, proprio come uno dei più avanzati prodotti di tale tradizione di pensiero. In particolare, riferendosi agli aspetti algoritmici della propria teoria delle forme differenziali, Cartan afferma:

« Ce calcul présente aussi des nombreuses analogies avec le calcul de Grassmann; il est d'ailleurs identique au calcul géométrique dont se sert M. Burali-Forti dans un Livre récent » [25].

È interessante infine osservare come questo ruolo della tradizione di pensiero peaniana possiede dei risvolti di carattere tecnico e concettuale che vanno anche al di là del processo di comparsa della nozione di forma differenziale. All'interno della scuola di Peano svolge in effetti un ruolo essenziale un'esigenza di carattere purista che tende a riemergere in alcuni sviluppi della geometria differenziale del secondo Novecento. In particolare, tale esigenza – riguardante una critica di fondo a un approccio mediante 'coordinate' agli studi geometrici – appare legata alla considerazione stessa di Peano del calcolo geometrico [26], per essere poi ripresa da Burali-Forti, costituendo di nuovo uno dei presupposti essenziali della sua *Introduction*. Particolarmente indicativo è al riguardo il seguente brano tratto dalla 'Préface' di tale volume, in cui, parlando degli obiettivi perseguiti nel corso dell'opera, si afferma in modo esplicito:

« Nous croyons ce dernier but de notre Ouvrage fort important. En effet, on obtient, dans la Géométrie différentielle ordinaire, des propriétés bien simples avec des développements très compliqués. Cette complication est due, en général, à l'emploi des coordonneés, car avec les coordonnées nous faisons des transformations algébriques sur des nombres pour obtenir, d'aprés des calculs bien souvent fort compliqués, une petite formule, une *invariante*, qui est susceptible d'une interprétation géométrique. Le calcul géométrique ne fait point

[25] CARTAN 1899 cit., p. 242.

[26] Cfr. G. PEANO 1894f, *Recensione di Hermann Grassmanns Gesammelte mathematische und physicalische Werke*, Rendiconti di Matematica, 4, 1894, pp. 167-169.

usage des coordonnées; il opère directement sur les éléments géométriques, et chaque formule, qui est par elle-même une invariante, a une signification géométrique bien simple qui conduit très aisément à la représentation graphique de l'élément considéré »[27].

Se, da una parte, si può riconoscere in questo atteggiamento il germe della 'crociata' contro l'uso delle coordinate che caratterizzerà la scuola dei 'vettorialisti' nei primi decenni del Novecento, d'altro canto, le precedenti considerazioni possiedono una rilevanza anche in senso prospettico, se solo si pensa all'importanza assegnata nella seconda parte di tale secolo al rapporto tra calcolo geometrico e forme differenziali nell'ambito teorico delle algebre di Clifford[28].

[27] BURALI-FORTI 1897k cit., p. VII.

[28] Cfr. su questo punto, per esempio, D. HESTENES, *Differential Forms in Geometric Calculus*, in F. BRACKX et al (eds.), *Clifford Algebras and their Applications in Mathematical Physics*, Dordrecht-Boston, Kluwer, 1993, pp. 269-285; D. HESTENES, G. SOBCZYK, *Clifford Algebra to Geometric Calculus. A Unified Language to Mathematics and Physics*, Dordrecht, Reidel, 1984.

James T. Smith [*]

Definitions and Nondefinability in Geometry: Pieri and the Tarski School

1. *Introduction*

In 1886 Mario Pieri became professor of projective and descriptive geometry at the Royal Military Academy in Turin. In 1888 he was also appointed assistant at the University of Turin. By the early 1890s he and Giuseppe Peano, colleagues at both institutions, were researching related questions about the foundations of geometry. During the next two decades, Pieri used, refined, and publicized Peano's logical methods in several major studies in this area. The present paper focuses on the history of two of them, Pieri's 1900 *Point and Motion* and 1908 *Point and Sphere* memoirs, and on their influence as the root of later work of Alfred Tarski and his followers. It emphasizes Pieri's achievements in expressing Euclidean geometry with a minimal family of undefined notions, and in requiring set-theoretic constructs only in his treatment of continuity. It is adapted from and expands on material in the 2007 study of Pieri by Elena Anne Marchisotto and the present author.

[*] *The author gratefully acknowledges inspiration by Elena Anne Marchisotto and suggestions from Victor Pambuccian.*

Although Pieri 1908 had received little explicit attention, during the 1920s Tarski noticed its minimal set of undefined notions, its extreme logical precision, and its use of only a restricted variety of logical methods. Those features permitted Tarski to adapt and reformulate Pieri's system in the context of first-order logic, which was only then emerging as a coherent framework for logical studies. Tarski's theory was simpler, and encouraged deeper investigations into the metamathematics of geometry.

In particular, Tarski and Adolf Lindenbaum pursued the study of definability, extending earlier work by the Peano School. They settled some questions about systems related to Pieri's, and during the 1930s showed that in the first-order context with variables ranging over points, Pieri's selection of ternary equidistance as the sole undefined relation for Euclidean geometry was optimal. No family of binary relations, however large, can serve as the sole undefined relations.

Tarski's work itself went mostly unpublished for decades, but began to attract further research during the 1950s. Tarski's followers have extended his methods to apply to other geometric theories as well as the Euclidean. The present paper concludes with a description of the 1990-1991 discovery by Victor Pambuccian: Euclidean geometry can be based on a single binary point relation if the underlying logic is strengthened.

2. *Pasch*

Moritz Pasch began his career around 1870 as an algebraic geometer, but changed his emphasis to foundations of analysis and geometry. To correct logical gaps in classical Euclidean geometry and in G. K. C. von Staudt's 1847 presentation of projective geometry, Pasch published in 1882 the first completely rigorous synthetic presentation of a geometric theory.

Pasch noted that, in contrast to earlier practice, he would discuss certain notions without definition. Determining which ones he actually left undefined requires close reading[1]. They are

- *point*,
- segment *between* two points,
- *coplanarity* of a point set,
- *congruence* of point sets.

Pasch defined all other geometric notions from those. For example, he called three points *collinear* if they are not distinct or one lies between the other two, and defined the *line* determined by two distinct points to be the set of points collinear with them. Pasch developed incidence and congruence geometry, extended it to projective space, then showed (section 20) how to select a polar system to develop Euclidean or non-Euclidean geometry. In spite of the abstract nature of his presentation, Pasch clearly indicated that he regarded his postulates as descriptions of the real world:

« In contrast to the propositions justified by proofs...there remains a group of propositions from which all others follow ... based directly on observations ... » [2].

3. *Peano and Motions*

Giuseppe Peano began intense study of fundamental principles of mathematics during the 1880s. His 1889 booklet on foundations of geometry contained some technical

[1] See the comments after the list of twenty-three axioms and theorems in Pasch 1882 section 1. Already in the introduction (*Einleitung*), Pasch discussed points without definition. Sections 1 and 2 begin by introducing betweenness and coplanarity. Pasch distinguished the notions of coplanar set (*ebene Fläche*) and plane (*Ebene*). Not until section 13 did he introduce congruence.

[2] Pasch 1882, p. 17: « Nach Ausscheidung der auf Beweise gestützten Sätze ... bleibt eine Gruppe von Sätzen zurück, aus denen alle übrigen sich folgern lassen ...; diese sind unmittelbar auf Beobachtungen gegründet ... » See also Jané 2006, §6.

improvements over Pasch 1882. But more importantly, Peano departed from Pasch's then prevalent approach by divorcing that discipline from the study of the real world:

« Depending on the significance attributed to the undefined symbols ... the axioms can be satisfied or not. If a certain group of axioms is verified, then all the propositions that are deduced from them will be equally true ... » [3].

This freedom to consider various interpretations of the undefined notions, and the distinction between syntactic properties of symbols and their semantic relationships to the objects they denote, was essential for all later studies of definability.

In 1894 Peano introduced the use of *direct motion* to replace congruence as an undefined notion in Euclidean geometry. A geometric transformation, this sort of motion does not involve time. Figures can be defined as *congruent* if some direct motion maps one to the other [4].

4. *Pieri and Motions*

After earning the doctorate in 1884 at Pisa, Mario Pieri began his research career in algebraic and differential geometry. Soon after Pieri's appointments in Turin, his colleague Corrado Segre suggested that Pieri translate Staudt 1847, the fundamental work on the projective geometry that underlies those areas [5]. Evidently Pieri, like Pasch, became intrigued with its logic: he returned to study it again and again. Pieri's senior colleague Giuseppe Peano was already investigating deep

[3] Peano 1889d, p. 24: « Dipendentemente dal significato attribuito ai segni non definiti ... potranno essere soddisfatti, oppure no, gli assiomi. Se un certo gruppo di assiomi è verificato, saranno pure vere tutte le proposizioni che si deducono ... ».

[4] With additional work, *indirect* motions can be defined, which relate *anticongruent* figures.

[5] Pieri 1889 is an annotated translation of Staudt 1847.

questions in foundations, and in 1890 himself repaired a lapse in Staudt's work. During the 1890s, Pieri became a preeminent member of the Peano School. A series of his papers culminated in Pieri 1898, the first complete axiomatization of projective geometry.

«To frame this work and later axiomatic studies, Pieri used a *hypothetical-deductive system.* He and Alessandro Padoa introduced this technique explicitly to formalize Peano's idea that the undefined notions may be interpreted arbitrarily, as long as their interpretations satisfy the postulates. This approach was adopted in the many papers by postulate theorists during 1900-1925, in particular Huntington 1904, which precisely echoed the Italians' formulation. This has become today's version of the axiomatic method» [6].

Following Peano's lead, Pieri pursued deeply the use of direct motion as an undefined notion. His 1900 *Point and Motion* memoir was an axiomatization of a large part of elementary geometry, common to Euclidean and hyperbolic geometry, but independent of continuity considerations. He employed only two undefined notions, *point* and *direct motion*! The following definitions were central:

«– Three points are called *collinear* if they are fixed by some nontrivial motion.

– Points M, P are called *equidistant* from point O if some direct motion maps M to P but fixes O.

– A point is said to *lie midway between* two others if it is collinear with and equidistant from them.

– A point Q is said to *lie somewhere between* two points P, R if it lies midway between two points M, N such that M, P and N, P are equidistant from a point O midway between P, R» [7].

[6] Pieri 1900, *Prefazione*; Pieri [1900] 1901, §III; Padoa [1900] 1901, introduction; Huntington 1904, p. 288-290. See also Jané 2006, §6, and Scanlan 2003, §2.

[7] See Pieri 1900, P9§1, for the definition of collinearity; P28§1 and P7§3 for equidistance; P7§2 for midpoint; and P1,2,6§4 for betweenness (Figure 1 displays this ingenious definition).

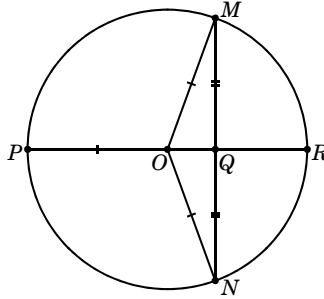



Figure 1: Pieri's 1900 definition of Q *lying somewhere between* P, R

5. *Pieri's* Point and Sphere *Memoir*

After a long struggle, Mario Pieri finally obtained appointment as university professor in 1900, at Catania[8]. There he completed his 1908 *Point and Sphere* memoir, a full axiomatization of Euclidean geometry based solely on the undefined notions *point* and *equidistance* of two points N,P from a third point O, written $ON = OP$. Already in 1900 (preface, 176) he had suggested that this was possible. Pieri used the following definitions (letters N-R may refer to points in figure 2):

«N is said to lie *on the sphere* P_O *through* P *about* O if $ON = OP$.

If $O \neq Q$, then P is called *collinear with* O,Q if P_O intersects P_Q only at P. (Pieri adapted this definition from Leibniz)[9].

Q is called a *reflection of* O *over* P if P is collinear with O,Q and $PO = PQ$.

Two spheres are called *congruent* if the points on one are related to those on the other by reflection over some single point.

[8] See Marchisotto, Smith 2007, chapter 1, for details of Pieri's life and career.

[9] Leibniz [1679] 1971, part IV, 185, 189.

Point pairs O,P and Q,R are called *congruent* if R lies on a sphere about Q congruent to P_O.

An *isometry* is a point transformation that preserves congruence of pairs.

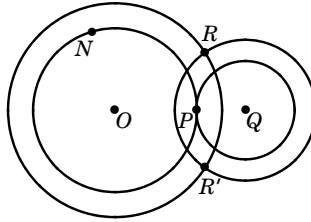
A *direct motion* is the composition of an isometry with itself » [10].

P is collinear with O,Q; R is not.

Figure 2: Pieri's 1908 definition of *collinearity*

Pieri then proceeded as in 1900. His axioms were frightfully complicated, but would now be called first-order, except for the continuity axioms. Moreover, he published all details of his proofs!

6. *Tarski's System of Geometry*

In 1926, starting on the path to become the world's top logician, Alfred Tarski was a university assistant and high-school teacher in Warsaw [11]. His research emphasized application of logical techniques to geometric problems. Studying axiomatic presentations of geometry, he adopted the

[10] See PIERI 1908, P4§1, for the definition of sphere; P11,21§1 for collinearity; P45§1 for reflection about a point and for congruence of spheres; P31§4 for congruence of point pairs; P1,36§4 for isometry; and P27§7 for direct motion (there it is called « congruence »). GRUSZCZIŃSKI and PIETRUSZCZAK 2007 is a clear and concise exposition of most of Pieri's 1908 definitions.

[11] For biographical information about Tarski, consult FEFERMAN S., FEFERMAN A. 2004.

refinements of the axiomatic method introduced by the Peano School. Tarski was also beginning to emphasize *first-order* logic, which avoids use of sets [12]. Tarski adapted the approach of Pieri's 1908 *Point and Sphere* memoir, which fit into that framework. Reporting a conversation with Tarski, Steven Givant wrote,

«Tarski was critical of Hilbert's axiom system... [and] preferred Pieri's system [1908], where the logical structure and the complexity of the axioms were more transparent».

Tarski developed and presented his own axiomatization in a 1926-1927 Warsaw University course. In such contexts he also followed Pieri's practice of full disclosure of all proofs; but those are so cumbersome that fifty years passed before they became available to the public [13].

Tarski's undefined notions were *point* and two relations, *congruence* of two point pairs and *betweenness* of a triple [14]. With these slightly more complex undefined notions, Tarski was able to greatly simplify Pieri's 1908 axioms. Tarski's axioms were two-dimensional but easily modifiable for use in three dimensions without loss of simplicity. As continuity axioms, he used all first-order instances of Pieri's second-order

[12] See JANÉ 2006, §10, and SCANLAN 2003, §2. TARSKI'S [1927] 1983 treatment of the geometry of «solid» point sets was based on Pieri 1908. Moreover, Tarski cited HUNTINGTON 1913, which reprised the description of hypothetical-deductive systems in HUNTINGTON 1904, mentioned earlier. PRESBURGER 1930, footnote 4, mentioned Tarski's use of first-order logic.

[13] GIVANT 1999, 50; HILBERT [1899] 1971. That Tarski's system is closest in spirit to Pieri's, or patterned after it, is maintained in TARSKI and GIVANT 1999, §3, and SZCZERBA 1986, 908. The present author's personal testament to Tarski's regard for Pieri is recorded in MARCHISOTTO and SMITH 2007, 357. It seems unknown whether Tarski consulted the original Pieri 1908 memoir or its Polish translation Pieri 1915, or even why that translation was published. Many of the proofs of Tarski's results were polished and published for the first time in his student H. N. GUPTA's huge 1965 dissertation.

[14] Oswald Veblen had based Euclidean geometry on these three notions in 1911.

axiom. All Tarski's axioms except those for continuity had ∀∃ form, with all universal quantifiers preceding all existential quantifiers at the beginning. Their total length was less than that of Pieri's single most complicated axiom [15]. Tarski proved that the models of his axioms are the structures isomorphic with coordinate planes over real-closed ordered fields [16].

Tarski's system was not broadly publicized until his [1957] 1959 summary; his proofs remained unpublished commercially until Schwabhäuser, Szmielew, and Tarski 1983. But the formulation of the system enabled much deeper research into provability, decidability, and definability in geometry.

7. *Nondefinability*

In 1904, Oswald Veblen proposed an alternative to Mario Pieri's 1908 *Point and Sphere* axiomatization that regarded only *point* and *betweenness* as undefined. His axioms were much simpler than Pieri's. Veblen followed Pasch 1882 in using a projective polar system to define Euclidean congruence, and hence equidistance. In 1907, however, Federigo Enriques noted that Veblen's polar system was not uniquely determined: it seemed also to be an undefined notion.

Settling that dispute required a precise definition of *definition* in Euclidean geometry. This was achieved by first adopting as standard some first-order axiom system, such as Alfred Tarski's. If v is a notion and Φ a family of notions defined in that system, then a first-order phrase involving only the notions in Φ should be called a *definition* of v in terms of

[15] The version of the Pasch axiom in PIERI 1908, P13§3, has form ∀∃∀∃. In 2008, Victor Pambuccian showed how to construct an axiom system equivalent to Pieri's, using just the single undefined ternary equidistance relation, in which all axioms except those for continuity have ∀∃ form.

[16] An ordered field F is called *Euclidean* if its nonnegative elements are all squares, and *real-closed* if it is Euclidean and every polynomial over F with odd degree has a root in F.

Φ if it provably characterizes v in the standard system [17]. In 1935, after considering definitions in general, Tarski noted that *betweenness* cannot serve as the sole undefined relation in a first-order axiomatization of Euclidean geometry with variables ranging over points. He suggested an argument using a technique introduced in 1900 by Alessandro Padoa, another leading member of the Peano School: any affine transformation that is not a similarity would preserve betweenness, and thus also any notion defined by a first-order phrase solely in terms of betweenness; but it would not preserve equidistance or congruence [18].

That same year, Adolf Lindenbaum and Tarski remarked [19] that Pieri's selection of ternary equidistance as the sole undefined relation was optimal: no family Φ, however large, of binary relations among points can serve as the family of all undefined relations. Those would have to be definable in the standard system, hence invariant under all similarities. But it is easy to show that if ρ is a binary relation among points, different from the empty, equality, inequality, and universal relations, then

$$(\exists P,Q)[\rho PP \,\&\, \neg\rho QQ]$$
$$\mathbf{v}\ (\exists P,Q,R,S)[P \neq Q \,\&\, R \neq S \,\&\, \rho PQ \,\&\, \neg\rho RS].$$

Since any pair P,Q of distinct points can be mapped to any other by some similarity, only those four exceptional binary relations are invariant under all similarities: Φ could contain only those four. They are in fact invariant under *all*

[17] Tarski sometimes admitted use of notions beyond first-order, but that does not affect the discussion in the present paper. In 1941 Rudolf Carnap summarized a verbal comment by Tarski: « The Warsaw logicians ... saw a system like PM (but with simple type theory) as the obvious system form. This restriction influenced strongly all the disciples; including Tarski until [about 1935] ». (Mancosu 2005, 335).

[18] Tarski [1935] 1983, 299-307; Padoa [1900] 1901, 322, or van Heijenoort 1967, 122.

[19] Lindenbaum and Tarski [1935] 1983, 388-389. They did not mention Pieri explicitly.

transformations, as are any relations defined solely from them. *Some* transformations, however, fail to preserve betweenness and equidistance. Thus neither of those can be defined solely in terms of relations in Φ.

Tarski's work has led to related studies, many reported in Schwabhäuser, Szmielew, and Tarski 1983: for example, what other ternary relations suffice as the sole undefined relation? More recently, Victor Pambuccian has investigated the effect of strengthening the underlying logic to permit conjunctions $\&_{m,n}\varphi_{m,n}$ of infinite families of open sentences $\varphi_{m,n}$ that depend on natural numbers m, n [20]. He discovered a startling fact in 1990-1991: with that logic, a single binary relation v can be used as the sole undefined relation! This relation vPQ holds for points P,Q just when the distance $PQ = 1$. Pambuccian considered for each m, n the auxiliary relation $v_{m,n}PQ$ that says $PQ = m/2^n$, which can be defined solely in terms of vPQ by a complicated first-order phrase that describes some familiar geometric constructions. He then proved that P,Q is congruent to another point pair R,S just when

$$\&_{m,n}\big[[\exists T\,[v_{m,n}PT \,\&\, v_{m,n}QT\,] \quad \exists U\,[v_{m,n}RU \,\&\, v_{m,n}SU\,]]$$
$$\&\; [\exists T\,[v_{m,n}RT \,\&\, v_{m,n}ST\,] \quad \exists U\,[v_{m,n}PU \,\&\, v_{m,n}QU\,]]\big].$$

The first implication fails for some m, n just when $PQ < RS$. (See figure 3.) The displayed open sentence is a definition, in the strengthened logical system, of congruence of point pairs. That yields a definition of Pieri's single undefined relation, ternary equidistance, solely in terms of v. Therefore, with the new logic, v can also serve as the single undefined relation. But the geometry is not new: the constructions that Pambuccian employed in 1990-1991 to define $v_{m,n}$ in terms of v had already been used by Pieri in 1908 to analyze the continuity of a line [21]!

[20] For information on logic with infinite conjunctions, consult KARP 1964.

[21] PIERI 1908, §1V, P18, and §VIII, P21ff. In 2001, Apoloniusz Tyszka improved Pambuccian's 1990-1991 result. Tyszka showed that point pairs

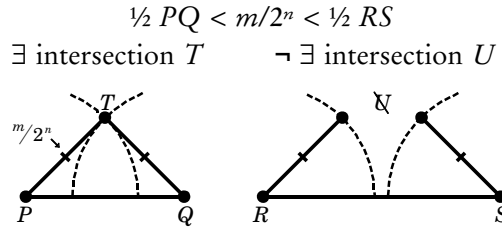



Figure 3: Pambuccian's 1990-1991 definition of $PQ < RS$

8. *Conclusion*

The pioneering work of Giuseppe Peano during 1889-1894 on the logic underlying geometry, and on the use of direct motion as a fundamental geometric idea, led to Pieri's detailed 1900 and 1908 axiomatizations of geometry. Pieri formalized his presentations as hypothetical-deductive systems, used minimal sets of undefined notions, relied on set theory only for continuity considerations, and published all the details of his proofs. During the 1920s Alfred Tarski adapted Pieri's approach to achieve a surprisingly efficient first-order axiomatization of Euclidean geometry, which has become standard. It allowed Tarski to formulate in the 1930s a theory of first-order definitions, with which he proved that Pieri's axiomatization was optimal. In the 1990s, Victor Pambuccian, using geometry that would have been familiar to Pieri, showed that some greater economy could be achieved, but only by strengthening the underlying logic. Research in this direction continues today.

P,Q and R,S are congruent just when a certain existential closure of a countably infinite conjunction holds, whose components are countably infinite disjunctions of finite conjunctions of formulas involving just variables, the relation symbol v, and the equality symbol. Such *positive existential* conditions have highly desirable logical properties.

REFERENCES

ENRIQUES, F. 1907, *Prinzipien der Geometrie*, in Meyer & Mohrmann 1907-1934, part 1, half 1, p. 1-129.

FEFERMAN, A. B., & SOLOMON FEFERMAN 2004, *Alfred Tarski: Life and Logic*, Cambridge, CUP.

GIVANT, S. R. 1999, *Unifying threads in Alfred Tarski's work*, Mathematical Intelligencer, 21, p. 47-58.

GRUSZCZYŃSKI, R. & PIETRUSZCZAK, A. 2007, *Pieri's structures*, Fundamenta Informaticae, 81, p. 139-154. (The title refers to structures satisfying the axioms in Pieri 1908).

GUPTA, H. N. 1965, *Contributions to the Axiomatic Foundations of Geometry*, PhD dissertation, Berkeley, University of California.

HENKIN, L., SUPPES, P. & TARSKI, A. (eds.) 1959, *The Axiomatic Method with Special Reference to Geometry and Physics: Proceedings of an International Symposium Held at the University of California, Berkeley, December 26, 1957 - January 4, 1958*, Amsterdam, North-Holland.

HILBERT, D. [1899] 1971, *Foundations of Geometry*, Second edition. Translated by Leo Unger from the tenth German edition. Revised and enlarged by Paul Bernays. La Salle, Illinois, Open Court.

HUNTINGTON, E. V. 1904, *Sets of independent postulates for the algebra of logic*, Transactions of the American Mathematical Society, 5, 1904, p. 288-309.

HUNTINGTON, E. V. 1913, *A set of postulates for abstract geometry, expressed in terms of the simple relation of inclusion*, Mathematische Annalen, 73, 1913, p. 522-559.

International Congress of Philosophy 1900-1903, *Bibliothèque du Congrès International de Philosophie*, Paris, 4 vol., Colin.

JACQUETTE, D. 1991, *Translation of and commentary on Presburger [1930] 1991*, History and Philosophy of Logic, 12, 1991, p. 225-233.

JANÉ, I. 2006, *What is Tarski's common concept of consequence?*, Bulletin of Symbolic Logic, 12, 2006, p. 1-42.

KARP, C. R. 1964, *Languages with Expressions of Infinite Length*, Amsterdam, North-Holland, 1964.

LEIBNIZ, G. W. [1679] 1971, *Characteristica geometrica*, in Leibniz [1849-1863] 1971, part 2, volume 1, p. 141-211.

LEIBNIZ, G. W. [1849–1863] 1971, *Leibnizens mathematische Schriften*, K. I. Gerhardt (ed.), Hildesheim, Olms, 1971.

LEJA, F., (ed.) 1930, *Comptes rendus du Premier Congrès des Mathématiciens des Pays Slaves, Warszawa 1929*, Warsaw, Ksi ica Atlas, 1930.

LINDENBAUM, A. & TARSKI A. [1935] 1983, *On the limitations of the means of expression of deductive theories*, in Tarski [1956] 1983, 384–392. Originally published as *Über die Beschränktheit der Ausdrucksmittel deduktiver Theorien*, in *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, 7, 1935, p. 15-22.

MANCOSU, P. 2005, *Harvard 1940-1941: Tarski, Carnap and Quine on a finitistic language of mathematics for science*, History and Philosophy of Logic, 26, 2005, p. 327-357.

MARCHISOTTO, E. A. & RODRIGUEZ-CONSUEGRA F. & SMITH J. T. 2007, *The Legacy of Mario Pieri in Geometry and Arithmetic*, Boston, Birkhäuser. Chapter 3 is a translation of Pieri 1908.

MARCHISOTTO, E. A. & RODRIGUEZ-CONSUEGRA F. & SMITH J. T. 2010 (to appear), *Mario Pieri on the Foundations and Philosophy of Mathematics*, Boston, Birkhäuser. This will contain translations of Pieri 1898, 1900, and [1900] 1901.

MEYER, F. & MOHRMANN H. (eds), 1907-1934, *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*, vol. 3, *Geometrie*, Leipzig, Teubner.

PADOA, A. [1900] 1901, *Essai d'une théorie algébrique des nombres entiers, précédé d'une introduction logique à une théorie déductive quelconque*, International Congress of Philosophy 1900-1903, vol. 3, p. 309-365. The « Logical introduction to any deductive theory » is translated in VAN HEIJENOORT 1967, p. 118-123.

PAMBUCCIAN, V. 1990-1991, *Unit distance as single binary predicate for plane Euclidean geometry*, Zeszyty Naukowe-Geometria, 18, p. 5-8, 19, p. 87.

PAMBUCCIAN, V. 2008, *Universal-existential axiom systems for geometries expressed with Pieri's isosceles triangle as single primitive notion*, Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università e del Politecnico di Torino, 67, 2009, pp. 327-339.

PASCH, M. 1882, *Vorlesungen über neuere Geometrie*, Leipzig, Teubner.

PEANO, G. 1889d, *I principii di geometria logicamente esposti*, Torino, Bocca. Repr. in Peano 1957-59, vol. 2, p. 56-91.

PEANO, G. 1891a, *Sopra alcune curve singolari*, Atti R. Accademia delle Scienze di Torino, 26, 1891), p. 299-302. Repr. in Peano 1957-59, vol. 1, p. 201-203. Transl. as *On some singular curves*, in PEANO 1973, p. 150-152.

PEANO, G. 1894, *Sui fondamenti della Geometria*, RdM, 4, p. 51-90. Repr. in Peano 1957-59, vol. 3, p. 115-157.

PEANO, G. 1957-1959, *Opere scelte*, 3 vol., Roma, Cremonese.

PEANO, G. 1973, *Selected works of Giuseppe Peano*, Translated and edited by H. C. Kennedy, Toronto, University of Toronto Press.

PIERI, M. (editor and translator) 1889, *Geometria di posizione*, by G. K. C. von Staudt. Preceded by a study of the life and works of Staudt by C. Segre, Torino, Bocca.

PIERI, M. 1898, *I principii della geometria di posizione composti in sistema logico deduttivo*, Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 48, p. 1-62. Repr. in Pieri 1980, p. 101-162.

PIERI, M. 1900, *Della geometria elementare come sistema ipotetico deduttivo: Monografia del punto e del moto*, Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino (2), 49, p. 173-222. Repr. in PIERI 1980, p. 183-234.

PIERI, M. [1900] 1901, *Sur la géométrie envisagée comme un système purement logique*, International Congress of Philosophy 1900, vol. 3, 1901, p. 367-404. Repr. in PIERI 1980, p. 235-272.

PIERI, M. 1908, *La geometria elementare istituita sulle nozioni di « punto » e « sfera »*, Memorie di matematica e di fisica della Società Italiana delle Scienze, 15, p. 345-450. Repr. in PIERI 1980, p. 455-560.

PIERI, M. 1915, *Gieometrja elementarna oparta na poj ciach « punktu » i « kuli »*, Bibljoteka Wektora A3. Translation of PIERI 1908 by S. Kwietniewski, Warsaw, Skład Głowny w Księgarni Gebethnera i Wolffa.

PIERI, M. 1980, *Opere sui fondamenti della matematica*, Edited by the Unione Matematica Italiana, Bologna, Cremonese.

PRESBURGER, M. [1930] 1991, *On the completeness of a certain system of arithmetic of whole numbers in which addition occurs as the only operation*, in Jacquette 1991. Originally published as « Über die Vollständigkeit eines gewissen Systems der Arithmetik ganzer Zahlen, in welchem die Addition als einzige Operation hervortritt », in LEJA 1930, p. 92-101, 395.

PEANO, G. 2002, *L'opera omnia di Giuseppe Peano*, edited by C. S. Roero, Dipartimento di Matematica, Università di Torino, CD-ROM.

ROERO, C. S. (ed.) 2003, *Le riviste di Giuseppe Peano*, Dipartimento di Matematica, Università di Torino, CD-ROM.

SCANLAN, M. 2003, *American postulate theorists and Alfred Tarski*, History and Philosophy of Logic, 24, 2003, p. 307-325.

SCHWABHÄUSER, W., SZMIELEW W. & TARSKI A. 1983, *Metamathematische Methoden in der Geometrie*, Berlin, Springer-Verlag.

STAUDT, G. K. C. VON. 1847, *Geometrie der Lage*, Nuremberg, Fr. Korn'schen, PIERI 1889 is an annotated translation of this work.

SZCZERBA, L. W. 1986, *Tarski and geometry*, Journal of Symbolic Logic, 51, 1986, p. 907-912.

TARSKI, A. [1927] 1983, *Foundations of the geometry of solids*, in TARSKI [1956] 1983, p. 24-29. Originally published as « Les fondements de la géométrie des corps », *Księga Pamiątkowa Pierwszego Polskiego Zjazdu Matematycznego* (Supplement to *Annales de la Société Polonaise de Mathématique*), Krakow, J. Filipowskie, 1929, p. 29-33; repr. in TARSKI 1986, vol. 1, p. 225-232. The paper is a summary of an address to a 1927 mathematical congress in Lwów.

TARSKI, A. [1935] 1983, *Some methodological investigations on the definability of concepts*, in TARSKI [1956] 1983, p. 296-319. Originally published as « Einige methodologischen Untersuchungen über die Definierbarkeit der Begriffe », Erkenntnis, 5, p. 80-100. The original paper is reprinted in TARSKI 1986, vol. 1, p. 637-659.

TARSKI, A. [1956] 1983, *Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923 to 1938*, Transl. by J. H. Woodger, 2n ed., edited with introduction and analytical index by J. Corcoran. Indianapolis. Hackett P.C.

TARSKI, A. [1957] 1959, *What is elementary geometry?*, in HENKIN, SUPPES & TARSKI [1957] 1959, p. 16-29. Repr. in Tarski 1986, vol. 4, p. 17-32.

TARSKI, A. 1986, *Collected Papers*, Edited by S. R. Givant and R. McKenzie, 4 vol., Basel, Birkhäuser.

TARSKI, A. & GIVANT S. R. 1999, *Tarski's system of geometry*, Bulletin of Symbolic Logic, 5, 199, p. 175-214.

TYSZKA, A. 2001, *Discrete versions of the Beckman-Quarles theorem from the definability results of R. M. Robinson*, Algebra, Geometry & Their Applications: Seminar Proceedings, 1, p. 88-90. This journal was published briefly in Armenia. The paper is online at http:// arxiv.org as item arXiv:math/0102023. The Beckman-Quarles theorem states that any mapping from R^n to itself that preserves unit distances is an isometry.

VAN HEIJENOORT, J. VAN. 1967, *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*, Cambridge, Mass., Harvard University Press.

VEBLEN, O. 1904, *A system of axioms for geometry*, Transactions of the American Mathematical Society, 5, 1904, p. 343-384.

VEBLEN, O. 1911, *The foundations of geometry*, in J. W. A. YOUNG 1911, p. 3-54.

YOUNG, J. W. A. (ed.) 1911, *Monographs on Topics of Modern Mathematics Relevant to the Elementary Field*, London, Longmans, Green. Repr. in 1955 by Dover Publ. Inc. with an introduction by M. Kline.

Emma Sallent Del Colombo *

Il dibattito sull'unificazione delle notazioni vettoriali. Il contributo di Cesare Burali-Forti e Roberto Marcolongo [1]

1. *Introduzione*

In questo lavoro analizziamo la collaborazione tra Cesare Burali-Forti (1861-1931) e Roberto Marcolongo (1862-1943) riguardante il dibattito sulle notazioni vettoriali, in relazione alla preparazione del IV Congresso Internazionale dei Matematici di Roma (1908) e al posteriore dibattito sulle pagine della rivista *L'Enseignement Mathématique* (1908-1912). Prenderemo in considerazione alcuni riferimenti a Giuseppe Peano (1858-1932) in relazione con la polemica – che vide la partecipazione di matematici a livello mondiale – nella quale Burali-Forti e Marcolongo giocarono un ruolo di primo ordine, tan-

* *Un sentito ringraziamento va alla prof. Clara Silvia Roero, senza la quale né questa né altre mie ricerche avrebbero mai visto la luce. Vorrei ringraziare anche il prof. Giorgio Israel che ha reso possibile il mio accesso al Fondo Marcolongo e in modo particolare il personale della Biblioteca del Dipartimento di Matematica « G. Castelnuovo », Università di Roma, La Sapienza per la gentile accoglienza e disponibilità.*

[1] Ricerca parzialmente svolta nell'ambito del progetto: HUM2007-62222 del Ministerio de Educación y Ciencia.

to per il rigore e la profondità delle proposte, quanto per l'impegno di chiarezza e lo sforzo teso ad ottenere un'effettiva unificazione delle notazioni.

Cesare Burali-Forti nato ad Arezzo nel 1861, si laureò in matematica a Pisa nel 1884 e dopo aver insegnato per qualche anno nella scuola tecnica di Augusta in Sicilia, nel 1887 entrò nel corpo docente dell'Accademia Militare di Torino dove Giuseppe Peano teneva l'insegnamento di Analisi Matematica fino al 1901. Anche Mario Pieri (1860-1913) fu assunto come professore lo stesso anno e restò all'Accademia fino al 1900. Burali-Forti svolse nel 1893-94 alcune lezioni non ufficiali di Logica matematica e fu assistente di Peano dal 1894 al 1896. Nel 1897 pubblicò un'antinomia alla teoria dei numeri transfiniti di Cantor. Partecipò anche attivamente al progetto del *Formulario Mathematico.* Morì a Torino nel 1931.

Roberto Marcolongo nato a Roma nel 1862, nel 1886 si laureò in matematica a Roma, dove rimase come assistente di Valentino Cerruti fino al 1895, anno in cui divenne professore di Meccanica razionale all'Università di Messina da dove, nel 1908, passò a quella di Napoli, dove rimase sino al collocamento a riposo nel 1935. Morì a Roma nel 1943.

Burali-Forti e Marcolongo erano soprannominati il « binomio vettoriale », difatti la loro fu una collaborazione di una vita che li vide impegnati nei lavori sul calcolo vettoriale e le omografie vettoriali. Marcolongo ricorda gli esordi della collaborazione partiti dall'interesse per lo studio e l'utilizzazione delle notazioni peaniane:

« Nei primi anni del mio insegnamento di Meccanica e di Fisicamatematica nella Università di Messina io mi era subito valso dei metodi vettoriali e del così detto sistema minimo, adottando le notazioni di Peano. Una questioncella provocò un primo e vivace scambio di lettere; ma pur attraverso inevitabili divergenze, dovute all'indole dei nostri studi, delle nostre così diverse attitudini e fin dei nostri caratteri, poiché insieme convenivamo di dover trattare i vettori in modo autonomo, i vettori coi vettori, indipendentemente da ogni sistema di coordinate, fui io il primo a proporre una collaborazione subito accolta con entusiasmo e con fraterna amicizia. Ne risultarono i lavori sulla

unificazione delle notazioni vettoriali, con esame ampio, critico e storico di tutte le notazioni proposte per il sistema minimo e poi il libro degli Elementi di calcolo vettoriale, subito tradotto in francese » [2].

Una decina di anni più tardi, in occasione della pubblicazione da parte di Burali-Forti, in collaborazione con Tommaso Boggio (1877-1963), professore dell'Università di Torino, del volume *Espaces Courbes. Critique de la Relativité* (1924) [3], Marcolongo – autore del primo testo di *Relatività speciale e generale* in italiano (1921) –, non se la sentirà di appoggiare i colleghi nell'impresa di riscrittura del Calcolo differenziale assoluto con il formalismo delle Omografie vettoriali generalizzate [4]. Il polemico volume subirà forti critiche e la decisa opposizione di alcuni membri dell'Ateneo torinese, come testimonia il seguente estratto di una lettera di Guido Fubini (1879-1943) a R. Marcolongo:

« ... ha letto la meravigliosa prefazione di B. e B.?? Ora ivi si dice il falso: anzitutto Fabry chiude il suo articolo ritenendo *très probable* l'esistenza dello spostamento Einsteniano delle righe dello spettro. E poi l'effetto Einsteniano sulla funzione perturbatrice per ciò che riguarda il perielio di Mercurio è evidentemente a priori trascurabile. Varrebbe la pena, per la dignità e la sincerità della scienza italiana, scrivere poche righe in risposta. Segre, per ragioni torinesi, trova che è meglio che io stia zitto. D'altra parte sarebbe meglio che la risposta venisse da un competente che goda larga fama e rinomanza. Ecco perché mi permetto di sottoporle l'idea se non sarebbe il caso che Ella rispondesse in qualche modo. Le pare? » [5].

[2] R. MARCOLONGO, *Necrologio di Cesare Burali-Forti*, Bollettino UMI, 10, 1931, pp. 181-185.

[3] C. BURALI-FORTI, T. BOGGIO *Espaces Courbes. Critique de la Relativité*, Torino, STEN, 1924.

[4] Per ulteriore approfondimenti sull'argomento cfr. E. SALLENT DEL COLOMBO, *Cesare Burali-Forti. Contributi alla Fisica-matematica del primo quarto del XX secolo*, Tesi di dottorato, Relatori: J.M. Parra & E.A. Giannetto, Universitat de Barcelona, 29.06.2007.

[5] G. Fubini a R. Marcolongo, 4.5.1924, BDM Roma, Fondo Marcolongo.

Questi fatti però si svolgeranno, come abbiamo detto, anni dopo il momento che ci interessa e comunque non segneranno una crisi definitiva nella collaborazione dei due colleghi che continueranno a lavorare insieme per esempio nella seconda edizione del loro volume sulle trasformazioni lineari [6].

Torniamo dunque al momento della preparazione del IV Congresso Internazionale dei Matematici del 1908 [7]. Cesare Burali-Forti accoglie con entusiasmo l'idea di lavorare per l'unificazione delle notazioni vettoriali e di portare avanti una proposta articolata dei vettorialisti italiani. Pubblica insieme a Roberto Marcolongo fra il 1907 e il 1908 cinque note sui *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo.* Le note sono una vera e propria dichiarazione programmatica degli obiettivi degli autori, che enunciano anche quali sono i criteri sui quali si sono basati per arrivare a quella determinata scelta di notazioni. In realtà la presentazione degli autori si spinge più in là di una semplice proposta formale: viene indicato come punto di partenza il cosiddetto 'sistema minimo', che andrà però completato, a seconda di quanto richiederanno le applicazioni, con le omografie vettoriali e con il sistema di H. Grassmann. Gli autori riproporranno lo schema delle loro notazioni sulle pagine della rivista *L'Enseignement Mathématique.* La pubblicazione di questa proposta darà luogo ad un dibattito che si protrarrà fino al 1912, data del V Congresso Internazionale dei matematici che si terrà a Cambridge, che non vedrà però la definitiva scelta delle notazioni da usare. Sulle pagine di *Isis* nel 1914 comparirà una nuova presentazione delle notazioni proposte da Burali-Forti e Marcolongo, preceduta da un'introduzione del curatore della rivista George Sarton, nella quale egli

[6] Cfr. C. Burali-Forti, R. Marcolongo *Analisi vettoriale generale e applicazioni. Vol I: Trasformazioni lineari*, 2 ed., Bologna, Zanichelli, 1929.

[7] Per uno studio approfondito sull'organizzazione e sviluppo del IV Congresso Internazionale dei Matematici cfr. A. Guerraggio, P. Nastasi *Roma 1908: il Congresso internazionale dei matematici*, Torino, Bollati Boringhieri, 2008.

auspica che la proposta trionfi e si giunga presto ad un'unificazione di notazioni [8].

2. *Origine della proposta dei vettorialisti italiani*

Intorno al 1906 si discute sull'opportunità di trovare un accordo fra le diverse notazioni utilizzate per il calcolo vettoriale. Si sta preparando il IV Congresso Internazionale dei Matematici di Roma del 1908.

Guido Castelnuovo scrive a Tullio Levi-Civita il 30 gennaio 1906 che Paul Appell nella sua lettera di adesione al Comitato per quel Congresso, aveva rilevato l'opportunità di inserire fra le questioni da sottoporre all'approvazione generale quella della « nomenclatura relativa ai campi di vettori ». Questa proposta fu portata avanti dallo stesso Levi-Civita.

Castelnuovo propone, a tale scopo, la costituzione di un Comitato, il cui nucleo sarebbe costituito da Appell e Levi-Civita, « per studiare le varie questioni e sottoporre in blocco le proposte in una seduta plenaria del congresso ».

Levi-Civita scrive ad Appell il 1º febbraio 1906:

« vous avez esprimé le voeux que le futur congrès puisse abutir à unifier les conventions et les notations de plusiers théories où regnent maintenant une arbitrarieté et une confusion gêantes » [9].

L'idea, partita da Levi-Civita, come Burali-Forti scrive a G. Vailati, chiedendone anche l'adesione, « per portare al futuro congresso l'opera collettiva dei vettorialisti italiani » [10], fu accolta da Burali-Forti con entusiasmo come egli stesso scrive a Levi-Civita:

[8] Cfr. C. Burali-Forti, R. Marcolongo *Analyse vectorielle générale*, Isis, 5, Tome II, Fasc. 1, 1914, pp. 174-182.

[9] T. Levi-Civita a P. Appell, 1.2.1906, Acc. Naz. Lincei, Fondo Levi-Civita.

[10] C. Burali-Forti a T. Levi-Civita, 1.3.1907, Acc. Naz. Lincei, Fondo Levi-Civita.

« La Sua idea di far cessare al più presto l'anarchia nelle notazioni vettoriali, mi era già stata indicata poco tempo fa dal Prof. Marcolongo, col quale stiamo ora combinando un lavoro preparatorio, atto a condurre ad una proposta *concreta* e *giustificata* sotto l'aspetto scientifico e logico da presentarsi al Congresso di Roma » [11].

Burali-Forti e Marcolongo si propongono di pubblicare un primo lavoro che possa servire di base a osservazioni e proposte da parte di tutti quelli che si occupano di calcolo vettoriale, raccogliendo poi il materiale e discutendo delle proposte in una riunione da tenersi prima del congresso. Ottimisticamente egli aggiunge che:

« Avendo cura di far pervenire ai congressisti le stampe almeno un mese prima del Congresso, è facile che nelle sedute si possa venire ad un accordo e rendere fatto compiuto l'unificazione dei simboli e la cessazione dell'anarchia » [12].

Anche Volterra si mostra favorevole a questa iniziativa:

« La Sua idea e del Burali di pubblicare nei Rendiconti del Circolo di Palermo, articoli relativi alla unificazione dei simboli e dei termini usati nel calcolo vettoriale mi sembra molto opportuna, e tanto più opportuna in quanto la questione stessa verrà portata innanzi al Congresso Internazionale. Se si desidera giungere ad una conclusione pratica e definitiva conviene che la questione giunga matura al Congresso e quindi i Loro articoli ed altri che potessero seguirli saranno utilissimi per preparare gli animi ad un accordo in questo campo. Sarà bene che anche i fisici s'interessino della questione ed al prossimo congresso di Parma si potrà pure aprire una discussione in proposito. A quell'ora mi auguro che i Loro articoli saranno già pubblicati » [13].

Burali-Forti propone come organo per la pubblicazione dei lavori la rivista *Rendiconti del Circolo Matematico di Pa-*

[11] *Ibidem.*
[12] *Ibidem.*
[13] V. Volterra a R. Marcolongo, 13.3.1907, BDM Roma, Fondo Marcolongo.

lermo, offrendo di fare lui stesso il lavoro preparatorio relativo all'analisi dei simboli e al confronto delle varie notazioni.

Egli propone un piano generale che prevede:

- gli enti geometrici che concorrono a formare gli enti vettoriali;
- la definizione di vettore;
- la distinzione formale e effettiva tra operazioni e funzioni vettoriali;
- gli enti vettoriali ottenuti con operazioni e funzioni, avuto riguardo all'uso reale in geometria e in meccanica;
- gli enti geometrici non assolutamente necessari in meccanica, ma che contengono, come casi particolari quelli meccanici;
- le omografie vettoriali e derivate (soggette alle leggi dell'ordinario calcolo differenziale, e specialmente alla notazione universale di Leibniz) degli enti vettoriali funzione di un punto;
- e infine il confronto delle notazioni ordinarie, dei loro pregi e dei loro difetti.

Il 20 marzo 1907 Burali-Forti comunica a Levi-Civita di aver spedito a Marcolongo il primo articolo, descrivendone in breve il contenuto:

> « Poche parole per dimostrare la necessità di avere un calcolo vettoriale unico ed universale come quello dell'algebra e dell'analisi. Altre poche parole per affermare la necessità di ricavare dal confronto delle varie notazioni il sistema più opportuno, e la necessità da parte di tutti, di rinunziare ai criteri personali che hanno condotto all'attuale anarchia » [14].

La proposta si basa sui due seguenti criteri fondamentali:

1) le notazioni (almeno le fondamentali) non devono essere in contraddizione con quelle (pure fondamentali) di Möbius, Hamilton, Grassmann, perché, anche avuto riguardo al sistema

[14] C. Burali-Forti a T. Levi-Civita, 20.3.1907, Acc. Naz. Lincei, Fondo Levi-Civita.

vettoriale minimo occorrente in pratica, non pare lecito ipotecare il passato e l'avvenire delle grandi opere di quei grandi;

2) l'algoritmo vettoriale deve essere stabilito in modo da discostarsi il meno possibile da quello universalmente noto dell'algebra, perché rispettando le leggi di permanenza e di economia si facilita grandemente la diffusione del calcolo vettoriale.

Secondo Burali-Forti un sistema soddisfacente a tali criteri:

> « ha già in sé quanto basta per aspirare alla vitalità; i criteri che sorgeranno spontanei dal confronto delle varie notazioni gli daranno quanto basta per poter pretendere alla vitalità; la vita dovrà riceverla dalla morte dei criteri personali, [...] poiché noi cominciamo con l'uccidere i nostri speriamo che gli altri vogliano imitarci » [15].

L'articolo si dovrà chiudere con un caldo appello ai colleghi di contribuire alla definizione della questione con pareri, consigli e materiale bibliografico. Burali-Forti spera che queste risposte collettive e non individuali « basate solamente sui fatti reali », condurranno il Comitato organizzatore del congresso alla diffusione e all'accettazione della proposta.

Giovanni Battista Guccia [16], editore dei *Rendiconti*, mette a disposizione di Burali-Forti e Marcolongo la sua prestigiosa rivista, pubblicando, fra 1907 e il 1908, ben cinque note per l'unificazione delle notazioni vettoriali.

Nei primi articoli i due matematici si occupano del sistema vettoriale, detto sistema minimo, che fa uso degli enti: numero, punto e vettore. Esaminano le operazioni vettoriali, ed espongono come da questo sistema si possa dedurre l'intero calcolo dei quaternioni di Hamilton. Mostrano poi alcune applicazioni del sistema minimo a ben noti problemi della Geometria differenziale, come le superfici rigate, altri tratti dalla Meccanica, come la cinematica del corpo rigido o desunti dalla Fisica-ma-

[15] *Ibidem.*

[16] Cfr. A. Brigaglia, G. Masotto, *Il Circolo Matematico di Palermo*, Bari, Dedalo, 1982.

tematica come i corpi isotropi in equilibrio. Nell'ultima nota gli autori indicano le limitazioni del sistema minimo, sottolineando come per alcune questioni « usuali in geometria, meno comuni per la meccanica e la fisica », sia opportuno usare un calcolo più potente, con l'introduzione quindi delle « formazioni geometriche », di Grassmann-Peano [17]. Nel carteggio con Vailati si possono cogliere tutte le sfumature del dibattito: dopo una partenza piena di ottimismo, Burali-Forti esprime le sue preoccupazioni sull'esito della proposta avanzata:

« La questione si avvia bene. Sono anche in corrispondenza con Levi-Civita. Quando vi siano cose concrete ti scriverò ché conto sul tuo aiuto » [18].
« Grazie dell'augurio vettoriale, ma purtroppo le nostre conclusioni sono contrarie all'enciclopedia tedesca, e il congresso ci darà torto » [19].
« Mi pare che accolgano poco favorevolmente la constatazione delle bestialità propalate ai quattro venti dall'Enciclopedia Tedesca. Quand'è che ci decideremo di rendere ai tedeschi le loro bastonate? » [20].

È Marcolongo a presentare al Congresso dei matematici, tenutosi a Roma dal 6 all'11 aprile 1908, le loro proposte con il titolo *Per l'unificazione delle notazioni vettoriali.*

Dagli Atti del IV Congresso internazionale dei matematici di Roma, risulta che dopo questa esposizione nella Sezione III-A, dedicata alla Meccanica, e presieduta da J. Hadamard, si tenne una discussione alla quale parteciparono lo stesso Hadamard, G. Peano, V. Volterra, G. Maggi, L. Levy, J. Molk e R. W. Genese. Al termine, Hadamard dopo aver ringraziato Mar-

[17] C. Burali-Forti, R. Marcolongo, *Per l'unificazione delle notazioni vettoriali*, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 23, 1907, pp. 324-328; 24, 1907, pp. 65-80; pp. 318-332; 25, 1908, pp. 352-375; 26, 1908, pp. 369-377.

[18] Cfr. C. Burali-Forti a G. Vailati, 7.3.1907, Appendice 2.11 in E. Sallent Del Colombo, *Cesare Burali-Forti. Contributi alla Fisica-matematica del primo quarto del XX secolo*, Tesi 2007 cit.

[19] C. Burali-Forti a G. Vailati, 1.8.1907, Tesi 2007 cit.

[20] C. Burali-Forti a G. Vailati, 5.9.1907, Tesi 2007 cit.

colongo per l'opera da lui prestata in argomento, comunicò la decisione generale di presentare al Congresso, la mozione affinché fosse nominata una Commissione internazionale per l'unificazione delle notazioni vettoriali che doveva riunirsi per stabilire il manifesto da presentare per la decisione definitiva al Congresso successivo che si sarebbe tenuto a Cambridge nel 1912. Nella sessione plenaria dell'11 aprile 1908 questa proposta di commissione venne approvata all'unanimità con vivi applausi.

Conclusosi il Congresso G. Castelnuovo ricorda a R. Marcolongo la proposta di nominare una commissione per lavorare all'unificazione delle notazioni e ne discute con lui l'eventuale composizione:

« Ricorderai che, in una seduta del Congresso, Hadamard ha fatto la proposta perché sia nominata una Commissione incaricata di unificare la notazione vettoriale. Il Comitato organizzatore del Congresso (parlo in terza persona per maggiore dignità) si occupa ora di costituire questa Commissione. Mi pare che due Commissari siano sufficienti per ciascuna delle quattro nazioni che hanno dato maggior contributo al Congresso (Italia, Francia, Germania, Inghilterra). Per la Francia uno dei delegati è già indicato: Hadamard. L'altro, seguendo il consiglio di quest'ultimo, sarà Langevin, cui non ho ancora scritto. Per la Germania ho scritto ad Abraham, il quale ha accettato e mi ha suggerito, come secondo Prandtl professore all'Università di Gottinga, che si è occupato di questioni analoghe in passato. [...] Per l'Inghilterra Darwin mi suggerisce i nomi di Sir. R. Ball e Whitehead, cui scriverò. Per l'Italia avevo già da un pezzo in pectore la delegazione: te e Levi-Civita. Quest'ultimo però, cui ho dovuto scrivere in questi giorni per altre questioni, ed a cui ho fatto parola delle mie intenzioni, mentre approva il tuo nome, mi dice di non poter accettare per conto proprio, sia perché non si riconosce attitudini commissariali, sia perché crede opportuno che nella Commissione vi sia un rappresentante di altre tendenze, mentre egli è entrato pienamente nel vostro ordine di idee. Perciò il Levi-Civita mi consiglia di aggregare a te un elettrotecnico, e mi suggerisce i nomi di Grassi o Lori. Che ne pensi? Attendo il tuo parere in proposito prima di fare altri passi. Ben inteso conto sulla tua accettazione,

giacché tu in quella Commissione non puoi mancare. È ben chiaro che se escludiamo te, avremo una delegazione ben degna delle critiche che tu a torto dirigi a te stesso. Bada bene che per me la questione essenziale è che tu entri nella Commissione; quanto al secondo rappresentante non ho preferenze e lascio a te l'incarico di sceglierlo. Solo ti faccio notare (e lo avrai visto tu pure) che l'aggregare a te Burali-Forti (pur competente in materia) sarebbe inopportuno, dovendo tutte le tendenze esser rappresentate nella Commissione. Confido di non aver fatto appello invano al tuo interesse per l'argomento e per la posizione che l'Italia deve prendere in ogni questione scientifica che si agiti nel mondo. Guardiamoci di dare all'estero la sensazione della nostra impotenza! Attendo dunque una tua risposta di accettazione, lasciandoti carta bianca per il secondo Commissario » [21].

Castelnuovo comunica a Marcolongo di essere addirittura sul punto di dimettersi dall'incarico se lui non accetterà far parte della Commissione:

« Mi dispiace molto quel che mi scrivi, e mi mette in un vero imbarazzo. Se tu, che sei la persona più competente in materia, rinunzi ad entrare nella Commissione, io mi disinteresso completamente della faccenda, e scrivo all'Hadamard che, non essendosi potuta costituire la delegazione italiana, declino l'incarico di nominare quella Commissione. Ma facciamo allora una ben magra figura. Vorrei perciò ancora una volta invocare la tua amicizia, e diciamo pure il tuo patriottismo, perché tu non insista nel tuo proposito » [22].

Sappiamo da una breve notizia pubblicata nel *Bulletin of the American Mathematical Society* quale fu la composizione finale della Commissione:

« In accordance with the resolution adopted by the fourth international congress of mathematicians, the president of the congress has

[21] G. Castelnuovo a R. Marcolongo, 25.1.1909, BDM Roma, Fondo Marcolongo.
[22] G. Castelnuovo a R. Marcolongo, 15.2.1909, BDM Roma, Fondo Marcolongo.

appointed the following committee on the unification of the vectorial notation : Professors Abraham, Ball, Hadamard, Langevin, Lori, Marcolongo, Prandtl, Stekeloff, Whitehead, E. B. Wilson » [23].

Dal 1908 si succederanno nelle pagine de *L'Enseignement Mathématique* una serie di contributi rivolti a chiarire la questione delle notazioni vettoriale, partendo dalle proposte di Burali-Forti e Marcolongo, cui parteciperanno, come vedremo, G. C. Combebiac, H. E. Timerding, F. Klein, E. B. Wilson, G. Peano, E. Carvallo, E. Jahnke, C. G. Knott, A. Macfarlane.

3. *Schema della proposta*

La proposta iniziale di Burali-Forti e Marcolongo apparsa sui *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* e ristampata in forma di schema che riproduciamo nelle pagine de *L'Enseignement Mathématique* [24] è preceduta da una nota della redazione che apre ed invita al dibattito:

« Ce tableau est extrait de l'étude très documentée que MM. Burali-Forti e Marcolongo ont consacré a l'unification des notations vectorielles dans les *Rendiconti di Palermo* (1907-08). A la suite d'une communication qui a été faite sur ce sujet au IV^{e} Congrès international des mathématiciens qui a eu lieu à Rome, en avril 1908, un Commission internationale a été chargé de l'étude de cette question. Au moment au le Calcul vectoriel se répand de plus en plus dans les sciences appliquées, la nécessité de posséder une notation uniforme, tout au moins pour les opérations, devient très urgent. Il faut espérer qu'un résultat définitif pourra être obtenu d'un commun accord entre les représentants des différentes écoles d'ici au prochain Congrès (Cambridge 1912).

[23] *Bulletin of the American Mathematical Society*, 16, 4, 1910, pp. 217-219.

[24] Cfr. C. Burali-Forti, R. Marcolongo, *Notations rationelles pour le système vectoriel minimum*, L'Enseignement Mathématique, 11, 1909, pp. 41-45.

Nous engageons tous ceux qui s'intéressent au développement des méthodes si fécondes du Calcul vectoriel à examiner les notations proposées tant au point de vue de leur emploi dans les manuels et les mémoires qu'à celui de l'enseignement oral.
Il est désirable que la discussion soit large et aussi complète que possible et que l'on entend toutes les personnes compétentes appartenant aux différentes écoles ou représentant les diverses branches qui font emploi de l'l'Analyse Vectorielle. *L'Enseignement Mathématique* est à leur disposition. Nous publierons les observations qu'ils jugeront utiles de nous adresser, ou tout au moins des extraits, dans la rubrique *Mélanges et correspondances.*

Burali-Forti e Marcolongo accompagnano le loro proposte con i nomi degli autori che per primi hanno fatto uso delle diverse notazioni e le affiancano alle notazioni da escludere e alle principali ragioni dell'esclusione [25].

Essi indicano con A, B i punti, con **a**, **b** i vettori, con *m*, *n*, *f* numeri reali, con *u* un numero reale e con **u** il vettore funzione di un punto, e presentano lo schema che segue.

[25] Abbiamo omesso alcune note contenenti puntualizzazioni degli autori.

	Notations proposées		Notations à exclure et principales raisons de l'exclusion	
Vecteur de A à B	B – A (B moins A)	Grassmann Hamilton Möbius	AB	Cette notation (qui indique un entité bien différente du vecteur B – A) a pour le produit alterné de Grassmann, des propriétés formales analogues à celles du produit algébrique, et doit être, par conséquent réservée pour les produit alterné. Si AB indique un vecteur on a un nouveau calcul qui n'a pas d'analogie avec le calcul algébrique.
		Bellavitis	$\overline{AB}$(AB)	Tous les défauts précédents; difficulté typographique du trait superposé; inutilité absolue du trait et des parenthèses.
Grandeur ou module de **a**	mod **a**	Argand Cauchy	|**a**|	mod est *symbole de fonction* qui suit toutes les lois algébriques communes, car on l'écrit tout du côté de la variable. Dans la notation |**a**| le symbole de fonction est || qui n'est pas du côté de la variable. Dans le calcul de Grassmann ce symbole produit de la confusion avec la notation ||.*index.* symbole de fonction qui prépose à un vecteur ou à un bivecteur produit un bivecteur ou un vecteur (axe-moment d'un *couple*).
Somme de A avec **a** Somme de **a** avec **b**	A + **a** **a** + **b**	{ Grassmann Hamilton		
Difference entre **a** et **b** Produit **a** par *m*	**a** – **b** *m***a** **a***m*	} adopté par tous		
Produit interne de **a** par **b**	**a** × **b** (**a** interne **b**)	Grassmann Resal Somoff	– S(**ab**)	Notation abrégée de Hamilton, dans laquelle **ab** est un quaternion, fonction vectorielle qui n'est point nécessaire dans le système vectoriel minimum. La notation complète est –S(I^{-1}**a**)(I^{-1}**b**).
			S(**ab**), S(**a**,**b**)	Elles sont des fonctions de deux variables, avec des propriétés formales plus compliquées que **a**×**b** qui a *toutes* les propriétés formelles algébriques.

			(**a . b**) (**a,b**) **a . b**	Fonction de deux variables. Le symbole de fonction ( ) est contraire aux lois universelles algébriques. Le point est en algèbre un séparateur: **a . b** est donc le même que **ab.** notation qui doit être réservé pour le bivecteur de GRASSMANN, pour lequel elle a les propriétés ordinaires formales algébriques.
Produit vectorielle de **a** par **b**	**a** ∧ **b** (**a** vecteur **b**)	(not. nouvelle)	V(**ab**) V(**ab**), V(**a,b**) [**a . b**], [**a,b**] **a** × **b** |(**ab**)	Notation abrégée de HAMILTON; complète V(I^{-1}**a**)(I^{-1}**b**). Les observations faites pour S. Fonctions de deux variables. Voir observations précédentes. Encore fonctions de deux variables le symbole de fonction étant [ ], contrairement aux lois algébriques les plus répandues. Dans les notations (**a,b**), [**a,b**] la *forme* des parenthèses doit *caractériser* les deux fonctions, tandis que dans l'algèbre la forme des parenthèses est *accidentelle*. (de GIBBS) Le symboleest de Grassmannn qui l'a employé dans une signification bien différente avec toutes les propriétés formelles algébriques. Dans le produit vectoriel il n'a pas la propriété commutative. Notation *importante* et *bien approprié* de GRASSMANN; mais (**ab**) est un *bivecteur* entité qui n'est pas nécessaire dans le système minimum [|(**ab**) axemoment du *couple* **ab**].
(dans un plan) **a** tourne d'un angle droit vecteur m**a** + in**a** **a** tourne de f radiants	i**a** (m + in)**a** { (cosφ+i sinφ)**a**$e^{i\varphi}$**a**	WESSEL HAMILTON BELLAVITIS	m + i**a** au lieu de (m + in)**a**	$m + in$ est un quaternion dont m est le scalaire et n est le vecteur. Il n'est pas possible d'identifier $m + in$ avec $(m + in)$a, car, dans un plan un *quaternion non droit* et un vecteur sont des entités à trois et à deux dimensions respectivement. En outre: **a** étant supprimé, on supprime l'*autonomie*; le produit de deux nombres complexes n'a point de rapport avec le produit quaternionnel et avec les opérations ×∧.

Gradient de *u*	grad *u*	MAXWELL RIEMANN-WEBER	∇u	Notation abrégée de HAMILTON (complète $I\nabla u$) dans laquelle ∇ (nabla) est symbole de fonction qui, placé devant un quaternion, produit un quaternion. La même signification a ∇ dans la notation qui donnent la *divergence* et la *rotation* du vecteur **u**. Le symbole ∇ que est bien approprié aux quaternions n'est pas applicable dans le système minimum.
Divergence de **u**	div **u**	CLIFFORD	$-S\nabla\mathbf{u}$ $\nabla\mathbf{u}$ $\lvert\nabla\mathbf{u}\rvert$ $\nabla \times \mathbf{u}$	Notation de HAMILTON: complète $-S\nabla I^{-1}\mathbf{u}$. Observations précédentes. Le symbole ∇ ne peut pas être celui de Hamilton. Il n'est point un symbole tachygraphique cartésien: il a une signification bien différente que dans la notation ∇u, bien que ∇u ne soit pas employé dans la signification hamiltonienne. Comme le précédent: la notation $\lvert\,\rvert$ est inutile. Le $\nabla.\mathbf{u}$ de GIBBS, dans lequel ∇ doit être *vecteur symbolique*; mais il n'a pas les propriétés des vecteurs par rapport à $\times$. Le symbole $\nabla\times$ est tachygraphique pour les coordonnes cartésiennes; il n'a pas d'importance, car il n'admet pas de puissances.
Rotation de **u**	rot **u**	LORENTZ FERRARIS	$V\nabla\mathbf{u}$ $\{\nabla\mathbf{u}\}$	Notation de HAMILTON: complète $V\nabla I^{-1}\mathbf{u}$. Observations précédentes. Le même que pour $\{\nabla\mathbf{u}\}$. Les fonctions de **u**, $\lvert\nabla\mathbf{u}\rvert$, $\{\nabla\mathbf{u}\}$ sont caractérisées par la *forme* des parenthèses: donc le symbole ∇ est inutile. Mais les parenthèses ne peuvent pas être symboles de fonctions et leur forme ne peut pas distinguer une fonction de l'autre. La notation $\nabla\times\mathbf{u}$ de Gibbs. Voir les observations faites pour la notation $\nabla.\mathbf{u}$.

Torino } Napoli } janvier 1908.	C. Burali-Forti R. Marcolongo	$\nabla \wedge \mathbf{u}$ Δu $\Delta_2 u$ $\Delta_2 \mathbf{u}$	[de Lamé] Il a la même signification que le mod grad. Dans le calcul vectoriel parait grad *u* et, en dépendance, son module. La forme symbolique cartésienne du symbole Δ_2 est $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ mais on a $\Delta_2 u$ = div grad *u* $\Delta_2 \mathbf{u}$ = grad div $\mathbf{u}$ – rot rot $\mathbf{u}$ et donc a des propriétés diverses selon qu'il est proposé à un nombre on a un vecteur. Or il n'est pas permis d'indiquer avec un même symbole deux fonctions qui différent non seulement par le champ d'application, mais aussi par leur propriétés. S'il est nécessaire d'employer les produits de trois parmi les fonctions div, grad, rot, on pourra poser Δ = div grad Δ' = grad div – rot rot ou bien écrire Δ_2 et Δ'_2 au lieu de Δ et Δ'.

4. *Il dibattito su* L'Enseignement Mathématique, *1908-1912*

Il dibattito vede intervenire, come abbiano detto, oltre a Burali-Forti e Marcolongo, G. C. Combebiac (Paris), H. E. Timerding (Strasburgo), F. Klein (Gottinga), E. B. Wilson (Boston), G. Peano (Torino), E. Carvallo (Parigi), E. Jahnke (Berlino), C. G. Knott (Edinburgo), A. Macfarlane (Chatham, Canada) [26].

Peano partecipa attivamente al dibattito. Ci offre una testimonianza della sua percezione della visione che dall'esterno si ha del lavoro di Burali-Forti e Marcolongo:

« Io da un paio d'anno ho messo da parte la matematica, tutto assorto nella Interlingua, problema che la maggioranza giudica impossibile, ma che io credo possibile, e molto simile a quello dell'unificazione delle notazioni vettoriali. Leggo ogni tanto le pregiate pubblica-

[26] Cfr. C. Burali-Forti, R. Marcolongo *Notations rationelles pour le système vectoriel minimum*, L'Enseignement Mathématique, 11, 1909, pp. 41-45; C. Burali-Forti, R. Marcolongo *Réponse a Combebiac*, L'Enseignement Mathématique, 11, 1909, p. 134; C. Burali-Forti, R. Marcolongo, *Réponse à Timerding et Wilson*, L'Enseignement Mathématique, 11, 1909, pp. 459-466; C. Burali-Forti, R. Marcolongo *Réponse à Carvallo, Cargill-Knott e Macfarlane*, L'Enseignement Mathématique, 12, 1910, pp. 46-54; C. Burali-Forti, R. Marcolongo *À propos d'un article de M. E. B. Wilson*, L'Enseignement Mathématique, 13, 1911, pp. 138-148; C. Burali-Forti *Sur les dyads et les dyadics de Gibbs*, L'Enseignement Mathématique, 14, 1912, pp. 276-282; G. C. Combebiac *À propos d'un article de M. Burali-Forti sur le calcul vectoriel*, L'Enseignement Mathématique, 11, 1909, p. 46; H. E. Timerding *Lettre de M. Timerding (Strasbourg)*, L'Enseignement Mathématique, 11, 1909, pp. 129-134; F. Klein *Opinion de M. F. Klein (Goetingue)*, L'Enseignement Mathématique, 11, 1909, p. 211; E. B. Wilson *Lettre de M. Edw. B. Wilson*, L'Enseignement Mathématique, 11 1909, pp. 211-216; G. Peano *Lettre de M. Peano (Turin)*, L'Enseignement Mathématique, 11, 1909, pp. 216-217; E. Carvallo *Opinion de M. Carvallo (Paris)*, L'Enseignement Mathématique, 11, 1909, p. 381; E. Jahnke, *Opinion de M. E. Jahnke (Berlin)*, L'Enseignement Mathématique, 11, 1909, p. 381; C. G. Knott, *Remarques de M. Cargill-G Knott (Edimbourg)*, L'Enseignement Mathématique, 12, 1910, pp. 39-45; A. Macfarlane *Opinion de M. Alex. Macfarlane (Chatham, Canada)*, L'Enseignement Mathématique, 12, 1910, pp. 45-46.

zioni Sue, insieme all'amico Burali, e ammiro il successo che la loro costanza, e chiare esposizioni e applicazioni continue ed importanti, sempre più produce; si può dire che queste notazioni, e idee sono ora fatte patrimonio comune. Mie congratulazioni » [27].

Sottolineeremo nel seguito gli aspetti che riteniamo più rilevanti per comprendere l'insuccesso della proposta al congresso di Cambridge, così come le divergenze più significative sulle nozioni matematiche coinvolte.

Combebiac, Wilson e Carvallo mettono in questione apertamente la necessità di una unificazione delle notazioni in questo dominio della matematica. Felix Klein, basandosi nell'esperienza tedesca del 1903, sottolinea il fatto che la mancanza di un imperativo esterno, come invece successe nel caso delle unità elettrotecniche, rischia di rendere impossibile ogni progresso verso l'unificazione.

Peano, Timerding e Jahnke sono fondamentalmente d'accordo sulla proposta degli italiani, anche se suggeriscono alcune lievi modifiche nelle notazioni. Knott fa una accorata difesa del sistema dei quaternioni sviluppato da Hamilton e Tait, sia in relazione alla proposta degli autori sia in collegamento con il sistema di Gibbs. Il sistema quaternionico è difeso anche da Macfarlane. Burali-Forti e Marcolongo mostrano sempre grande considerazione per l'opera di Hamilton pur sottolineando la sua insufficienza nel trattamento di alcuni problemi che richiedono le omografie vettoriali. Wilson, difende i contributi di Gibbs, critica in modo aggressivo numerosi punti della proposta degli italiani e conclude che in base alla diversità di opinioni raccolte nella rivista

« bisogna sperare che i vettori e l'analisi vettoriale diventeranno in questo modo così familiari nella loro diversità che, nel 1912, potranno continuare il loro sviluppo senza unificazione e senza riforma,

[27] G. Peano a R. Marcolongo, 8.11.1912, BDM Roma, Fondo Marcolongo.

con la stessa libertà che si concede al calcolo differenziale ed integrale » [28].

Timerding, infine, difende la necessità di includere i bivettori per un'adeguata rappresentazione delle grandezze fisiche.

5. *Conclusione*

La commissione nominata nel congresso di Roma non realizzò, a detta di Burali-Forti e Marcolongo, nessuno scambio di idee al punto che nel congresso di Cambridge del 1912 non si affrontò l'argomento dell'unificazione delle notazioni.

Nella rivista *Isis* del giugno del 1914 George Sarton pubblicò una recensione di Burali-Forti e Marcolongo della loro *Analyse vectorielle générale* del 1912-13, facendola precedere da un'introduzione nella quale affermava:

« Ils ont établi un système de notations qui me paraît bien réaliser sous une forme simple, logique et uniforme, sans difficultés typografiques, un système minimum, dont la puissance et la commodité ont d'ailleurs été clairement démontrées par beaucoup d'applications à la mécanique et à la physique mathématique » [29].

A completamento della questione Burali-Forti e Marcolongo rimandano all'Appendice dell'*Analyse vectorielle générale* nella quale si discutono le proposte tratte dalla traduzione francese dell'*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, dal contributo esposto da P. Langevin dall'originale tedesco di M. Abraham « et qui sont en pleine contradiction avec les divers systèmes vectoriels et les principes qui doient présider à la formation logique de leurs algorithmes »; si discute anche il sistema pubblicato da L. Prandtl, in occasione delle riunioni

[28] Cfr. E. B. WILSON, *Lettre de M. Edw. B. Wilson*, L'Enseignement Mathématique, 11, 1909, pp. 211-216.

[29] G. SARTON, *Unification des notations vectorielles*, Isis, 5, Tome II, Fasc. 1, 1914), pp. 173-174.

progettate e mai avvenute per il Congresso di Cambridge del 1912[30].

Non si arrivò quindi veramente ad un accordo anche se Burali-Forti e Marcolongo, come abbiamo visto, portarono avanti un lavoro interessante e profondo di revisione critica e storica dei contenuti. La maggioranza degli autori rimase legata alle sue notazioni, con interessi nazionali molto marcati. Le scuole dei seguaci di Hamilton, la scuola dell'Enciclopedia tedesca, quella dei vettorialisti italiani, ciascuno seguì le proprie preferenze.

Ci fu poi un secondo gruppo di autori che addirittura non avvertì la necessità di portare avanti un'unificazione delle notazioni, sostenendo essere positivo che i ricercatori si abituassero al passaggio da un tipo di notazione ad un'altra.

Anche se il presente lavoro non costituisce uno studio esaustivo dell'argomento in esame, speriamo che possa contribuire a portare nuova luce sul ruolo di primordine giocato da Burali-Forti e Marcolongo in questo interessante dibattito.

[30] Cfr. C. BURALI-FORTI, R. MARCOLONGO, *Analyse vectorielle générale: II, Applications à la mécanique et à la physique*, Pavia, Mattei, 1913, p. 119.

10. Tommaso Boggio

11. Alberto Tanturri

12. Ugo Cassina

13. Mario Gliozzi

Giuseppe Canepa

Tematiche affini nelle opere di G. Bellavitis e G. Peano

Nello studio per il confronto tra due grandi studiosi della portata di Giusto Bellavitis (Bassano del Grappa 1803 - Vicenza 1880) e Giuseppe Peano (Cuneo 1858 - Torino 1932) (molto più conosciuto certamente quest'ultimo) si possono intraprendere diverse vie.

Intanto l'apporto scientifico e culturale di entrambi fu enorme: oltre ad insegnare all'università per vari decenni, pubblicarono: Bellavitis 223 lavori e molte cose rimasero inedite, Peano 231 lavori, molti dei quali di portata internazionale. Sta allo studioso individuare e scegliere i punti che ritiene di continuità o discontinuità, di convergenza o divergenza tenendo conto che tutto ciò può contribuire allo studio dello sviluppo delle idee e del pensiero scientifico della storia in generale, ma soprattutto del periodo che abbraccia i nostri autori, così denso di cambiamenti. Tutto ciò anche per dire che la scelta degli argomenti è parziale perché legata all'analisi di una sola parte delle opere e dei manoscritti a disposizione.

I due matematici rappresentano due momenti storici completamente diversi: infatti tra il periodo di formazione di Bellavitis autodidatta e di Peano che seguì studi regolari, trascorse mezzo secolo di grande cambiamento sia dal punto di vista politico, sia sociale e soprattutto delle conoscenze matematico-scientifiche.

Si suppone che non si siano mai conosciuti di persona, perché nel 1880, anno di morte del bassanese, ancora insegnante all'università di Padova, l'altro si laureava a Torino.

Si possono però riconoscere tratti comuni nel modo di concepire la matematica, le conoscenze umane e la vita sociale. L'idea di un continuo miglioramento e semplificazione della matematica attraverso soprattutto il suo linguaggio, la fiducia nelle possibilità del genere umano di lavorare insieme per una crescita globale della scienza con apporti che non conoscono distinzioni di razza, provenienza o genere (messa in valore del mondo femminile: per Bellavitis nel lavoro sulla didattica del 1863 [1], per Peano nei racconti di Lalla Romano [2], nel libro di H.C. Kennedy [3], nelle ricerche di C.S. Roero ed E. Luciano [4]) universalismo che si direbbe illuministico-positivista.

Da un punto di vista matematico-scientifico riconosciamo l'esigenza di rigore per la definizione degli enti matematici. Entrambi ritenevano fondamentale la chiarezza e la semplicità nelle dimostrazioni: e se Bellavitis poteva affermare:

« Le difficoltà filosofiche delle scienze cominciano appunto dalle definizioni dei loro oggetti; se questi fossero puramente ideali, bisognerebbe che le definizioni fossero complete, poiché tutte le proprietà dovrebbero da esse ricavarsi » [5],

Peano scrisse opere intere sulle definizioni.

[1] G. BELLAVITIS, *Pensieri sull'istruzione popolare*, Rivista I. R. Accademia di Padova, 12, 1863, pp. 38-41.

[2] P. SOLARO, *Lalla Romano: Peano nei racconti della nipote*, Quaderni pristem, sito http://matematica.unibocconi.it/interventi/peano/peano.htm

[3] H.C. KENNEDY, *Peano, storia di un matematico,* Torino, Boringhieri, 1983, cap. 22, 23.

[4] C.S. ROERO, CD-Rom: *L'Archivio Giuseppe Peano, L'Opera omnia di Giuseppe Peano, Le Riviste di Giuseppe Peano.* Dipartimento di matematica, Università di Torino, Torino, 2002/3; E. LUCIANO, C.S. ROERO, *Donne e scienza in Piemonte fra il 1860 e il 1940*, Torino, Centro Studi e Documentazione Pensiero Femminile, 2008.

[5] G. BELLAVITIS, *Considerazioni sulla matematica pura,* Memorie del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti, 15, 1870, p. 378.

Analizziamo i due argomenti che riteniamo di maggior legame tra i due autori.

1. *Calcolo geometrico*

Il calcolo introdotto da Bellavitis nel 1832 [1] detto inizialmente delle equazioni geometriche, poi dal 1835 metodo delle equipollenze, nacque in risposta all'esigenza di dare un significato geometrico ai numeri immaginari e costruire un sistema di riferimento intrinseco per la geometria del piano. Il metodo viene proposto nel lavoro del 1835 [2] con chiarezza e rigore attraverso un sistema di definizioni, canoni e teoremi, e ne fa numerose applicazioni. Dall'analisi degli epistolari che Bellavitis tenne con alcuni matematici nei primi anni 30 possiamo dedurre che egli oltre ad essere influenzato dalla rappresentazione dei numeri complessi di Büée [6] studiò con interesse l'opera di Poncelet [7] sulla geometria proiettiva del 1822 e le opere di Plücker [8] e Steiner [9] del 1831 e 32. Possiamo osservare come con il principio generale: *« nelle equipollenze si trasportano i termini, si sostituiscono, si sommano, si sottrano, si moltiplicano, si dividono, etc, in una parola, si eseguiscono tutte le operazioni algebriche, che sarebbero legittime se si trattasse di equazioni, e le equipollenze che ne risultano sono sempre esatte »* [10], nel progetto del nostro autore si potesse passare dalle relazioni algebriche relative ai numeri reali (ai punti di una retta) alle relazioni dell'algebra dei complessi alle equipollenze

[6] A.Q. Büée, *Mémoire sur les Quantités imaginaires*, comunicated by William Morgan, Esq. F. R. S., Read June 20, 1805, Philosophical Transactions, Londra, 1806, pp. 23-88.

[7] J.V. Poncelet, *Traité des propriétés prjectives des figures*, Paris, 1822.

[8] J. Plücker, *Analytisch-geometrische Entwickelungen*, Bd II, Essen 1831.

[9] J. Steiner, *Systematische Entwickelung der Anbhangigkeit geometrischer Gestalten von einander*, Berlin, 1832.

[10] G. Bellavitis, *Saggio di applicazione di un nuovo metodo di geometria analitica. Calcolo delle equipollenze*, Annali di Fusinieri, vol. V, Venezia, 1835, pp. 1-18, citazione a p. 5.

(ai punti di un piano). In fondo una retta non è altro che un piano visto di profilo e tutte le operazioni su di essa si possono estendere a tutte le posizioni di questo piano con il principio di continuità. Così si ottengono le trasformazioni della geometria proiettiva.

Il fatto che Bellavitis padroneggiava e studiava ogni evoluzione in campo algebrico e geometrico è testimoniato dalle numerose pubblicazioni dal 1835 agli anni 60 dell'800 con lo scopo primario di far conoscere in Italia ciò che veniva pubblicato nel resto del continente. Per il suo calcolo geometrico Bellavitis ne avverte i limiti legati alla situazione bidimensionale e scrive un'opera sui quaternioni di W.R. Hamilton [11] che vede come una possibile espansione. Non nasconde la speranza che siano giovani italiani del talento di Luigi Cremona ad espandere il suo calcolo a tutta la geometria (quindi per Bellavitis a tutta la matematica).

Passeranno parecchi anni prima che Giuseppe Peano tenga un corso all'Università di Torino basato sulla geometria che rispondeva ai desideri espressi dall'inventore del metodo delle equipollenze. Le « Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale » del 1887 descrivono così l'intenzione dell'autore:

« si è fatto uso in questo trattato di alcune operazioni sui segmenti spiegate nell'introduzione. Queste operazioni, sviluppate nel corrente secolo, sotto diverse forme da varii illustri matematici, fra cui meritano menzione speciale Bellavitis, Moebius e principalmente Hamilton e Grassmann, compaiono già, più o meno ampiamente, in opere aventi scopo didattico » [12].

In effetti Peano conosceva bene le opere di Bellavitis, essendo stato allievo e sostituto di Angelo Genocchi negli anni precedenti la pubblicazione di queste lezioni; Genocchi ebbe

[11] G. Bellavitis, *Calcolo dei Quaternioni dell'Hamilton e sue relazioni col metodo delle equipollenze*, Memorie Società Italiana, Modena, 1858, pp. 126-185.

[12] Peano 1887b, *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale*, Torino, Bocca, 1887, p. V.

modo di discutere del metodo in maniera approfondita con Bellavitis nelle loro lettere. Peano alla fine della prefazione al testo scioglie i nodi dell'incomprensione con il maestro per la pubblicazione del testo contenente le lezioni pubblicate nel 1884 [13].

Nel lavoro del 1887 Peano introduce i fondamenti del calcolo vettoriale. Già nell'introduzione, pur partendo dalle operazioni introdotte da Bellavitis sui segmenti, giunge subito a definire aree equipollenti e volumi equipollenti. Nel primo capitolo definisce le derivate di segmenti, aree, volumi. Di notevole interesse il capitolo quinto per l'introduzione delle funzioni di un campo (funzione di insieme).

Peano però si allontana ben presto dalla struttura espositiva e dal linguaggio di Bellavitis: infatti nel 1888 pubblica il *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehere di H. Grassmann, preceduto dalle operazioni della logica deduttiva.* Anche qui nella prefazione traccia una breve storia:

« un primo tentativo di calcolo geometrico è dovuto alla vasta mente del Leibniz (1679); nel corrente secolo poi furono proposti e sviluppati vari metodi di calcolo, aventi utilità pratica, fra cui meritano menzione speciale il calcolo baricentrico di Moebius (1827), quello delle equipollenze di Bellavitis (1832), i quaternioni di Hamilton (1853) e le applicazioni alla geometria dell'Ausdehnungslehere di H. Grassmann » [14].

Nella nota 6 alla prefazione esprime la metamorfosi del linguaggio. Ma Bellavitis nella sua memoria *Considerazioni sulla matematica pura* aveva già suggerito che l'autore da seguire era Grassmann

« così non solo bramerei che fossero accolti i segni algebrici, ma eziandio altri di significato geometrico, ed in particolar modo la sem-

[13] A. Genocchi 1884c, *Calcolo differenziale e principii di calcolo integrale, pubblicato con aggiunte dal Dr. Giuseppe Peano*, Torino, Bocca, 1884.

[14] Peano 1888a, *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehere di Hermann Grassmann, preceduto dalle operazioni della logica deduttiva*, Torino, Bocca, 1888, p. 198.

plice ed ingegnosa convenzione suggerita dal Grassmann per indicare le combinazioni dei punti e delle rette » [15].

Peano inizia ad esporre rigorosamente attraverso lo strumento della logica matematica il calcolo geometrico e ciò fa parte di quel programma più ampio di rigore per tutta la matematica, filone che gli procurerà fama internazionale e problemi all'interno dell'Università. Un altro lavoro di Peano in questo periodo che procede direttamente dal precedente e mostra un programma fondazionale è il *Saggio di calcolo geometrico* del 1895; ivi dopo una più dettagliata storia e l'affermazione che i vari metodi sono modi diversi di studiare lo stesso soggetto dice:

« il calcolo geometrico, come ogni altro metodo, non è già un sistema di convenzioni, ma un sistema di verità » [16].

Non sono da trascurare i contributi al calcolo dati dalla « Scuola di Peano » e specialmente ricordiamo C. Burali Forti che nel 1896 ne « Il metodo del Grassmann nella geometria proiettiva » afferma che l'opera del tedesco sintetizza baricentri, equipollenze e quaternioni e *« i metodi analitico-geometrici delle coordinate in generale, senza che esso abbia bisogno di far uso di coordinate potendo operare direttamente sugli enti geometrici »* [17]. Dell'autore che produsse molto in questo campo riconosciamo nell'opera del 1926 *Geometria analitico-proiettiva* [18] il culmine della scuola sul calcolo vettoriale. Delle lezioni tenute da Filiberto Castellano all'Accademia Militare e pubblicate nel 1894 Peano ricorda che « fu il primo testo ad

[15] Bellavitis, *Considerazioni sulla matematica pura*, 1872 cit., p. V.

[16] Peano 1896d, *Saggio di calcolo geometrico*, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 31, 1895/96, pp. 952-975, cit. a p. 953.

[17] C. Burali Forti, *Il metodo del Grassmann nella geometria proiettiva*, Rendiconti del circolo matematico di Palermo, 1896, p. 178.

[18] C. Burali Forti, *Geometria analitico-proiettiva*, Torino, G.B. Petrini, 1926.

usare sistematicamente i vettori »[19]. La figura di Mario Pieri è invece fondamentale per i molti lavori sull'assiomatizzazione della geometria proiettiva. Dal 1895 egli imposta un apparato logico-deduttivo che a partire dai principi della geometria di posizione individua le nozioni primitive di « punto proiettivo » e « congiungente due punti proiettivi »[20].

Qui si sono volontariamente taciuti i contributi dell'epoca al calcolo geometrico sia italiani che stranieri, che non sarebbero trascurabili in uno studio completo.

2. *La lingua universale*

L'idea della necessità di una « lingua universale » è stata affrontata in vari periodi storici. In generale gli esperti di linguistica individuano momenti di particolare interesse alternati a periodi di disinteresse. All'epoca di Francesco Bacone e per tutto il 600 i sistemi simbolici stimolarono la curiosità di molti autori, specie quelli in grado di esprimere direttamente i concetti (musica, sistemi numerici, ideogrammi, criptografia).

Tramontata l'idea di una lingua artificiale, furono gli autori della fine del XVIII sec. a creare il movimento per una « grammatica universale » che cercava di individuare principi universali del pensiero impliciti nella varietà di forme grammaticali presenti nel linguaggio. Ai tempi dell'Enciclopedie si immaginava una « filosofia dei segni » capace di eliminare dal linguaggio le ambiguità, quindi uno strumento univoco per l'espressione del pensiero.

Nell'opera del 1862 *Pensieri sopra una lingua universale e su alcuni argomenti analoghi* Bellavitis anche se non cita autori del passato, fa riferimento a idee elaborate nei periodi ricordati sopra. L'idea introduttiva è basata sull'importanza per la civiltà di stringere relazioni tra gli uomini, ma

[19] KENNEDY 1983 cit., p. 124.

[20] M. PIERI, *I principi della geometria di posizione composti in sistema logico deduttivo,* Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino, 2, 48, 1897/98, pp. 1-62.

« un ostacolo alla comunione delle idee e degli affetti, che non può essere superato nemmeno dalla forza del vapore, consiste nella differenza del linguaggio » [21].

Dopo aver verificato il superamento della lingua latina per la scienza ed il declino del francese rispetto alle lingue nazionali, ricorda le dimostrazioni degli ideologi sulla necessità di un linguaggio per pensare: la necessità della parola per fissare le idee nella nostra mente. In conseguenza, più una lingua è perfetta e rigorosa, e più i raziocini saranno precisi. Bellavitis porta l'esempio della chimica e della botanica come linguaggi rigorosi e aggiunge

« i matematici si intendono facilmente tra loro, e ben di rado hanno opinioni differenti; per lo contrario i filosofi difficilmente si intendono » [22].

perché utilizzano frasi derivanti dal linguaggio comune.

Una lingua filosofica universale oltre ad essere utile fra i dotti, stabilirebbe grande legame tra le nazioni. Elaborarla è per Bellavitis impresa assai ardua, ma come in tutto il suo operare l'autore nutre buone speranze e riporta il detto:

« ciò che è possibile fu già fatto, ciò che è impossibile si farà: asserzione che cessa di sembrare paradossale quando si consideri la possibilità o l'impossibilità, meglio che una qualità delle cose essere l'espressione della nostra ignoranza » [23].

Ma se agli occhi del nostro autore gli studi comparativi sulle lingue sono molto avanzati, compresi quelli sul sanscrito, tutto il materiale è pronto, il lavoro non può essere iniziato che da un solo individuo e ritiene di importanza fondamentale preparare un piano di lavoro. I precetti di una lingua filosofica

[21] G. BELLAVITIS, *Pensieri sopra una lingua universale e su alcuni argomenti analoghi,* Memorie del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti, 11, 1, 1862, pp. 33-74, cit. a p. 33.

[22] BELLAVITIS 1862 cit., p. 34.

[23] BELLAVITIS 1862 cit., p. 35.

universale si separano naturalmente in: etimologia, grammatica e ortografia, pronuncia, scrittura; mentre tre sono i « cangiamenti »: derivazione (passaggio di una parola ad un significato analogo), modificazione (da nome a verbo o aggettivo o viceversa), variazione (desinenza che muta il caso). Diamo un breve cenno su ciò che Bellavitis approfondisce con dovizia di esempi nei paragrafi dedicati ai precetti appena elencati.

Etimologia: il lavoro principale è classificare le idee fondamentali e applicarvi una voce radicale (più conforme possibile alle lingue note) utilizzando tra le due e le cinque consonanti e un uso secondario delle vocali.

Intorno ad ogni voce radicale raccogliere tutte le parole che da essa derivano, e darne precisa definizione attraverso le lingue più note, necessità di compilare vocabolari ed eliminare le parole in disuso.

L'autore ipotizza una revisione della produzione filosofica:

« Date esatte definizioni delle parole occorrenti alla filosofia e liberate da quel significato di oggetto materiale, [...], io credo che se si tradurrà nel nuovo linguaggio i pensamenti di alcuni filosofi, si renderà palese come non di rado essi sieno non solamente non dimostrati, ma eziandio, senza un preciso significato » [24].

Il linguaggio matematico, costituito di parole composte, dovrebbe essere intelligibile a tutti, come lo sono le formule e il linguaggio scientifico; sarà utile seguire i consigli dei periti nei vari argomenti per apportare modifiche che seguono i progressi delle teorie.

I nomi propri verranno scritti con le nuove lettere ma in modo da imitare la pronuncia (non più Cartesio, ma Descartes). Vi sono scienze che difettano di nomenclature specialistiche: la geologia e la medicina. In aritmetica è da modificare la lettura dei numeri.

Lo studio della grammatica comprende molte pagine del lavoro: minuziose disquisizioni sul significato e sulla quantità

[24] BELLAVITIS 1862 cit., p. 38.

di articoli e congiunzioni, l'uso di pronomi, avverbi, interiezioni. Per i nomi occorrono numerose aggiunte, ma prevale l'abolizione del genere del tutto superfluo. Per i verbi si propone l'abolizione di singolare e plurale e valorizzazione della terza persona come fondamentale. Un ulteriore snellimento

« l'adoperare il voi l'ella o l'eglino invece del tu, è tale una bizzarra conseguenza della più vile tra le passioni, che a niuno verrà in mente di introdurla nella lingua filosofica » [25].

Bellavitis propone anche l'abolizione dei tempi dei verbi, distinzione possibile attraverso opportuni avverbi, è inutile la distinzione tra attivo e passivo. È possibile la massima libertà di sintassi e si rivela importante lo studio del fraseggio e dei modi di dire.

La pronuncia è questione quanto mai complessa vista la quantità di suoni presenti nelle lingue; comunque le parole dovrebbero essere pronunciate tutte intere come scritte e scegliendo un sufficiente numero di vocali e consonanti bene distinte, trovare segni per indicare univocamente ogni suono.

Per Bellavitis la scrittura è strumento fondamentale inventato dall'uomo per fissare il linguaggio; egli sembra non prendere in considerazione segni al di fuori di quelli europei.

Prevede l'utilizzo di tre dizionari: uno per le voci grammaticali, uno per le desinenze, uno per le voci radicali e loro derivate.

Per i segni è opportuno che siano ben distinti, brevità del segno, facile da delineare a mano. Scopo delle cifre non è dilettare l'occhio, ma farsi ben distinguere l'una dalle altre.

Sono importanti opportuni segni di recitazione posti all'inizio della frase o del periodo. Un'ampia trattazione è data al capitolo che chiama « segni telegrafici », esso prende in esame i linguaggi formati da segni particolari come il morse. Attraverso tre segni può scrivere i numeri da 1 a 9 e con la formazione di tre coppie di tali segni comunicare fino a 729 frasi pre-

[25] Bellavitis 1862 cit., p. 50.

stabilite (infatti $3^6 = 729$). Vengono dedicate pagine intere alla conversione di numeri e sillabe o punteggiature. Un paio di paragrafi sono dedicati alle trasmissioni criptate attraverso specchi e cannocchiali, in seguito si ipotizzano sistemi di scrittura per ciechi. Bellavitis conclude il lavoro con la speranza che vengano intraprese iniziative di classificazione di parole di studi grammaticali sulle lingue conosciute.

Circa 40 anni dopo la pubblicazione di Bellavitis troviamo Peano in una dimensione internazionale che elabora il suo *latino sine flexione*, attraverso i due filoni bene messi in luce da Roero e Kennedy: la probabile frequentazione a Torino dei circoli di lingue internazionali Volapuk ed Esperanto e gli stimoli provenienti da L. Couturat a Parigi, che a sua volta aveva risentito delle ricerche dell'assistente di Peano, G. Vacca ad Hannover sui manoscritti di Leibniz. Le motivazioni che muovono Peano verso una lingua internazionale sono diverse da quelle di Bellavitis: mentre questo vuole costruire una lingua filosofica per far comprendere tra loro scienziati e filosofi, snellire e passare al setaccio le opere filosofiche, l'altro sente la necessità, a quanto spiega in un articolo del 1903/04, di un mezzo per i matematici e scienziati per leggere, oggi diremmo in tempo reale, le pubblicazioni fatte in tutto il mondo in modo da non dover attendere le traduzioni o studiare tutte le lingue utili a questo tipo di lettura. Peano evidentemente era conscio del livello di punta degli studi portati avanti dalla sua scuola:

« chi lavora al progresso della scienza si trova nell'alternativa o di dover studiare continuamente nuove lingue, ovvero di pubblicare ricerche già note » [26].

L'ambiente internazionale che generò la copiosa produzione di lingue ausiliarie nel primo quindicennio del Novecento è ben messo in luce dall'articolo di C.S. Roero che per il latino di Peano così sintetizza:

[26] PEANO 1904a, *Il latino quale lingua ausiliare internazionale*, Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino, 39, 1903-04, p. 273.

« semplificare la grammatica latina, riducendo al minimo la coniugazione dei verbi, eliminando la declinazione dei casi, le desinenze dei generi e il plurale » [27].

Questa lingua fa parte di un unico quadro di insieme con la logica matematica utilizzata anche per la costruzione del « latino minimo ». La nuova lingua avrà sempre maggiore diffusione nella scuola di Peano ed apprezzamenti internazionali. Con la trasformazione dell'*Akademi Internasional* in *Academia pro interlingua* nasce nel 1909 la rivista con lo stesso nome, poi dal 1926 chiamata *Schola et vita.*

Se Bellavitis in maniera più idealistica, poteva pensare ad una lingua universale, Peano si sforzava almeno di costruirne una da utilizzare in ambito scientifico; nel periodo storico che giunge ai nostri giorni, abbiamo osservato il diffondersi dell'inglese come lingua preminente, che però assume caratteri diversi a seconda dei popoli da cui viene utilizzato. L'uomo crea mezzi per comunicare quando ha bisogno o desiderio di farlo, cioè quando si riconosce nell'uguaglianza; invece nelle società o periodi storici in cui prevalgono protezionismi, nazionalismi, campanilismi l'uomo si riconosce nelle diversità, ciò accade anche per l'individuo. Noi sappiamo il valore che Peano diede all'uguaglianza in tutti i campi.

Infine è storicamente interessante osservare come il dibattito Genocchi - Bellavitis, possa essere stato preparatorio nel creare l'ambiente per gli studi e i risultati, nel campo dell'analisi, del giovane Peano. In particolare nella lettera del 29-8-1878 di Genocchi a Bellavitis troviamo:

« Ho parlato in modo affatto generico, intendendo solo che la teoria delle serie, quella degl'infinitesimi e dei limiti sono molto delicate e hanno dato occasione in passato ad errori anche di sommi matematici ».

[27] C.S. Roero, *I matematici e la lingua internazionale*, Bollettino UMI, La matematica nella Società e nella Cultura, 8, 2-A, 1999, pp. 159-182, cit. a p. 176.

A tal proposito ricordiamo i molti lavori di Peano che hanno per oggetto le definizioni di limite, derivata, integrale, funzione, ecc. e, fra l'altro, per molte di queste l'autore fa riferimento al testo di calcolo differenziale scritto a nome di Genocchi nel 1884 (vedi nota 13), per non parlare dei capitoli V e VI del *Formulario mathematico*[28].

Un altro passaggio interessante lo troviamo nella lettera Genocchi a Bellavitis del 29-4-1877:

« Un altro argomento che non gode la mia simpatia è quello della superficie flessibile ecc. Io ammetto il piano, la sfera e il trattoide, ma non ammetto quelle tali superficie flessibili. Credo che prima di tutto bisognerebbe dimostrarne l'esistenza. All'incontro non solo non è dimostrata, ma quanto più vi penso tanto più mi persuado della improbabilità loro. Si dimostra che una piccola porzione di una superficie si può, se sia flessibile, applicare ad una piccola porzione d'un'altra superficie. Ma ci vuole una bella logica, una logica assai stravagante, per concludere da ciò l'esistenza d'una sola superficie continua indefinita, d'una specie di lenzuolo che può adattarsi senza pieghe né squarci a due superficie che possono essere molto diverse, coprire interamente l'una come l'altra! È da meravigliarsi che teste matematiche possano fare a tollerare induzioni di tal natura ».

Il passo richiama l'attenzione ai lavori di Peano sulle superficie scritti intorno agli anni '90 dell'Ottocento.

Questo è solo un paio di esempi dei molti passaggi presenti nelle cento lettere di Bellavitis a Genocchi, conservate nella biblioteca Passerini Landi di Piacenza, e 28 di Genocchi a Bellavitis, conservate presso l'Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti di Venezia, che potrebbero far parte di un ulteriore studio sui legami tra questi studiosi. È d'altronde probabile che, delle idee espresse, il giovane Peano possa essere stato messo al corrente dal maestro Genocchi.

[28] G. PEANO, *Formulario mathematico*, Riproduzione in fac-simile, con introduzione e note di Ugo Cassina, Roma, Cremonese, 1960.

14. Nicola Mastropaolo

15. Tina Pizzardo

16. Rosa Boccalatte

17. Maria Cibrario

Paola Cantù

Sul concetto di eguaglianza: Peano e la sua scuola

1. *Introduzione*

Diversi sono gli ambiti logici e matematici nei quali la scuola di Peano è stata originale e influente nel panorama europeo tra la fine dell'Ottocento e l'inizio del Novecento. Un tema che non è ancora stato trattato in maniera sistematica è la concezione dell'uguaglianza.

Interessanti sono a questo proposito i contributi di vari membri della 'scuola', per esempio Padoa, Burali-Forti e Vailati. Qui l'attenzione sarà rivolta principalmente ad Alessandro Padoa, perché meno nota è la sua posizione, anche se non meno originale ed influente, sia all'interno del *Formulario* sia nel dibattito internazionale. Mentre i suoi lavori godettero di una notevole diffusione almeno fino all'inizio del Novecento, come dimostrano le citazioni di Bertrand Russell, Alessandro Padoa è stato in seguito a lungo ignorato, forse anche perché poco incisiva (e tardiva) è stata la sua carriera universitaria. Ne è testimonianza la mancanza, fino ad ora, di una bibliografia completa delle opere di Padoa, verso cui ci si avvia soltanto ora grazie ai risultati raccolti in due recenti articoli. Eppure [1], co-

[1] Cfr. P. Cantù, *Il carteggio Padoa-Vailati. Un'introduzione alle lettere inviate da Chioggia*, Chioggia. Rivista di studi e ricerche, 30, 2007, pp. 45-

me si vedrà, non solo il classico lavoro sulla definibilità, ma anche altri lavori di Padoa contengono idee che si rivelano originali rispetto alla posizione dello stesso Peano e che si intersecano con le concezioni di Hilbert e di Russell.

L'analisi comparata del concetto di uguaglianza in Padoa e in Peano permetterà innanzitutto di apprezzare la diversificazione interna alla scuola, poiché un diverso modo di intendere la relazione di eguaglianza e di identità riflette differenze metodologiche ed epistemologiche significative, quali la relazione tra logica e matematica, la concezione del dominio di una teoria logica, la fondazione della matematica. In particolare argomenterò che la concezione di Peano deve essere compresa alla luce di un'impostazione che si potrebbe far risalire a Grassmann, mentre la concezione di Padoa è basata su una concezione della logica più simile a quella di Frege e Russell, pur con molti distinguo, perché Padoa non ammette la riduzione della matematica alla logica. Diversamente da Peano, però, Padoa ammette che il dominio della logica sia unico e universale e che il simbolo di identità abbia un'interpretazione fissata in tutte le teorie.

L'analisi storica può avere anche una valenza teorica significativa: nel dibattito contemporaneo di filosofia analitica sull'identità si afferma infatti frequentemente che la nozione di identità relativa è poco significativa se non addirittura triviale in matematica e che questo spiega perché la distinzione si è rivelata necessaria soprattutto in altri ambiti, quali l'identità personale, i contesti opachi, il cambiamento nel tempo o l'individuazione attraverso i mondi. La resistenza mostrata da Peano ad una concezione generale dell'eguaglianza e anche la differenza rispetto a Padoa nell'analisi dell'eguaglianza tra frazioni rivelano secondo noi una centralità diversa dei problemi strettamente matematici all'interno del dibattito tra sostenitori dell'identità relativa o dell'identità assoluta. L'analisi del concetto

70; M. Borga, G. Fenaroli, A.C. Garibaldi, *Ricordo di Alessandro Padoa (1868-1937)*, Epistemologia, 31, 2008, pp. 133-152.

di uguaglianza a fine Ottocento rivela una varietà di sfumature che mal si concilia con la rappresentazione – propria di gran parte del dibattito filosofico su identità relativa e assoluta – che vede in Frege il rappresentante della concezione più corretta e perciò prevalente negli sviluppi filosofici successivi: si parla oggi in proposito di concezione classica o standard dell'identità. Padoa e Peano sono solo due tra i tanti nomi che potremmo citare per mostrare la poliedricità della nozione di uguaglianza tra Ottocento e Novecento: non riducibili alla concezione di Frege sono anche le posizioni di Grassmann, Veronese, Hilbert, Husserl, Whitehead. Non solo la teoria classica dell'uguaglianza non è dominante, ma è presente un dibattito serrato su questo tema all'interno della matematica e della logica: forse allora la distinzione tra identità relativa e assoluta non è triviale in matematica, almeno non da un punto di vista filosofico [2].

2. *Peano e Padoa*

L'analisi specifica della discussione tra Peano e Padoa sulle definizioni per astrazione, sull'uguaglianza tra frazioni e sul-

[2] Un secondo apporto dell'analisi storica riguarda il ruolo del cosiddetto principio di sostituzione di Leibniz, usualmente considerato come il paradigma della concezione assoluta dell'identità. Nel dibattito più recente, questo principio è stato spesso ricostruito in maniera diversa, sulla base del solo principio di indiscernibilità degli identici o anche come identità degli indiscernibili, in formulazioni al primo o al secondo ordine, in abbinamento con la proprietà riflessiva o altre proprietà più complesse per formare la definizione dell'identità, in versioni ristrette a particolari contesti, proprietà, tempi, ecc. Se oggi richiamarsi al principio di sostituzione di Leibniz richiede ulteriori precisazioni, è interessante notare che anche al tempo di Peano e della sua scuola il ricorso a questo principio veniva declinato diversamente, e non sempre in funzione della definizione delle proprietà dell'uguaglianza. Già allora gli autori facevano a gara per etichettare come leibniziana la propria formulazione o definizione dell'eguaglianza, richiamandosi esplicitamente al famoso passo da *Specimen calculi universalis*: « Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri, salva veritate ». Cfr. G.W. LEIBNIZ, *Specimen calculi universalis*, in *Die philosophische Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, a cura di C.I. GERHARDT, Hildesheim, Olms, 1961, p. 219.

la definizione stessa di frazione non si limitano a suggerire una revisione della concezione assoluta fregeana come interpretazione prevalente del dictum leibniziano e come unica concezione corretta dell'identità, ma illuminano anche alcune questioni specifiche: è possibile trasformare qualunque identità relativa in un'identità assoluta mediante il passaggio al quoziente? L'uguaglianza può essere definita senza riferimento ad una struttura specifica? La definizione deve includere un criterio per l'uso corretto di un simbolo o un contesto di validità della relazione?

Da un punto di vista storico-interpretativo mettere a tema il concetto di eguaglianza permette di analizzare alcuni aspetti molto specifici dell'opera di Peano e di Padoa ma che tuttavia permettono di avanzare ipotesi interpretative di portata più generale. Da un'accurata analisi testuale, che sarà esposta più ampiamente altrove, emergono due diverse concezioni dell'uguaglianza in Peano e in Padoa.

1) La concezione di Peano non è univoca ma si modifica nel tempo. Soltanto a partire dalla seconda edizione del *Formulario* compare l'idea di fornire una definizione generale dell'uguaglianza, anche se Peano non sembra mai ritenere che essa possa davvero esaurire il significato dell'uguaglianza tra due oggetti.

2) La concezione di Peano può essere considerata, almeno in parte, come una concezione relativa dell'identità.

3) La scelta di Peano di mantenere un unico simbolo per denotare diverse relazioni di eguaglianza, scelta criticata da Frege e in parte anche da Padoa, è il sintomo rivelatore di una certa influenza dell'approccio di Grassmann, improntato all'algebra universale.

Il confronto con Peano permette di comprendere meglio i tratti essenziali della concezione di Padoa, che nasce proprio dall'analisi delle diverse definizioni proposte nelle varie edizioni del *Formulario* e da un'insoddisfazione di fondo per l'approccio adottato.

1) La distinzione di Padoa tra uguaglianza ed equivalenza, o, nella sua terminologia, tra eguaglianza e relazioni equalifor-

mi, emerge in relazione alla critica della caratterizzazione, nelle prime bozze del *Formulario,* del simbolo = mediante le tre proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva.

2) La ricerca di una definizione sintattico-linguistica dell'uguaglianza basata su riflessività e sostitutività nasce dall'insoddisfazione per la definizione in termini di classe che appare nel *Formulario* a partire dalla seconda edizione: ciò che è qui in questione non è però il ricorso al concetto di classe, quanto l'inutilità della definizione per le applicazioni pratiche.

3) Anziché introdurre una definizione generale e ulteriori proposizioni specifiche come definizioni particolari dell'eguaglianza tra coppie, funzioni, numeri di vario genere, occorre dare un'unica definizione logica e distinguerla da altre proposizioni aritmetiche, che non servono a definire l'uguaglianza ma concorrono alla definizione dei termini che in esse compaiono, alcuni dei quali soltanto – coppie, funzioni e relazioni – sono concetti strettamente logici.

4) Proprio il tentativo di eliminare l'ambiguità, dovuta alla contemporanea presenza di più definizioni del simbolo =, conduce Padoa ad opporsi, prima e indipendentemente da Russell, alle definizioni per astrazione e alle definizioni tramite operatore suggerite da Burali-Forti.

3. *Il concetto di uguaglianza negli scritti di Giuseppe Peano*

Nel seguito esporrò prevalentemente l'analisi dei testi di Padoa, che sono meno noti, ma considererò, anche se rapidamente, alcuni alcuni passi delle opere di Peano che saranno utili per il confronto tra i due autori.

Nel *Calcolo geometrico* del 1888 Peano introduce separatamente l'uguaglianza tra classi e l'uguaglianza tra proposizioni: l'uguaglianza è un simbolo primitivo e la relazione di inclusione è definita usando il simbolo di uguaglianza tra classi [3]:

[3] Cfr. PEANO 1888a, *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di Hermann Grassmann, preceduto dalle operazioni della logica deduttiva*, To-

A<B sse AB'=○, una classe è inclusa in un'altra se e solo se l'intersezione tra la prima e il complemento della seconda è uguale alla classe vuota. Negli *Arithmetices principia* del 1889 la teoria delle proposizioni non segue ma precede la teoria delle classi e l'uguaglianza non è più considerata un simbolo primitivo ma è definita rispettivamente a partire dalla relazione di implicazione e inclusione, entrambe espresse dal simbolo ⊃: a=b è un'abbreviazione notazionale per la doppia implicazione[4] a⊃b.b⊃a: si ha quindi un parallelismo evidente tra uguaglianza fra classi e uguaglianza fra proposizioni. Nei primi abbozzi del *Formulario* del 1891[5] Peano introduce prima l'eguaglianza tra proposizioni (§2), poi l'eguaglianza tra classi (§5), infine l'uguaglianza tra gli elementi di una classe, che è caratterizzata mediante riflessività, simmetria e transitività (§5).

Nell'*Introduzione al Formulario* si affronta la questione della differenza tra il simbolo $=_{\text{Def.}}$ usato nelle definizioni nominali e il simbolo = usato per denotare la relazione di uguaglianza[6]. Peano analizza tre casi di uguaglianza, meglio sarebbe dire di equivalenza, che egli esprime con uno stesso simbolo per evidenziare il parallelismo: si tratta dell'uguaglianza tra segmenti, tra segmenti orientati sulla retta, tra segmenti orientati nello spazio. Anziché introdurre tre diverse relazioni di equivalenza, Peano introduce tre diversi tipi di enti e un unico simbolo per denotare tutte le relazioni tra di essi in modo da evidenziare le proprietà comuni[7]. Ogni eguaglianza è una eguaglianza rispetto ad un certo aspetto (lunghezza, verso, direzione).

rino, Bocca, 1888, p. 3. Cfr. anche M. BORGA, *La logica, il metodo assiomatico e la problematica metateorica*, in *I contributi fondazionali nella scuola di Peano*, a cura di M. BORGA, P. FREGUGLIA, D. PALLADINO, Milano, Angeli, 1985, pp. 11-75.

[4] PEANO 1889a, *Arithmeticas principia*, Augustae Taurinorum, Bocca, 1889, p. VIII.

[5] PEANO 1891c, *Principii di logica matematica*, RdM, I, 1891, pp. 1-10 e PEANO 1891g, *Formole di logica matematica*, RdM, I, 1891, pp. 24-31.

[6] Cfr. PEANO, F_0, p. 166.

[7] Cfr. PEANO, F_0, pp. 171-172.

Nella prima edizione del *Formulario* l'eguaglianza tra proposizioni è definita mediante la doppia implicazione, da cui si derivano le proprietà di riflessività (1.P4), simmetria (1.P19) e transitività (1.P23), e si dimostra la compatibilità con l'operazione di congiunzione (1.P.31-32): l'uguaglianza è dunque una relazione di congruenza [8].

L'uguaglianza tra classi è definita a partire dalla doppia inclusione (4.P2): due classi sono uguali se e solo se contengono gli stessi elementi. Anche l'uguaglianza fra individui è espressa in termini di classi:

$$u \; \varepsilon \, K \, . \; a = b . b \; \varepsilon \; u . \supset . \; a \; \varepsilon \; u . \; (4.10).$$

Infine il simbolo di uguaglianza è usato anche per esprimere una proprietà delle funzioni, la funzionalità.

Nella seconda edizione del *Formulario* il calcolo delle classi non è più distinto da quello delle proposizioni. La proposizione che esprime l'uguaglianza tra classi non è più considerata come una definizione dell'uguaglianza ma come una convenzione sul significato del termine classe, che è inteso estensionalmente. Peano propone anche una definizione per astrazione del concetto di estensione di una classe come possibile alternativa a questa proposizione. La definizione dell'uguaglianza è data in generale dalla proposizione seguente:

$$x = y \; .=: \; a \; \varepsilon \, K \, . \; x \; \varepsilon \; a \, . \supset_{a.} \; y \; \varepsilon \; a \; (1.P80),$$

che è associata al principio di Leibniz [9]. Si noti anche, per inciso, che Peano sembra considerare identità ed eguaglianza come sinonimi. Il simbolo di uguaglianza ricorre poi in altre proposizioni, per esempio nell'uguaglianza tra coppie e nell'uguaglianza tra funzioni.

Nella terza edizione del *Formulario* la definizione resta invariata, anche se Peano osserva che non fornisce tutto il significato di [10] $x=y$. Inoltre Peano sembra sostenere che ogni equi-

[8] Cfr. PEANO, F_1, p. 5.
[9] Cfr. PEANO, F_2, § 1, p. 27.
[10] Cfr. PEANO, F_3, p. 30.

valenza possa essere ridotta ad una identità con un opportuno passaggio al quoziente [11]. Nella quarta edizione del *Formulario* non ci sono variazioni significative, fatta salva l'aggiunta di alcune note storiche e di un glossario, che riporta una interessante distinzione tra identità funzionale, identità assoluta (l'identità logica $x=x$, cioè la riflessività) e identità relativa, che è tipica del linguaggio ordinario ed è sempre dipendente da una certa condizione: se i simboli x,y sono di tipo T, allora [12] $A(x,y)=B(x,y)$.

In alcuni scritti successivi – *Le definizioni per astrazione* e *Sul principio d'identità* [13] – Peano rivela di essere ancora in dubbio sulla possibilità che il principio d'identità dato nel *Formulario* costituisca la vera definizione della relazione di uguaglianza, non solo perché i due segni che occorrono in tale principio sono diversi (l'uno è il segno di =def., l'altro è il segno della relazione logica di uguaglianza), ma anche perché la scelta dell'una o dell'altra definizione è una questione convenzionale e arbitraria.

La concezione di Peano è relativa perché egli considera sempre l'uguaglianza tra due oggetti come una relazione tra due particolari aspetti o note di tali oggetti: quali note sia opportuno prendere in considerazione dipende dal tipo di oggetti considerati. In questo senso dichiarare il tipo di oggetti im-

[11] Cfr. PEANO, F_3, p. 14.

[12] «Identitas. (Les objets x et y sont identiques) = ($x=y$). L'identité considérée comme fonction est indiquée par le symbole idem, p. 227. L'identité absolue est une égalité contenant des variables réelles, et toujours vraie. Il n'y a qu'une seule dans le Formul., la $x=x$, p. 1. Identité relative est une égalité vraie si les lettres satisfont à une certaine condition. [La $(x+y)^2 = x^2 +2xy +y^2$ est identiquement vraie, quels que soient les quantité x et y] signifie [x,y in q . C. $(x+y)^2 = x^2 +2xy +y^2$]. L'égalité considérée n'est pas vraie si x et y sont, p. ex. des quaternions non complanaires. L'identité relative est donc une forme du langage ordinaire qu'on exprime par le symbole C». F_4, p. 401.

[13] Cfr. PEANO 1915k, *Le definizioni per astrazione*, Bollettino della Mathesis. Società italiana di Matematica, dicembre 1915, pp. 106-120; 1916d, *Sul principio d'identità*, Bollettino della Mathesis. Società italiana di Matematica, aprile 1916, pp. 40-41.

plica un certo criterio di uguaglianza tra di essi, ove per criterio si deve intendere la specificazione di quali aspetti sono da considerare rilevanti nel confronto.

Si è visto che nel *Formulario* permane una certa ambivalenza, soprattutto se si confrontano le varie edizioni: da un lato le critiche fregeane e la concezione di Padoa spingono verso una definizione unica e generale di eguaglianza (che si trova dalla seconda edizione in poi), d'altro lato Peano continua a dichiarare che tale definizione non esaurisce il significato della relazione tra due oggetti specifici, perché tale relazione dipende essenzialmente anche dal tipo di oggetti considerati. Ecco perché anche se introduce un'unica definizione di eguaglianza tra individui, Peano aggiunge poi una serie di proposizioni che contengono eguaglianze tra proposizioni, classi, individui, funzioni. Ciascuna di queste altro non è che una eguaglianza relativa. Da questo punto di vista la concezione di Peano è antitetica a quella di Frege e molto più vicina alla posizione sostenuta da Husserl nella *Filosofia dell'aritmetica* – nella scienza vi sono molte relazioni speciali – o da Whitehead nell'*Algebra universale* – ogni identità è insieme uguaglianza e diversità [14]. Non dissimile dalla concezione di Peano è il punto di vista di Hermann Grassmann, che assume il principio leibniziano di sostituibilità *salva veritate* come definizione unica dell'uguaglianza, ma poi definisce uguali due cose quando sono uguali quei caratteri che dipendono dalla legge generativa con cui le cose sono state generate [15].

Inoltre Peano sembra considerare assurda l'idea di dare la vera definizione di qualcosa, perché egli difende una conce-

[14] Cfr. G. FREGE, *Die Grundlagen der Arithmetik*, Breslau, Koebner, 1884; E. HUSSERL, *Philosophie der Arithmetik*, Halle a.d. Saale, Pfeffer, 1891, rist. in *Husserliana,* vol. 12, a cura di L. ELEY, Den Haag, Nijhoff, 1970; A. N. WHITEHEAD, *A Treatise on Universal Algebra*, Cambridge, Cambridge University Press, 1898.

[15] H. GRASSMANN, *Die lineale Ausdehnungslehre*, Leipzig, Wiegand, 1844, rist. in *Gesammelte mathematische und physikalische Werke*, vol. 1/1, a cura di F. ENGEL, Leipzig, Teubner, 1894.

zione convenzionale delle definizioni, non solo relativamente alla scelta dei concetti primitivi ma anche relativamente al metodo definitorio stesso. I numeri possono essere definiti per astrazione o nominalmente, mediante una relazione o mediante un operatore: tutte queste procedure sono logiche e rigorose, per cui la scelta tra di esse non può dipendere altro che dalle preferenze individuali di che le adotta e le insegna [16].

Se dunque resta un'ambiguità nel *Formulario*, essa non corrisponde ad una ambiguità dello stesso Peano, che difende una concezione relativa dell'uguaglianza, ma ad una differenza di posizioni all'interno della sua scuola. Peano garantisce la possibilità di procedure diverse, legittimando sia le definizioni per astrazione, sia le definizioni nominali privilegiate da Padoa mediante il passaggio a quoziente, sia le definizioni mediante operatore di Burali-Forti. Pur accettando l'esigenza logica propugnata da Padoa di un'unica definizione di eguaglianza, Peano è anche convinto della radicale differenza tra matematica e logica e tra varie teorie matematiche stesse: si può cogliere qui l'influenza di Grassmann, che fonda ciascun ramo della matematica in maniera indipendente ma poi cerca di cogliere parallelismi e somiglianze tra le proprietà degli operatori nelle varie teorie.

4. *Il concetto di uguaglianza negli scritti di Alessandro Padoa*

Attraverso un'analisi dettagliata di numerosi scritti di Padoa, dai primi contributi al *Formulario* al carteggio inedito con Vailati [17], dal famoso saggio sulla definibilità presentato a Parigi nel 1900 ai più maturi scritti di logica matematica, inclusi alcuni brevi articoli apparsi su riviste di didattica della matematica, cercherò di mostrare le differenze rispetto alla concezione di Peano e l'originalità della definizione di uguaglianza, che presenta alcune significative somiglianze non tanto con la teo-

[16] Cfr. PEANO 1915k cit., p. 409.
[17] Cfr. CANTÙ 2007 cit.

ria di Frege quanto con la formulazione di Hilbert e con le idee di Russell.

La definizione suggerita da Padoa è di tipo sintattico-linguistico: anziché essere basata sul concetto di classe, fa appello alla nozione di una espressione generica del linguaggio, vale a dire è espressa per una qualunque formula. Per questa ragione si propone come unica e generale. Le proprietà definitorie dell'uguaglianza non sono riflessività, simmetria e transitività, che servono al più a caratterizzare ciò che Padoa chiama relazioni equaliformi, cioè le equivalenze, ma le proprietà riflessiva e sostitutiva, che servono a isolare una particolare relazione di equivalenza. In questo modo Padoa intende fornire una definizione logica che possa essere valida per ogni interpretazione dei simboli di un'espressione nel dominio logico, che è l'universo, poiché la logica tratta di tutti gli enti possibili. Padoa inoltre intende proporre una definizione che serva anche a mettere chiaramente in luce le differenze tra proposizioni logiche e proposizioni aritmetiche: la compatibilità delle operazioni con l'eguaglianza è una verità logica, perché segue direttamente dalla definizione, mentre la legge di cancellazione valida ad esempio per l'addizione tra numeri naturali è una verità matematica, perché essa non è dimostrabile a partire dalla definizione data.

Già nelle *Note di logica matematica* – un contributo critico alla seconda edizione del *Formulario* – emerge una caratteristica essenziale della concezione di Padoa: non è lecito definire l'eguaglianza in generale e poi stabilire per definizione il significato di qualche eguaglianza particolare [18]. Padoa critica la confusione tra la definizione della relazione di uguaglianza e l'introduzione di proposizioni contenenti il simbolo di = per introdurre dei concetti primitivi, quali quello di coppia o di funzione. Queste ultime proposizioni non devono essere considerate come definizioni dell'uguaglianza o come relazioni d'uguaglianza speciali: esse esprimono le proprietà di certi con-

[18] Cfr. A. PADOA, *Note di logica matematica. Modificazioni ed aggiunte a F_2 §1 proposte da Alessandro Padoa*, RdM, VI, 1896-99, p. 119.

cetti, proprietà che andrebbero esplicitate in altro modo, come nel caso del concetto di coppia che dovrebbe contenere esplicitamente un riferimento all'ordine, dato che è in base all'ordine degli elementi che due coppie possono venire confrontate [19].

La definizione proposta da Padoa è originale all'interno della scuola di Peano perché assume esplicitamente come caratteri definitori dell'uguaglianza le proprietà riflessiva e sostitutiva. Infatti una formulazione della proprietà sostitutiva era presente anche negli scritti di Peano e di Burali-Forti, ma non era usata per definire l'uguaglianza. Si trattava piuttosto di una notazione [20] o di un principio metodologico per le deduzioni [21] oppure di una proprietà delle funzioni [22]. D'altra parte un confronto tra la notazione usata da Padoa nel saggio sulla definibilità del 1900, in cui i simboli sono ancora considerati simboli di funzione [23], e la notazione usata nella *Logica* del 1911 o del

[19] Cfr. PADOA 1896-99 cit., p. 119.

[20] Cfr. PEANO 1891c cit., pp. 102-104.

[21] Cfr. C. BURALI-FORTI, *Logica matematica*, Milano, Hoepli, 1894², p. 30.

[22] Cfr. PEANO, F_0, p. 150 e A. PADOA, *La logique déductive dans sa dernière phase de développement*, Paris, Gauthiers-Villars, 1912, pp. 51-52: « Le Formulaire énonce une propriété de l'égalité qui sert à la distinguer de toute autre relation: 48) $x=y : = : x \varepsilon a . \supset . y \varepsilon a$ [...] mais, à mon avis, cette *P* n'a pas la forme la plus convenable pour des applications immédiates. Je préfère dire que l'égalité est caractérisée par la propriété substitutive, savoir que: si '$x=y$', alors 'en remplaçant *x* par *y* dans une écriture quelconque, la signification de cette écriture ne change pas. Pour exprimer cela, en se passant du langage ordinaire, il suffit de remarquer que dans nos *P* les signes se suivent toujours sur une même ligne; c'est pourquoi une écriture quelconque, dans laquelle on rencontre la lettre *x*, aura nécessairement une des formes '*ux*', '*xv*', '*uxv*', selon que *x* est seulement précédé ou seulement suivi ou en même temps précédé et suivi par d'autres signes quelconques, dont je désigne l'ensemble par *u* et *v*. Mon principe sera donc énoncé dans tous les cas possibles moyennant les P 49) $x=y . \supset . ux=uy$, 50) $x=y . \supset . xv=yv$, 51) $x=y . \supset . uxv=uyv$ ».

[23] Cfr. A. PADOA, *Essai d'un théorie algèbrique des nombres entiers précédé d'une introduction logique à une théorie déductive quelconque*, in *Bibliothèque du congrès international de philosophie*, vol. 3, Paris, Colin, 1901, p. 313.

1930, ove i simboli rappresentano scritture qualunque, rivela chiaramente la diversa interpretazione che la proprietà di sostitutività assume quando è intesa come proprietà definitoria dell'uguaglianza [24].

Anche per questo inutilmente si cercherebbe nei testi di Peano un esame dell'indipendenza delle due condizioni di riflessività e sostitutività, che è invece discussa da Padoa già negli anni 1905-06 nelle lettere spedite a Vailati da Chioggia. Padoa sostiene che la proprietà sostitutiva non è sufficiente per derivare la riflessività [25] e per persuadere Vailati, autore tra l'altro di uno dei primi studi sulle proprietà delle operazioni nella scuola di Peano – *Le proprietà fondamentali delle relazioni fra enti di un medesimo sistema* [26] – aggiunge un controesempio [27]. Con ciò Padoa non ritiene che non si possa definire l'uguaglianza senza ricorrere alla proprietà riflessiva, ma prova che non è possibile farlo se si assume come unica altra condizione definitoria la sostitutività [28].

Ulteriori esempi e dimostrazioni della compatibilità e della dipendenza fra le varie proprietà dell'uguaglianza sono presenti in altri scritti di Padoa, nel saggio sull'astrazione del 1907,

[24] Cfr. PADOA 1912 cit., pp. 51-52; *Logica*, in *Enciclopedia delle Matematiche elementari*, a cura di L. BERZOLARI, G. VIVANTI e D. GIGLI, vol. 1, Milano, Hoepli, 1930, pp. 1-79.

[25] Cfr. A. Padoa a G. Vailati, Chioggia 23.3.1905, in CANTÙ 2007 cit., p. 57.

[26] Cfr. G. VAILATI, *Le proprietà fondamentali delle operazioni della Logica deduttiva studiate dal punto di vista d'una teoria generale delle operazioni*, RdM, II, 1891, pp. 127-134.

[27] Cfr. A. Padoa a G. Vailati, Chioggia 23.3.1905, in CANTÙ 2007 cit., pp. 58-59.

[28] E infatti in un articolo del 1892 – *Dipendenza fra alcune proprietà notevoli delle relazioni fra enti di un medesimo sistema* – Enrico De Amicis aveva mostrato che è possibile derivare tutte le proprietà dell'eguaglianza da un'unica condizione, per esempio dalla sola proprietà comparativa o dalla sola proprietà adequativa, a condizione però che si escludano il caso di una relazione vuota su un dominio non vuoto e il caso di una relazione totale. Cfr. E. DE AMICIS, *Dipendenza fra alcune proprietà notevoli delle relazioni fra enti di un medesimo sistema*, RdM, 7, n. 2, 1901, pp. 113-127.

nel volume sulla logica deduttiva del 1911, nella voce *Logica* scritta per l'Enciclopedia diretta da Berzolari e Vivanti nel 1930. L'interesse per l'indipendenza delle condizioni di una definizione è senz'altro un tratto distintivo di Padoa, ma un'attenta analisi della formulazione adottata nel carteggio con Vailati [$x=x$; $x = y \,.\supset .\, w = (y \mid x)\, w$] può essere l'indizio di una somiglianza molto forte con Hilbert, altro autore fortemente coinvolto nel progetto di dimostrazione dell'indipendenza di un insieme di condizioni. In una conferenza tenuta da Hilbert al Congresso internazionale dei Matematici di Heidelberg nel 1904 la definizione dell'uguaglianza è formulata attraverso le stesse due condizioni proposte da Padoa e formulata per mezzo di un simbolismo identico[29]: $x=x$; ($x=y$ e $w(x)$) $/w(y)$.

Come abbiamo visto, l'uguaglianza è caratterizzata da riflessività e sostitutività: la prima esprime « l'esigenza essenziale di ogni linguaggio, [...] la costanza, non pure del significato d'ogni simbolo, ma del significato momentaneo d'ogni variabile, in una stessa lettura d'un medesimo discorso »[30]. La riflessività rappresenta per Padoa il principio di identità. La sua utilità in matematica si rivela per esempio nella dimostrazione di molte equazioni aritmetiche, che possono essere risolte attraverso la riduzione all'identità. La sostitutività è la proprietà secondo la quale se $x=y$, allora sostituendo y a x in una scrittura qualunque, il significato di tale scrittura non cambia[31]. Nel caso dei numeri naturali questa proprietà dell'eguaglianza è una legge di monotonia. Giacché si tratta di una proprietà logica che vale per qualunque espressione, allora è inutile secondo Padoa assumere nuovamente una condizione di monotonia all'in-

[29] Cfr. D. Hilbert, *Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik*, in *Verhandlungen des III. Internationalen Mathematiker Kongresses in Heidelberg 1904*, a cura di A. Krazer, Leipzig, Teubner, 1905, p. 178; trad. it. a cura di V. Abrusci, Napoli, Bibliopolis, 1978, p. 167. Cfr. anche Cantù 2007 cit., p. 53.

[30] Cfr. A. Padoa, *Logica ideografica*, Rivista di Filosofia Neo-Scolastica, XXV, 1933, pp. 75-90, cit., p. 78; XXVI, 1934, p. 278.

[31] Padoa 1912 cit., pp. 51-52.

terno di una teoria aritmetica: ciò ingenererebbe l'errata convinzione che si tratti di una verità aritmetica, mentre si è visto che è una verità logica [32]. Al contrario l'inversa, che nel caso dei numeri naturali corrisponde alla legge di cancellazione dell'addizione, non è una verità logica ma aritmetica. Una corretta definizione dell'uguaglianza permetterebbe secondo Padoa, che evidentemente non crede nel programma di ridurre la matematica alla logica, di distinguere tra verità logiche e verità aritmetiche [33].

Eppure proprio la concezione delle funzioni come concetti logici è uno degli elementi di forte vicinanza tra Russell e Padoa, che nel suo scritto *Che cos'è una relazione?* del 1905 aveva difeso Russell contro Poincaré a proposito della natura logica delle relazioni [34]. Non solo, proprio come Russell anche se indipendentemente da lui, Padoa rifiuta le definizioni per

[32] PADOA 1912 cit., p. 52; 1930 cit., pp. 37-38.

[33] PADOA 1930 cit., pp. 37-38: « Il non riconoscere una volta per tutte codesto diritto logico conduce quasi tutti i trattatisti a stabilire caso per caso alcuni presunti diritti algebrici, chiamati 'teoremi generali sulle equazioni'; le cui pretese 'dimostrazioni', in quanto invochino *P* numeriche, altro non sono e non possono essere che 'vaniloqui', mascheranti applicazioni immediate della proprietà sostitutiva (che, forse, meglio potrebb'esser detta operativa). Ad es., non occorre nemmeno conoscere il significato delle scritture '$2x$', '$sinx$', 'x^2', 'x^3', ecc., per sapere che: se '$x=y$', allora '$2x=2y$', '$sinx=siny$', '$x^2=y^2$', '$x^3=y^3$', ecc. Quel che importa di rilevare è che la Logica non conferisce il diritto d'invertire codeste implicazioni, cioè essa consente di scrivere ma non di cancellare indicazioni eguali a destra od a sinistra d'ambo i membri di un'eguaglianza. Soltanto il diritto di cancellazione va esaminato caso per caso e mediante cognizioni estranee alla Logica, ove non si tratti di operazioni logiche. Ad es., delle implicazioni di poc'anzi, è lecito invertire la prima quali che siano i numeri x ed y, la seconda se x ed y sono numeri da '$-\pi/2$' a '$\pi/2$', la terza se x ed y sono numeri positivi, la quarta se x ed y sono numeri reali, ecc. ». Padoa 1930e: 37-38.

[34] Cfr. A. PADOA, *Che cosa è una relazione?*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, XLI, 1905-06, pp. 818-826; cit. pp. 3-4; B. RUSSELL, *Sur la logique des relations avec des applications à la théorie des séries*, RdM, VII, 1901, p. 116; H. POINCARÉ, *Les mathématiques et la logique*, Revue de Métaphysique et de Morale, 13, 1905, pp. 815-835; 14, 1906, pp. 17-34; 294-317.

astrazione. In *Frazioni, relazioni ed astrazioni* Padoa rivendica anzi la priorità della propria idea [35], che è esposta già nel testo di una conferenza tenuta nel 1901 a Livorno. Per canto suo, Russell nei *Principi della matematica* del 1903 rifiuta le definizioni mediante postulati e le definizioni per astrazione, dichiarando che esse « sono unicamente rese necessarie dal rifiuto di Peano di considerare le relazioni come una parte dell'apparato fondamentale della logica, e dalla sua fretta un po' eccessiva nel considerare come un individuo ciò che realmente è una classe » [36].

Come Russell, Padoa preferisce sostituire alla definizione per astrazione il concetto di « astrazione dell'individuo di una classe » [37], introducendo i concetti che oggi chiameremmo di classe di equivalenza e di rappresentante di una classe di equivalenza. Questa differenza rispetto al procedimento di Peano è particolarmente significativa se applicata al caso delle frazioni irriducibili. Già nel 1894 e poi ancora in un articolo del 1917 Peano aveva segnalato un problema relativo alla scrittura dell'eguaglianza tra frazioni. I matematici scrivono « 2/3=4/6 » anche se queste due frazioni non hanno in comune tutte le proprietà, perché la prima è una frazione irriducibile (nominatore e denominatore sono primi tra loro), mentre la seconda non lo è. Peano propone due soluzioni: o si considera che l'essere irriducibile non sia nemmeno una proprietà di una frazione o la si considera al più una proprietà non reale ma formale di una frazione, una proprietà dovuta al simbolismo, come ad esem-

[35] PADOA 1912 cit., p. 258: « Mi si consenta anche di chiarire che l'apparente derivazione generica delle mie idee da quelle del Russell è conseguenza necessaria della conformità sua e mia nel modo di considerare talune questioni logiche [...] ».

[36] B. RUSSELL, *The principles of mathematics*, Cambridge, Cambridge University Press, 1903, p. 112.

[37] A. PADOA, *Dell'astrazione matematica. Concetto ed applicazioni*, in *Questioni filosofiche a cura della Società Filosofica Italiana, Relazioni al II Congresso della Società Filosofica Italiana (Parma 1907)*, Bologna, Chiantore-Formiggini, 1908, pp. 91-104; cit. p. 100.

pio lo stare a sinistra del segno di eguaglianza [38]. Queste soluzioni confermano la tendenza di Peano a considerare l'uguaglianza come una identità relativa, che riguarda solo alcuni aspetti delle frazioni – per esempio solo le proprietà reali. La soluzione proposta da Padoa è di tipo diverso: il concetto di una frazione *a/b* è definito come l'insieme di tutte le coppie di interi che sono proporzionali alla coppia (*a,b*), cioè come la classe di equivalenza della coppia (*a,b*) rispetto ad una relazione equaliforme di proporzionalità. Grazie a questa definizione, tra due frazioni si potrà definire non più solo l'equivalenza (l'identità relativa di Peano) ma anche una vera e propria identità logica: 2/3 e 4/6 infatti rappresenterebbero la stessa frazione in quanto membri della stessa classe di equivalenza [39]. Questo esempio mostra chiaramente il divario tra Padoa e Peano: quest'ultimo difende una concezione relativa dell'identità, mentre Padoa assume che il simbolo di uguaglianza debba avere un'interpretazione fissata in tutti i domini ed è disposto a modificare le definizioni dei concetti pur di garantire la definibilità di un'unica relazione di uguaglianza tra tutti gli enti possibili.

[38] Cfr. PEANO 1918a, *Eguale*, Il Bollettino di matematica. Giornale scientifico-didattico per l'incremento degli studi matematici nelle scuole medie, XV, 1917-18, pp. 195-198.

[39] A. PADOA, *Introduzione alla teoria delle frazioni*, Bollettino della Mathesis, I, 7-9, 1909, pp. 68-72.

18. La famosa terrazza a Cavoretto con la curva di G. Peano

Federico Gobbo *

Pianificare il lessico scientifico internazionale: Peano e Wüster a confronto

1. *Le lingue ausiliari internazionali secondo Peano*

Tra la fine dell'Ottocento e l'inizio del Novecento sorge nella cultura europea l'esigenza di trovare degli standard nella comunicazione internazionale, e in questo contesto si collocano la maggior parte dei progetti di lingue ausiliari internazionali o interlingue, secondo la terminologia dell'epoca, ovvero lingue pianificate su base lessicale paneuropea e con una grammatica semplificata, tra cui vanno citati almeno il volapük, l'esperanto, l'ido e il *latino sine flexione* (LsF) [1]. Quest'ultimo fu proposto proprio da Giuseppe Peano, che riprese un'idea leibniziana di semplificazione del latino ai fini della comunicazione scritta scientifica. L'idea era che, con il solo ausilio di un dizionario di latino e un insieme ristretto di regole grammaticali, qualsiasi dotto potesse usare la lingua per trasmettere le sue idee di ricerca scientifica. Peano infatti lamentava che, se

* *Si ringrazia Detlev Blanke per il supporto bibliografico su Eugen Wüster e la biblioteca del Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano per il supporto bibliografico su Giuseppe Peano.*

[1] U. Eco, *La ricerca della lingua perfetta nella cultura europea*, Bari, Laterza, 1993.

« scrivevano costantemente latino Leibniz, Newton, Eulero, i Bernoulli, e ancora Gauss, Jacobi... poi si cominciò a scrivere nelle lingue nazionali... [oggi] chi lavora al progresso della scienza si trova nell'alternativa o di dover studiare continuamente nuove lingue, ovvero di pubblicare ricerche già note » [2].

L'idea leibniziana fu diffusa in Europa negli ambienti scientifici colti del primo Novecento grazie al lavoro filologico sull'opera del matematico tedesco da parte di Couturat, collega e corrispondente di Peano [3]. Proprio il carteggio con il filosofo e matematico francese mostra il profondo antifondamentalismo di Peano sulla forma che avrebbe dovuto prendere la lingua ausiliaria internazionale. Per Couturat l'adesione all'esperanto prima e all'ido poi sono una questione di fede al limite del fanatismo – che causa tra l'altro la brusca rottura del carteggio tra i due – mentre per Peano la collaborazione di tutti alla riuscita della lingua ausiliaria internazionale è un fatto imprescindibile. Secondo il già illustre matematico, era il metodo scientifico accademico che doveva guidare il confronto tra le diverse lingue ausiliari internazionali in uso ai primi del Novecento, senza partigianismi.

Peano infatti riteneva che *qualsiasi* lingua, anche pianificata, non potesse essere appresa rapidamente ai fini della conversazione, come testimonia una lunga lettera dell'anno 1900 in risposta all'esperantista Méray sulle virtù dell'esperanto, lingua che Peano sicuramente conosceva, seppur superficialmente. Come prova della sua tesi, Peano riportava lo scarso successo dell'insegnamento dell'italiano nelle campagne del Regno d'Italia, profuso oramai da decenni al sorgere del nuovo secolo [4].

[2] C.S. Roero, *I matematici e la lingua internazionale*, Bollettino UMI, La matematica nella Società e nella Cultura 8, 2-A, 1999, pp. 159-182.

[3] Cf. E. Luciano, C.S. Roero, *Giuseppe Peano - Louis Couturat Carteggio (1896-1914)* (a cura di), Firenze, Olschki, 2005.

[4] Cf. C. Minnaja, *Giuseppe Peano e Louis Couturat sullo sfondo della lingua internazionale*, Language Problems Language Planning, 31, 3, 2007, pp. 281-289.

Il punto nodale per Peano è dunque la standardizzazione, diremmo oggi, del lessico internazionale scientifico, più che la forma grammaticale della lingua ausiliaria internazionale. È in questo senso che va letto, a mio parere, lo scrupoloso computo del lessico della lingua di Zamenhof, effettuato da Peano in diverse occasioni: « in editione de 1905 [esperanto] consta ex 2629 radicale et 66 affixo » [5]. Questi numeri sono ritenuti insufficienti per i fini di comunicazione scientifica che la lingua ausiliaria internazionale si prefiggeva. A riprova di questo, nella prefazione a un vocabolario italiano-esperanto, datata 18 novembre 1921, Peano scrive:

« il vocabolario dell'Esperanto, anno 1887, e quello più completo del 1905, detto *Fundamento*, sono troppo piccoli, e mancano di molte parole internazionali. Più ricchi sono quelli pubblicati dagli esperantisti moderni. Fra questi merita menzione speciale il presente vocabolario del prof. Meazzini. Per esempio, la prima colonna della pag. 17 contiene le parole *disko, diskuti, dispepsio, distanco, ditirambo, divizio, doktoro, doktrino, dokumento*, ecc... Con questo processo di arricchimento successivo del vocabolario, processo suggerito dallo stesso Zamenhof, i vocabolarii delle varie forme di lingua internazionale vanno avvincinandosi, e fra breve l'avvento della lingua internazionale, grazie al lavoro di tutti, sarà un fatto compiuto » [6].

La ricerca di Peano è quindi sostenuta da un atteggiamento di aperto pragmatismo, che privilegia non tanto la semplicità morfologica e sintattica quanto l'immediata leggibilità della lingua da parte dei colti di cultura europea.

[5] G. PEANO, 1915b, *Vocabulario commune ad Latino-Italiano-Français-English-Deutsch pro usu de interlinguistas*, Cavoretto-Torino, Academia pro Interlingua, 1915, p. IX.

[6] G. PEANO, 1922h, *Prefazione*, in G. MEAZZINI, *Novo Vocabolario Esperanto-Italiano, con prefazione di G. Peano*, S. Vito al Tagliamento, Paolet ed., 1922, p. 1.

2. *Il programma di linguistica sintetica di Wüster*

Pur condividendo con Peano le finalità di pianificazione lessicografica, negli stessi anni Eugen Wüster intraprende una strada diversa e per certi versi complementare a quella del matematico italiano. Il Wüster, ingegnere austriaco, intraprende una ricerca di pianificazione del corpus linguistico internazionale a partire dall'esperanto [7]. A tal scopo dal 1917 redige un dizionario enciclopedico di esperanto che vedrà la pubblicazione solo nel 1931, dove spiega il suo intento programmatico terminologico ed esperantologico insieme. Con l'opera dal titolo *Internationale Sprachnormung in der Technik* Wüster intendeva portare a compimento la descrizione metodologica della sua grandiosa sistematizzazione lessicografica del lessico tecnico-scientifico. Il pubblico dell'ingegnere austriaco era più vasto di quello del matematico italiano: Peano intendeva la lingua ausiliaria internazionale come lo strumento per pubblicare ricerca scientifica d'avanguardia, mentre Wüster intendeva raffinare il lessico dell'esperanto per la letteratura tecnica-scientifica, dalla matematica ai manuali di istruzione dei macchinari; il punto focale della sua ricerca era aumentare al massimo la trasparenza nella produttività linguistica in un ambito naturalmente propenso a creare neologismi. Le lingue pianificate erano per l'ingegnere austriaco il culmine naturale degli studi terminologici proprio per la loro tendenza alla regolarità, ed erano dunque la base per produrre una terminologia tecnico-scientifica internazionale ad uso di tutti. Wüster parte dai fondamenti strutturali dell'idioma iniziato da Zamenhof da un lato e dal corpus di lingua viva dall'altro, allo scopo di estrarre una metalingua in cui ci sia una tendenziale isomorfia tra *Begriffsform* (forma delle idee, significato) e *Wortform* (forma della parola, significante).

[7] D. Blanke, *Eugen Wüster (1898-1977). Leben und Werk. Ein österreichischer Pionier der Informationgesellschaft. His Life and Work. An Austrian Pioneer of the Information Society*, Proceedings of the Int. Conf. *Terminology Science and Planned Languages*, vol. 1, Wien, International Information Centre for Terminology, 1998, pp. 133-168.

Era questo il programma di « linguistica sintetica » lanciato daWüster, dove la lingua viene considerata non come un sistema determinato a priori né come un frutto naturale di un ineluttabile percorso storico, ma come un oggetto costituito di regole coerenti all'interno del sistema, e che getta le basi della moderna pianificazione linguistica [8]. Molti contemporanei discernevano sulla forma grammaticale della lingua ausiliaria internazionale, di fatto non usandola: come si fa a parlare se non si è d'accordo, per esempio, su come si forma il plurale? Wüster, invece, – come Peano – avendo scelto la forma, cioè l'esperanto, si porta su uno stadio più avanzato, la pianificazione del corpus linguistico. La sua ricerca lo porta a distinzioni sottili utilissime nel contesto tecnico-scientifico: per esempio, per 'redazione', si distingue l'organismo (*redakcio*) dal luogo fisico (*redaktejo*), grazie al suffisso derivazionale di luogo -*ej*-. Per contrasto, si pensi ai progetti di lingue ausiliarie derivate dal latino, dove esistono due radici verbali supplettive, *redig*- e *redact*-, entrambe ambigue, di cui diventa oggettivamente difficile stabilire una priorità. Peano, dal canto suo, non se ne preoccupava troppo: la base lessicale del LsF era il latino *tout court*, con tutte la sua ricchezza, supplettività delle radici compresa. Wüster comunque era consapevole che le sue regole dovevano essere osservate *prima facie*: dove la derivazione avesse portato a una costruzione in contrasto con la lingua viva, quest'ultima avrebbe prevalso. Per esempio, *antaŭurbo* (lett. « avan-città », sobborgo) anziché *antaŭurbaĵo.* In effetti, nell'esperanto odierno la forma *antaŭurbo* è attestata, mentre la forma scaturita dalle regole di Wüster rimane una mera curiosità storica.

[8] D. Samain, *Wüster et la question de l'espéranto*, Colloque Int. *Eugen Wüster et la terminologie de l'Ecole de Vienne*, Université Paris 7, February 2006, Laboratoire d'Histoire des théories linguistiques et la Société d'Histoire et d'Epistémologie des Sciences du Langage.

3. *Il carteggio Peano-Wüster*

Un primo confronto tra Peano e Wüster può essere effettuato attraverso il loro breve carteggio (dodici missive di Wüster, tre di Peano) avvenuto tra il 1923 e il 1930, a commento delle spedizioni delle rispettive opere in campo interlinguistico [9]. Nel 1923 Wüster infatti ringrazia per la spedizione delle due edizioni del 1909 e del 1915 del *Vocabulario Commune* di Peano, mentre analogamente Peano aveva ricevuto il primo volume dell'*Enciklopedia Vortaro* di Wüster. Peano effettua una recensione di quest'opera, e il collega ringrazia, pur notando che:

« il mio vocabolario intende essere nulla di più di uno specchio fedele e sistematico dell'esperanto nella maniera in cui lo usano i suoi autori migliori. Non ci sono pertanto "nuove parole" » [10].

Il differente orizzonte di ricerca dei due interlinguisti è già evidente. In quell'anno Peano invita Wüster a prendere parte alla Academia pro Interlingua (ApI), ma quest'ultimo rifiuta con la seguente motivazione:

« ammiro la sagace semplicità con cui il vostro armonioso latino sine flexione viene derivato dalla forma antica. Condivido pienamente con voi l'opinione che solo la comune collaborazione oggettiva e scientificamente tollerante dei veri interlinguisti potrà far risultare la forma definitiva della lingua internazionale. Per esempio, saluterei con molta gioia l'esistenza di un archivio nazionale per siffatta scienza. Tuttavia chiedo di non iscrivermi tra i membri dell'ApI, poiché malgrado i suoi statuti mi sembra troppo intimamente legata con una sola forma particolare di interlingua (L.s.fl.) » [11].

[9] C.S. Roero, N. Nervo, T. Armano (a cura di), *L'Archivio Giuseppe Peano*, CD-ROM N. 2, Torino, Dipartimento di Matematica, 2002, cartella Wüster.

[10] E. Wüster a G. Peano, Berlin 6.10.1923, Nr. 101719, Cartella Wüster, in Roero, Nervo, Armano 2002 cit. Le citazioni di Wüster sono qui da me tradotte dall'esperanto.

[11] E. Wüster a G. Peano, Berlin 23.8.1923, Nr. 101722, Cartella Wüster, in Roero, Nervo, Armano 2002 cit. Traduzione mia dall'esperanto.

Peano deve aver cercato di convincere Wüster a cambiare idea, perché, sempre nel 1923, il collega ripete il diniego ringraziando per l'onore mostratogli. Nel 1927 a Peano giunge il secondo volume dell'opera dell'ingegnere austriaco, al quale dedica una stringata recensione. Lettala, Wüster gli scrive che l'editore Ferdinand Hirt & Sohn probabilmente non gli avrebbe spedito il terzo volume, perché la recensione sarebbe stata a suo dire troppo scarna, e il volume molto costoso (circa 30 dollari, all'epoca). Forse per evitare una reazione sgradita al collega, Wüster aggiunge che il volume è stato negato anche a prestigiosi istituti quali la biblioteca di stato prussiana e la biblioteca nazionale austriaca.

Comunque, a differenza del più noto e controverso rapporto con Couturat, la stima tra i due studiosi rimane immutata nel tempo. Per riparare alla mancata spedizione del terzo volume dell'enciclopedia, nel 1927 Wüster promette la spedizione di un'altra sua opera, *Zamenhof-Radikaro*, uno studio lessicografico delle radici usate da Zamenhof, poiché gli avrebbe permesso « di constatare storicamente la grande penetrazione delle radici internazionali in Esperanto », per contrasto con i dizionari più moderni. Nel 1930 Wüster chiede a Peano lumi sul rapporto della commissione della Società italiana per il progresso delle scienze, istituita nel 1921 per studiare la questione della lingua ausiliaria internazionale. Peano infatti ne aveva fatto parte. Quell'anno ci fu un acceso dibattito tra le società per il progresso scientifico delle diverse nazioni, a seguito della petizione a favore dell'esperanto presso la Società delle Nazioni. La petizione fallì nel 1922 per l'opposizione della Francia, nonostante il rapporto positivo sullo stato della lingua scritto dal vicesegretario Nitobe Inazo. Peano consiglia al collega di farsi spedire gli atti della riunione numero dodici avvenuta a Catania nel 1923. Dal tono della lettera, sembra che ritenga conclusa la vicenda della commissione, a distanza di nove anni. Peano non sembra avere molta fiducia nelle istituzioni e nei politici: il suo pubblico sono gli uomini di scienza. In ogni caso Wüster ringrazia, promettendo la spedizione del quarto volume della sua enciclopedia, con la preghiera di recensirlo: « se

non uscirà una recensione, dovrò pagare il libro io stesso (15 marchi)». L'ultima missiva rimastaci è di Peano, in cui il matematico piemontese lamenta la mancanza della terza parte dell'opera per poter scrivere la recensione promessa. Ma Peano entra anche nel merito: «vocabulario de Vos es multo plus interessante, se Vos ha origine de vocabulos... per exemplo: *abako* (en L. abaco, ...); *abato* (en L. abbato...)» (corsivi miei). Appare evidente che gli aspetti etimologici per Peano sono centrali nella scelta del lessico e della forma della lingua ausiliaria internazionale.

4. *Caso-studio: il lessico matematico esperanto*

La struttura dell'esperanto ha sia la possibilità, auspicata da Peano, di assorbire nel proprio lessico come un tutt'uno le radici cólte greche, in uso nel lessico scientifico, quanto quella di scomporre il significato in elementi atomici e ricomporlo, sfruttando le potenzialità morfologiche, come voleva Wüster. Si pensi ad esempio alla parola 'geografia': già il grande italianista ed esperantologo Bruno Migliorini notava che l'esperanto può acclimatarla sia come *geografio*, secondo la strada di Peano, seguita da lingue il cui lessico colto è derivato dal greco come il francese o l'inglese, sia come *terscienco*, seguendo Wüster, come nel tedesco *Erdkunde*, nel ceco *zemepir* o l'ungherese *földrajz* [12].

A un secolo di distanza, quale strada è stata percorsa dall'esperanto nel suo lessico scientifico? Quella di Peano o quella di Wüster? Non è possibile dare una risposta esaustiva a questa domanda in poche pagine; è però possibile offrire delle indicazioni attraverso la disamina del dizionario matematico in otto lingue (ceco, francese, inglese, polacco, russo, tedesco, ungherese, con l'esperanto come lingua-ponte) pubblicato nel 2003 a cura di Marc Bavant. Quest'opera, corredata di un'ampia introduzione esplicativa, sussume tutti i dizionari speciali-

[12] B. MIGLIORINI, *Lingvaj aspektoj de Esperanto*, Pisa, Edistudio, 2006.

stici esperantologici pubblicati precedentemente, compreso l'imponente lavoro di Wüster, limitatamente all'ambito matematico [13]. Per evidenti motivi di spazio, l'analisi è limitata a una decina di esempi del lessico matematico, sicuro punto in comune del lavoro dei due interlinguisti.

La Tabella 1 mostra gli esempi in analisi. Le prime quattro colonne coprono le lingue del *Vocabulario Commune* del 1915 [14]; ove ci fossero delle discrepanze con il vocabolario di Bavant, viene data prima la forma del 1915, poi quella del 2003 separate da barra (/). Le forme parallele indicate da un singolo autore sono state separate invece con barra verticale (|). Le forme contrassegnate dall'apice (^{p}) sono non attestate ma proposte, secondo una convenzione consueta in lessicografia. Gli omonimi di *complemento* e *tangente* sono contrassegnati da un'apice numerico. I corsivi sulle voci nazionali di *adde* sono originali di Peano [15].

Le ultime tre colonne riproducono le traduzioni corrispondenti in ceco, ungherese ed esperanto, dal vocabolario di Bavant. Si è scelto il ceco, in quanto lingua slava e dunque indoeuropea, e l'ungherese, in quanto lingua non indoeuropea, come lingue di controllo. L'intento è quello di mostrare la distanza tra i termini scientifici in termini di leggibilità.

Si nota in generale una propensione di Peano a privilegiare le forme latineggianti, coerentemente con la sua impostazione. Per esempio, le versioni tedesche e francesi di 'addizionare' date da Peano sono più vicine al prototipo latino di quelle fornite da Bavant. E da notare che il vocabolario di Peano contiene nell'introduzione anche la grammatica, mostrando in lingua come il LsF sia vicino alle lingue di cultura europee (italiano, francese, inglese e tedesco). Questa caratteristica permette quindi di costruire neologismi per retroderivazione, seguendo le regole. Vediamo due esempi: 'suriezione' e 'valore proprio'.

[13] M. BAVANT, *Matematika vortaro kaj oklingva leksikono*, Dob¡richovice (Prago), Kava-Pech, 2003.

[14] PEANO 1915b cit.

[15] PEANO 1915b cit., p. 2.

Tabella 1:
Confronto tra i vocabolari interlinguistici di Giuseppe Peano (1915) e di Marc Bavant (2003)

LsF 1915	*italiano*	*tedesco*	*inglese*	*francese*	*ceco*	*ungherese*	***esperanto***
adde	addizionare	addieren / hinzufügen	to add	additionner / ajouter	sčitat	összead	**adicii**
coincide	coincidere sich decken | übereinstimmen	coincidieren /	coincide shodovat se | koincidovat	coïncider	splývat |	egybeesik	**koincidi**
complemento ^{1}	complemento ^{1}	Komplement ^{1} | Komplement-winkel	complement ^{1} / complementary angle	complément	doplňkový úhel	kiegészitő szög	**komplemento** ^{1}
complemento ^{2}	complemento ^{2}	Komplement ^{2} | Komplementär--menge	complement ^{2} / complementary set	complémentaire	doplňek množiny	komplementer halmaz	**komplemento** ^{2}
complemento ^{3}	complemento ^{3}	Komplementärraum | Supplementärraum	complement ^{3}	supplémentaire prostor	doplňokový altér	kiegészitő	**komplemento** ^{3}
lineare	liniare	linear	linear	linéaire	lineárni	lineáris	**lineara | linia**
surjectione	suriezione	Surjektion	surjection | onto function	surjection | application surjective	surjekce | surjektivni zobrazeni	szürjekció | ráképezés	**surjekcio**
tangente ^{1}	tangente ^{1}	Tangens	tangent	tangente	tangens	tangens	**tangento**
tangente ^{2}	tangente ^{2}	Tangente	tangent ^{2}	tangente ^{2}	tečna	érintő	**tanĝanto**
valore proprio ^{p} | **valore Eigen** ^{p}	autovalore	Eigenwert	eigenvalue	valeur propre	vlastni hodnota	sajátérték	**ajgenvaloro | ajgeno**

La parola 'suriezione', sinonimo di *applicazione suriettiva*, in inglese *surjective mapping*, evidentemente non compare nel *Vocabulario* del 1915. È comunque retroderivabile con facilità da *ab*, *abjectione* e *-tione.* È stupefacente che tra le forme di citazione compaiano anche primi e secondi elementi come appunto *ab* e *-tione* (compreso il trattino!), approccio lessicograficamente avanzatissimo per l'inizio del Novecento. Non è dunque esatto sostenere che Peano non si fosse curato della produttività linguistica, cosa che gli è stata faziosamente rimproverata da certa stampa esperantista di mezzo secolo: Peano semplicemente seguiva un principio diverso, un rigoroso principio etimologico. A volte il LsF risulta più produttivo dell'esperanto. Per esempio, nell'esperanto *koincid-i* il pseudoprefisso *ko-* non è separabile come il suo progenitore latino *co-*, che sopravvive in italiano, francese, inglese, e anche tedesco nella forma *co-incid-*.

È pur vero che il LsF preferisce le forme nominali analitiche a quelle sintetiche, probabilmente su influenza del sostrato francese. Mi sembra quindi legittimo retroderivare a posteriori la voce *valore proprio* ^{p}, entrambi presenti nel *Vocabulario*[16]. Facendo un esperimento mentale, se il LsF fosse stato usato continuativamente, come negli auspici del matematico piemontese, avremmo potuto avere forme etimologicamente miste come *valore Eigen* ^{p}, o forse addirittura *Eigen valore* ^{p}, su influenza dell'inglese. Queste forme sarebbero accettabili a patto di far cadere i diktat del primato etimologico del latino, a favore di una posizione più aperta, almeno verso le radici germaniche come *Eigen.* Ma questo discorso si pone al di fuori dell'orizzonte interlinguistico di Peano. Per contrasto, si veda come l'esperanto tipicamente predilige un conio etimologicamente misto, come *ajgenvaloro*, un po' germanico, un po' romanzo, sul modello dell'inglese.

Paradigmatico il caso della parola 'tangente'. Il LsF definisce *tangente* come « (linea) que tange curva »[17], mentre l'espe-

[16] PEANO 1915b cit., p. 471, 617.

[17] PEANO 1915b cit., p. 579.

ranto attua una distinzione sottile. Difatti, la parola *tangento*, sempre riferita a un angolo, indica il quozione del suo seno per il suo coseno, mentre *tanĝanto*, sempre riferita a una curva o superficie, indica una retta ad essa tangente. In questo caso, l'esperanto raccoglie la griglia semantica del tedesco, più precisa delle lingue neolatine e di quelle lessicalmente latinizzate, come l'inglese: il tedesco distingue rispettivamente tra *Tangens* e *Tangente* [18]. Si noti come la forma tedesca *tangens* sia penetrata in ceco e ungherese.

Naturalmente, non sempre l'esperanto esige un grado di precisione così alto. Ne è esempio la parola 'complemento', che al primo significato si riferisce agli angoli, al secondo agli insiemi e al terzo al sottospazio vettoriale. Il LsF e l'esperanto non distinguono i tre concetti con tre parole diverse, mentre l'italiano, il francese, l'inglese e il tedesco permettono diverse strategie. Viceversa, il ceco e l'ungherese distinguono nettamente i tre concetti in ogni caso.

5. *Conclusioni*

Una decina di esempi possono essere considerati semplicemente un'indagine esplorativa. Purtuttavia, mi sembra si possa affermare che il lessico matematico dell'esperanto segue entrambe le strade previste da Peano e Wüster. In altri termini, la strada dell'assimilizzazione del lessico colto (Peano) e quella della produttività per composti innovativi (Wüster) sono in esperanto non opposte ma piuttosto complementari e parallele.

[18] Bavant 2003 cit., p. 120.

Carlo Minnaja, Laura Gilda Paccagnella *

La scuola di Peano nella visione critica di Bruno Migliorini

1. *Interlingua, interlinguistica, il* Latino sine flexione *e la scuola di Peano*

Il termine « interlingua » inteso come nome comune, lanciato da Giuseppe Peano, ha dapprima un significato generico: lingua artificiale con scopi di comunicazione internazionale. Prenderà poi il significato di alcuni specifici progetti, tra i quali proprio il *latino sine flexione* (Lsf) di Peano, proposto nel 1903 sul numero 3 della rivista *Revue de Mathématiques*, e che assumerà il nome di *interlingua* nel 1909.

Solo per fissare una cronologia delle lingue universali [1] pianificate più note comparse durante la vita di Peano e sulle

* *Si ringraziano la Biblioteca Nazionale di Esperanto presso l'Archivio di Stato di Massa, l'Archivio storico dell'Università Ca' Foscari di Venezia, il Liceo « Marco Polo » di Venezia, il Centro per la Storia dell'Università di Padova, il prof. Paolo Migliorini, il sig. Vito La Colla e la famiglia della sig.ra Miriam Ceci Neva per la cortese messa a disposizione di documenti.*

[1] Singolare l'evoluzione del termine, che è passato da « lingua universale » a « lingua mondiale » e poi a « interlingua ». Si può vedere in questo una evoluzione degli scopi: il più generale ed affascinante è l'abbracciare tutti i popoli e tutti i concetti, scopo che poi si ridimensiona nell'abbracciare tutti i popoli del mondo, ma su una gamma più ristretta di argomenti, fino al termine « interlingua » che si limita ad indicare un mezzo di comunica-

quali nasceranno studi, confronti e polemiche citiamo il *volapük* (1878) dell'abate tedesco Johann Martin Schleyer (1831-1912), l'*esperanto* (1887) dell'oculista ebreo Lejzer Ludwik Zamenhof (1859-1917), l'*ido* (1907) del filosofo francese Louis Couturat (1868-1914), l'*occidental* (1922; dal 1947 prende il nome di *interlingue*) del matematico balto-tedesco Edgar von Wahl (1867-1948; si firmerà spesso «de Wahl») e il *novial* (1928) del linguista danese Otto Jespersen (1860-1943). Tranne il pioniere Schleyer, gli autori sono nati tutti nell'arco di un decennio.

In una classificazione approssimativa delle lingue pianificate si possono considerare due estremi: le lingue *a priori*, consistenti in vocaboli e regole grammaticali scelti senza che vi sia un concreto aggancio alle lingue reali, e le lingue *a posteriori* o *naturalistiche*, in cui i vocaboli sono presi il più possibile da lingue esistenti, e le regole grammaticali sono quasi inesistenti in quanto già filtrate dalle lingue di origine. Intermedie tra questi due estremi si collocano le lingue *miste.* Lingue a priori sono ad esempio la *lingua filosofica* (1661) dello scozzese George Dalgarno (1626-1687), che si basa su una classificazione di concetti, ai quali sono associate arbitrariamente lettere maiuscole e minuscole, oppure il *solrésol* (1817) del francese Jean François Sudre (1787-1862), che si basa sull'universalità delle note musicali (peraltro, universalità soltanto nel mondo occidentale); oppure ancora progetti del tutto teorici ma mai sperimentati, come quelli proposti da Leibniz (1646-1716) o da

zione tra popoli di lingue diverse. Con un certo ritardo di tempi e il tramonto del concetto di nazione come indicativo di un solo popolo si può notare anche l'evolversi del termine «lingua nazionale» in «lingua etnica». Rimase ancora a lungo, e in parte permane tuttora, il concetto romantico di «lingua naturale» opposto a quello di «lingua artificiale», opposizione artificiosa che in Italia ha avuto un esponente in Gramsci; attualmente, essendosi riconosciuto, anche per merito di Bruno Migliorini, che tutte le lingue sono il risultato di interventi dell'uomo più o meno coscienti e quindi il concetto di «artificialità» come caratterizzante le lingue ad alta pianificazione non è più adeguato, si usano preferibilmente i termini «lingua etnica» e «lingua pianificata».

Giusto Bellavitis (1803-1880)[2]. Una lingua quasi del tutto a posteriori è proprio il Lsf, che i suoi elaboratori vantano come priva di grammatica e proveniente totalmente da una lingua esistente, il latino. Le lingue citate precedentemente sono invece tutte del tipo misto, con maggiore tendenza al modello *a priori* come il *volapük*, oppure al modello *a posteriori*, come l'*occidental.*

La grande scelta tra le due tendenze si collega anche al tipo di uso e di destinatari per i quali la lingua era progettata. Una lingua a posteriori fortemente basata sul latino privilegiava una comunicazione ristretta ad un pubblico colto e ad argomenti per lo più scientifici e, come vedremo, fortemente ristretta ad un uso scritto; una lingua con regole grammaticali semplici e prive di eccezioni, che diminuissero fortemente il numero di radici del lessico tramite regole costanti di derivazione, era invece destinata ad un uso più generale anche parlato. Un altro aspetto su cui verranno viste le caratteristiche di queste lingue pianificate e sul quale verterà una gran parte della polemica tra i fautori dell'una o dell'altra, sarà la cosiddetta « comprensibilità immediata », locuzione che indicava la possibilità (o dava l'impressione) di una facile comprensione di un testo scritto senza uno studio preventivo della lingua.

Consideriamo noto in questa sede il sistema di elaborazione del Lsf: i vocaboli, sia primitivi che derivati, sono tutti provenienti da radici latine, la flessione quasi non esiste sostituita da preposizioni; il plurale è unico con desinenza –*s*, peraltro da usarsi solo quando non sia già evidente che si tratta di un plurale; l'attributo resta invariabile; i tempi futuri o passati di un verbo sono espressi tramite una voce unica corredata da avverbi di tempo, le voci verbali passive sono volte in attive.

Difficile è classificare quale sia stata la « scuola di Peano » per quanto riguarda l'interlinguistica. Le riviste di cui egli fu il

[2] Sul progetto di Bellavitis cfr. C. Minnaja, *L'università di Padova e la lingua internazionale*, Quaderni per la storia dell'Università di Padova, 40, 2007, pp. 67-110 e l'articolo di Canepa in questo volume.

direttore o il principale ispiratore, largamente aperte a tutti gli interessati, accoglievano di principio contributi scritti in una qualsiasi lingua pianificata. In *Discussiones* è apparsa una miriade di progetti continuata, sia pure con minore intensità, in *Schola et Vita*, dove hanno scritto in Lsf oltre 150 autori [3]. I più assidui sono van Aken, Canesi, Natucci e Mastropaolo, seguiti da Szilágyi, Cassina e Cavallaro. Un quarto circa dei contributi riguardava l'interlinguistica, e sono apparsi articoli scritti sia in lingue rimaste allo stato di progetto oggi del tutto dimenticate, come *ro*, *meso*, *quosmiani*, *nepo*, *uniti langue*, *latinesco*, come anche in lingue pianificate che hanno ancora oggi dei fautori (*novial*, *ido*). In Lsf pubblicano insigni scienziati come i matematici italiani Levi-Civita, Fantappié, Enriques, Cipolla, Loria, Beniamino Segre; assai scarsi invece i contributi letterari, sia originali che tradotti. Non è invece un caso che quasi nessun contributo alle riviste di Peano sia in esperanto, che pure era (ed è tuttora) la lingua pianificata più diffusa: per quanto a livello personale non siano mancate collaborazioni anche intense, gli esperantisti come comunità hanno sempre considerato con una certa ostilità i fautori di altre lingue internazionali, e peraltro il numero di periodici in esperanto era piuttosto ampio, tanto da rendere non necessaria l'utilizzazione di riviste redatte in Lsf.

Un accenno va fatto alla *Academia pro Interlingua* (A.p.I.) [4]. Nel 1887 durante il secondo congresso internazionale dei volapukisti a Monaco di Baviera fu fondata la *Kadem bevünetik volapüka* (Accademia internazionale di *volapük*) con lo scopo di apportare riforme alla lingua. Di tali riforme si discute lungamente, Schleyer vuole mantenere il suo diritto di veto a modifiche e nel 1890 liquida l'Accademia stessa, fondan-

[3] L'indice completo si trova in E. LUCIANO, C.S. ROERO, *Cronologia della vita e degli scritti di G. Peano*, Torino, Dip. Matematica, 2008, pp. 97-127.

[4] Una breve storia delle vicissitudini e trasformazioni dell'A.p.I. appare, a firma di Peano, sul primo numero di *Discussiones*, 1.8.1909 e poi è sinteticamente ripetuta in più numeri successivi.

done un'altra che si limita all'approvazione delle decisioni di Schleyer e che scompare di fatto nel 1893. I membri rimasti dell'accademia originaria, sotto la direzione dell'ingegnere russo V. Rosenberger, abbandonano la base del *volapük* e si spostano verso principi molto più naturalistici: nel 1893 l'Accademia produce una lingua fortemente diversa, molto più *a posteriori*, l'*idiom neutral*, che diventa la lingua ufficiale dell'Accademia stessa, la quale cambia il proprio nome in *Akademi internasional de lingu universal.* Di tale istituzione diventa direttore nel dicembre 1908 Giuseppe Peano, che sente fortemente la continuità con l'accademia volapukista originaria, ma è anche fautore di una profonda innovazione. L'accademia non è più, di principio, propagatrice di una lingua specifica, ma è la palestra dove si incontrano tutti gli adepti dell'idea di una lingua pianificata, ciascuno con il proprio progetto. Lo statuto del 1910 recita: « Academia es societate inter fautores de lingua internationale ». Tale lingua internazionale generica prende il nome di *interlingua*, l'accademia diventa *Academia pro Interlingua* ed acquisisce come lingua ufficiale il Lsf, ma *omne socio de Academia pote adopta forma de Interlingua que illo prefer.* Peano inizia la pubblicazione di un bollettino ufficiale dell'accademia la cui parte preponderante è una rubrica aperta a tutti i lettori, dal titolo *Discussiones*, nella quale si discute, appunto, di lingua internazionale, di cambiamenti, di nuove proposte, di variazioni di pronuncia. Per sottolineare la continuità, il bollettino esce nel 1909 con il titolo *Academia pro Interlingua* classificandosi all'anno XXII dalla fondazione dell'Accademia, e la rubrica *Discussiones* porta il n. 1. Ogni numero successivo riporta anche altre attività dell'A.p.I., come l'acquisizione di nuovi soci, il rendiconto di cassa, la lista di pubblicazioni riguardanti lingue pianificate, i successi del diffondersi del Lsf. L'affermarsi della periodicità regolare della pubblicazione e del Lsf come lingua di redazione crea delle identificazioni: *Discussiones*, nata come rubrica del bollettino, viene solitamente, e oramai definitivamente, considerata nelle bibliografie come titolo di una rivista di per sé, e il Lsf viene considerata la *interlingua* per antonomasia, tanto che la storiografia

registrerà poi il 1909 come anno del cambiamento di nome da Lsf a *interlingua.* Scrive Peano:

« ex varietate de auctores et de nomen differente non seque existentia de plure lingua internationale, sed de plure stylo de idem lingua. Omni homo que lege uno systema, pote lege omni alio, intelligibile ad lectore que cognosce uno ex linguas L.A.F.H.I.P. [5]. Varietate es quaestione de gustu ».

Considerando che proprio quegli anni vedevano un aspro dissenso e reciproche accuse tra sostenitori dell'*esperanto* e dell'*ido*, l'aria di tolleranza e di concordia che si respira in *Discussiones* appare veramente positiva. L'A.p.I. interrompe le sue pubblicazioni per gli eventi bellici nel 1914 e le riprende con le Circolari nel 1921, che non riportano più discussioni linguistiche (e infatti non compare più la rubrica *Discussiones*), bensì solo l'attività dell'Accademia e recensioni sulle nuove pubblicazioni. Notevole comunque la diffusione della cultura interlinguistica operata tramite l'A.p.I.: spesso l'autore di un nuovo progetto distribuiva gratis ai consoci (tra i 200 e i 300) le sue pubblicazioni.

Numerosi sono stati i progetti successivi che si sono ispirati al Lsf ed elaborati da studiosi orbitanti attorno a Peano stesso; tra questi segnaliamo il medico Giuliano Vanghetti (1861-1940) che elaborò il *latin-esperanto* e il *latin-ido* (entrambi nel 1911), tentativi di portare l'*ido* e ancor più l'*esperanto* verso il filone di fonte latina su cui è modellato il Lsf. Quasi contemporaneo è Ugo Basso, importante sia per il suo periodico *Revista Universale*, che esce a Bordighera dal 1911 al 1914, sia per il suo *Manuale pratico di Interlingua* (1913) e sia infine per il *Vocabulario internationale Interlingua-english-français-italiano* (1913), che resta per parecchi anni un vocabolario di riferimento per il Lsf [6]. Ugo Basso elaborò anche un

[5] Latino, inglese, francese, spagnolo, italiano, portoghese.

[6] In *Revista Universale*, IV, 40, 1914, pp. 78-79 è apparso, a firma di Peano, un commosso ricordo dell'autore dell'*ido*, il filosofo francese Louis

suo progetto, *latino internationale* (1912), fortemente ispirato al Lsf; una seconda versione del progetto, elaborata nello stesso anno dal belga Jules Meysmans, prende il nome di *interlatino.*

Dénes Szilágyi (1912-2007), deceduto recentemente a Monaco di Baviera, all'età di 95 anni, può essere classificato come l'ultimo dei discepoli diretti di Peano, con il quale ebbe una significativa corrispondenza. Szilágyi si interessa dapprima dei motivi psicologici che spingono uno studioso a creare un progetto di lingua internazionale; a quindici anni studia l'*esperanto*, quindi l'*ido* e l'*occidental.* Nel 1928, appena sedicenne, fonda a Budapest un'istituzione interlinguistica, intitolata *Ufficium interlinguisticum Budapestiense*, che in dicembre pubblica una circolare con il titolo in tedesco *Bericht des Interlinguistischen Amtes zu Budapest*, il cui l'indirizzo era: *Ungarische Vertretung der Academia pro Interlingua und der Occidental-Union.* Tale circolare dal 1929 assume il titolo *Communicationes* e poi, dal numero di luglio, il sottotitolo *Libelli pro historia et scientia interlinguarum.* La lingua di redazione è il latino (quasi) classico, il titolo evidentemente ricalca *Discussiones*, ed è da notare il plurale « interlinguarum »: Szilágyi si dichiara del tutto neutrale rispetto ai vari progetti (« Io mi occupo del problema delle lingue artificiali come un ateo si occupa dello studio delle diverse religioni »). Appaiono otto numeri dal 1928 al 1930 per un totale di 106 pagine [7].

La corrispondenza tra Szilágyi e Peano, di cui ci restano una ventina di lettere in Lsf tra la fine del 1928 e la metà del 1931, mostra un sincero sostegno di Peano alle iniziative di Szilágyi, che però non ottengono successo. Szilágyi aveva lanciato l'idea di una *Societate Pirro*, che aveva lo scopo di pro-

Couturat, perito in un incidente stradale. Il necrologio è ricordato in E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Giuseppe Peano - Louis Couturat. Carteggio (1896-1914)*, Firenze, Olschki, 2005, pp. 227-229.

[7] Una pregevole sintesi dell'interlinguistica in Ungheria è in I. SZERDAHELYI, *La hungara modelo en interlingvistiko*, in I. SZEERDAHELYI, *Miscellanea interlinguistica*, Tankönyvkiado, Budapest, 1980, pp. 14-98.

muovere lo studio sistematico dell'interlinguistica [8]. La società tuttavia era concepita come un'accademia, in quanto il numero massimo previsto era di dodici membri. L'idea principale (*penso eminente*) era la creazione di un'enciclopedia interlinguistica. Szilágyi stesso scrive a Peano nel 1930 che de Wahl e Jespersen sono contrari al suo progetto e dichiara che un accordo tra loro per una lingua internazionale unica è quasi impossibile. Nel bollettino di Szilágyi sono presentate molte attività interlinguistiche e sono recensiti libri sul tema. Tra l'altro vengono presentati numerosi nuovi progetti di lingua internazionale che fiorivano in quel periodo: *romanal*, *novial*, *novam*, *meso*, *cosman*, *nov-esperanto*, *nov latin*, *neolatino*, *uniti langue*, *nepo*, *ixracab*. Szilágyi è pienamente aderente allo spirito di Peano, da tempo estraniatosi dal problema di quale fosse la migliore lingua internazionale artificiale, dal problema della sua diffusione e da lotte tra i fautori dei vari progetti [9].

A Szilágyi si deve il considerevole sforzo di raccogliere gli ideatori e sostenitori di vari progetti di lingua internazionale per fondare l'interlinguistica come scienza, in primo luogo costruendone una terminologia unificata. Il termine « interlinguistica », lanciato da Meysmans nel 1911, era inteso come nome di una disciplina in evoluzione il cui compito era costruire una interlingua. Szilágyi invece concepisce l'interlinguistica come uno studio comparato di tutti i prodotti di interlingua e anche come confronto con quegli studiosi che invece concepivano la

[8] Jean Pirro (1831-1886), francese di origine tedesca, lanciò la *Universal-Sprache* nel 1868. Alcune caratteristiche, come certi participi, l'invariabilità per numero delle forme verbali e i numerali, sono presenti nell'*esperanto* uscito venti anni dopo, per quanto non appaia nelle varie biografie di Zamenhof una sua conoscenza dell'opera di Pirro. La lettera con cui Szilágyi comunica a Peano la sua idea di fondare la società è del 23.2.1930.

[9] Nel libro bilingue esperanto-tedesco, V. BARANDOVSKÁ-FRANK, *La latina kiel interlingvo - Latein als internationale Sprache*, Kava Pech, Dobrihovice, 1995, sono registrati, tra il 1903, anno di lancio del Lsf, e il 1932, anno di morte di Peano, ben 79 progetti di lingua internazionale basati esclusivamente sul latino, escludendo quindi tutti quelli, e sono non pochi, che invece sono derivati più direttamente dall'esperanto.

ricerca di un'interlingua come un'utopia. Egli fonda ed è segretario del *Comité pour l'Elaboration de la Terminologie Interlinguistique* (in Lsf: *Comitatu pro Elaboratione de Terminologia Interlinguistica*), la cui lingua di lavoro è il francese, nel quale collaborano gli italiani Peano e Meazzini, i tedeschi Borgius e von Wahl, il lituano Drezen, il danese Jespersen, lo statunitense Foster, tutti attenti studiosi e buoni conoscitori di varie lingue o progetti, dal Lsf all'esperanto, dal *novial* al *medial*, dall'*ido* al *ro* [10]. Peano e von Wahl sono matematici, Meazzini e Foster sono sacerdoti, Drezen e Jespersen sono linguisti, Borgius è un sociologo e politico. Non è un tentativo, che fallirebbe in partenza, di mettere d'accordo questi scienziati su una lingua specifica che sia la migliore, bensì quello di farli collaborare in armonia. Nonostante queste diversità di competenze, di provenienze e anche di scopi, il risultato di questo lavoro comune, fatto per corrispondenza, senza riunioni plenarie, è notevole. Ma dopo tre anni Szilágyi non vede più le condizioni per proseguire e pubblica quello che è pronto: *Versus interlinguistica*, scritto in Lsf, appare in *Schola et Vita* e si divide in due parti [11]. Nella prima vi sono i *Principios de interli-*

[10] Edgar von Wahl apprese l'esperanto già alla sua uscita nel 1887 e sue poesie si trovano nelle prime antologie; Ernest Drezen, personalità di spicco dell'esperantismo sovietico, fu fucilato nel 1937, vittima delle purghe staliniane che distrussero quasi completamente il movimento esperantista nell'URSS. Il carteggio con Peano è visibile nel cd-rom *L'Archivio G. Peano*, a cura di C.S. Roero, N. Nervo, T. Armano, Torino, Dipartimento di Matematica, 2002 e 2008.

[11] S.&V., VI, 4-5 (Aprile-Maio), 1931, pp. 97-120; ristampato in R. Haupenthal (red.), *Plansprache. Beiträge zur Interlinguistik.* Darmstadt, Wiss. Buchgesellschaft, 1976; ristampato, con traduzione tedesca e commento in V. Barandovská-Frank, *« Versus Interlinguistica » / Aus der Geschichte der Interlinguistik*, Grundlagenstudien für Kybernetik und Geisteswissenschaft/Humankybernetik, 1996, 37, 2, pp. 71-82. *Schola et Vita* nasce a Milano nel 1926 come organo dell'A.p.I., sotto la redazione di Nicola Mastropaolo; termina le sue pubblicazioni subito prima della guerra e un successivo tentativo di rilancio da parte di Ugo Cassina e dell'olandese Helm Bijlsma non ha successo. Cfr. C.S. Roero, *I matematici e la lingua internazionale*, Boll. Unione Mat. Ital., 1999, VIII, II-A, 2, pp. 159-182.

guistica generale, la seconda consiste di 69 voci del linguaggio specialistico, con definizioni che Szilágyi preparava e sottoponeva alla discussione tra i membri del Comitato; ne faceva poi la redazione definitiva. Tale testo è tuttora un'ottima fonte per la terminologia del settore. Una interessante recensione del finlandese A. Z. Ramstedt esce in *Cosmoglotta*, la rivista degli occidentalisti [12].

Szilágyi collabora costantemente con Peano nella A.p.I. e fino al 1938 scrive sporadicamente articoli in Lsf su *Schola et Vita*; ma dopo la guerra l'approccio al problema della lingua internazionale muterà radicalmente e quella che prenderà il nome di *interlingua* nel 1951 non sarà più il Lsf di Peano, bensì il risultato di una elaborazione trentennale della *International Auxiliary Language Association* (IALA), fondata nel 1924 e alla quale anche Peano aveva aderito. Dénes Szilágyi cambia il suo nome nella grafia tedesca di Denis Silagi, rallenta la sua attività nel campo dell'interlinguistica, e con il 1952 diventa prima funzionario e poi direttore dell'ufficio di Monaco di Baviera del servizio ungherese della Voce dell'America. Scrive libri sulla storia dell'Ungheria, sul ruolo e la tragedia degli ebrei ungheresi, sulla psicanalisi e su altri argomenti. Tuttavia ancora il 25 maggio 1960, Cassina gli scrive:

« Me reputa inutile novo studio teorico de problema de lingua auxiliare internationale, nam isto problema jam recipe solutione per interlingua de Peano et derivatos aut per esperanto et derivatos. Me, contra, reputo multo utile creatione de rivistas scientifico in interlin-

[12] Nel numero 78/5, 1931, pp. 81-83. Dal 1947 l'*occidental* assumerà il nome di *interlingue*, onde non apparire, in tempi di guerra fredda, uno strumento collocato nel blocco politico occidentale e quindi antisovietico. La rivista *Cosmoglotta* (nata come *Kosmoglott*) vive anche nel XXI secolo come organo ufficiale dell'*Interlingue-Union*; il sito dell'organizzazione (www.interlingue.org, visitato il 17.8.2008) rimanda all'ultimo numero del periodico, a uscita irregolare, che appare essere quello del maggio-agosto 2004. Sull'*occidental* e poi *interlingue* vi è una serie di articoli di Vera Barandovská-Frank su *Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft/Humankybernetik* dal dicembre 2006 al giugno 2008.

gua de Peano [...] Tamen tempore es difficile; in Italia nos non habe successu in inveni pecunia pro fac revive *Schola et Vita* aut revista simile »[13].

Cassina propone un nuovo direttivo dell'A.p.I., con direttore Cassina stesso, vicedirettori Szilágyi e Jezierski e segretario Mario Gliozzi. Singolare è il fatto che nell'indice della colossale enciclopedia di Andy Künzli, uscita nel 2006, di 1129 pagine, sulle lingue universali in Svizzera non si trovi la voce « Peano » né « Latino sine flexione » e che qualche riga su questi due argomenti si veda solo all'interno di un articolo panoramico di Tazio Carlevaro[14]. Questi ritiene che essendosi perso anche il marchio « Interlingua » gli ultimi cultori del Lsf siano passati all'Interlingua della IALA[15]. Tuttavia in Google, sotto la voce « Europeano », è indicata la registrazione di un gruppo di 97 membri, fautore del Lsf e fondato nel 2002, attivo tuttora: « L'Europeano es un revision de Latino sine Flexione con vocabulario plus modernisate »[16].

È interessante vedere quanto il Lsf si sia mantenuto, almeno a livello personale, nei vecchi collaboratori di Peano. Alla morte del Maestro nel 1932, Gaetano Canesi, già direttore della A.p.I., ne diventa anche presidente per la rinuncia di Jules Meysmans per motivi di età. Dopo la guerra Ugo Cassina cerca di farsi erede del patrimonio intellettuale dell'A.p.I., pubblica con Mario Gliozzi una grammatica di Interlingua (Lsf) nel 1945, tenta senza successo di dare nuovo impulso a *Schola et Vita* e inizia una raccolta di tutte le opere di Peano, ma muore nel 1964 a 67 anni; Gliozzi muore nel 1977. Silagi sarà ancora

[13] Archivio dell'Accademia Internazionale delle Scienze San Marino, ora a Paderborn (DE).

[14] T. Carlevaro, *L'interlinguistica e le lingue pianificate*, in A. Künzli, *Universalaj lingvoj en Svislando*, La Chaux-de-Fonds, Svisa Esperanto-Societo, 2006, pp. 109-126.

[15] T. Carlevaro, *Mondlingvaj akademioj*, in R. Haupenthal (ed.), *Li kaj ni*, Antwerpen - La Laguna, tk, 1985, pp. 381-391.

[16] http://europeano.org/default.aspx; la pagina è dichiarata aggiornata al marzo 2007; visitato il 13.8.2008.

per molti anni socio della Società interlinguistica tedesca. Nel 1996, a 84 anni, invia una conferenza in Lsf che viene letta il 5.9.1996 al *Symposium Latinum* di Rimini, organizzato dall'Accademia Internazionale delle Scienze San Marino; in tale intervento Silagi riassume le vicende del Lsf e ne difende la validità contro altre lingue pianificate, ne esalta la facile comprensibilità (per gli occidentali) e la bellezza, ma in particolare ricorda l'ambiente tollerante, assolutamente non dogmatico che Peano aveva creato e che era stato mantenuto dai suoi successori. Infatti Peano non solo accoglieva e faceva accogliere nelle riviste da lui ispirate contributi in qualsiasi lingua artificiale, ma anche scriveva presentazioni a manuali di altri progetti. Nella raccolta di scritti promossa da W. Jezierski in occasione del 60° compleanno del Maestro [17], l'avvocato Alfred Michaux ringrazia per la prefazione scritta da Peano alla sua grammatica di *romanal* (1917) e ricorda la partecipazione di Peano al II congresso di esperanto a Ginevra nel 1906. Peano scrive una prefazione ad un vocabolario esperanto-italiano di Meazzini e sulle circolari dell'A.p.I., come abbiamo visto, compaiono sistematicamente annunci di tutte le pubblicazioni in qualsiasi lingua internazionale, spesso anche con un piccolo commento.

Questo intervento di Silagi del 1996 è stato pubblicato solo recentemente [18]. È forse l'ultimo significativo in tale lingua scritto da un discepolo diretto di Peano. Vera Barandovská-Frank, studiosa di esperanto, di latino moderno e di interlinguistica, in particolare di lingue pianificate derivate dal latino, parla a telefono in Lsf con Silagi e il Lsf appare ai colloquianti molto più facile dell'*interlingua* della IALA che invece ne viene dichiarata una razionalizzazione [19]. L'episodio del collo-

[17] Supplemento a S.&V., Milano, 27 augusto 1928.

[18] D. Silagi, V. Barandovská-Frank, *Omaĝe al centjariĝo de verko en Latino sine Flexione*, Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft/Humankybernetik, 49, 3, 2008, pp. 158-160.

[19] Comunicazione personale di Vera Barandovská-Frank a Carlo Minnaja, in data 8.8.2008.

quio telefonico potrebbe sembrare banale: utenti dell'esperanto come dell'*ido* usano abitualmente tali lingue in qualsiasi forma di comunicazione anche diretta. Tuttavia non è da sottovalutare, in quanto il Lsf è principalmente una lingua scritta, non vi furono, come per altre lingue pianificate, congressi ricorrenti in cui verificare una identità di pronuncia; anzi, la pronuncia fu a volte lasciata all'iniziativa del parlante, pur essendo consigliata una pronuncia simile alla « restituta » come insegnata nelle scuole tedesche (*Cicero* = Kikero), ma essendo ammessa anche quella italiana proveniente dalla lettura della Chiesa medioevale. L'accento era definito come « quello originario latino », che però è giunto nelle lingue neolatine in tradizioni diverse. Tutto era affidato alla capacità di chi ascolta, che avrebbe comunque saputo sopperire a diversità di pronuncia, come nelle lingue etniche la varietà degli accenti dialettali viene facilmente superata.

2. *Bruno Migliorini nel dibattito interlinguista tra le due guerre*

Bruno Migliorini (1896-1975) si avvicina all'interlinguistica da adolescente, a seguito di una conferenza sull'esperanto tenuta a Rovigo il 14.1.1913 da Achille Tellini [20]. Diventa subito un appassionato fautore e un esperto della lingua; viene nominato insegnante, tiene corsi, fonda gruppi esperantisti a Rovigo e poi a Venezia. Dopo la maturità classica al liceo « Marco Polo » di Venezia si iscrive alla Scuola Superiore di Commercio di Ca' Foscari, poi passa alla facoltà di lettere all'università di Padova (dove dà sette esami tutti superati con 30 e lode) e quindi a quella di Roma dove si laurea. Quando giunge a Roma nel 1917 aiuta il gruppo esperantista locale a risorgere; nel

[20] Achille Tellini (1866-1938), friulano, professore di scienze naturali; dal 1904 si dedicò esclusivamente all'esperanto tenendo conferenze di propaganda e corsi. Fondò la *Cattedra Italiana di Esperanto*, istituzione destinata a formare gli insegnanti; fu anche profondo cultore della lingua e della cultura friulana. Il carteggio con Peano è nel cd-rom *L'Archivio G. Peano*, cartella Tellini, 2002 cit.

1923, già docente universitario, presenterà un memoriale sull'esperanto al ministro Giovanni Gentile (che peraltro non dette mai un suo parere, e si dimise da ministro nel giugno 1924).

Già a diciotto anni Migliorini vince premi letterari di narrativa e collabora alla rivista *L'Esperanto* con articoli e saggi, in particolare con una rubrica, *Sinonimaro* (Raccolta di sinonimi), nella quale mostra come anche in una lingua pianificata ci possano essere sfumature di significato. Attento studioso delle parole e della loro etimologia, si avvicina anche ad altre lingue internazionali, in particolare al Lsf. Ha diciassette anni e mezzo quando scrive a Peano presentandosi così [21]:

« Studioso del problema della lingua internazionale, ed esperantista, conosco, naturalmente, i principî della lingua internazionale, di cui Ella fa così attiva propaganda. [...] Sarei anche lieto, se Ella potesse farmi conoscere gl'indirizzi di alcuni Interlinguisti stranieri, specialmente *non europei o russi* ».

Migliorini è infatti interessato all'accoglienza del Lsf tra parlanti di lingue non neolatine.

Migliorini entra nel dibattito sulla naturalezza e artificialità delle lingue con una acuta introduzione del suo *Manuale di esperanto* (1923) [22]. Dopo aver esaminato il problema linguistico in Europa (ed avere espresso scetticismo sull'ipotesi che possano nascere gli Stati Uniti d'Europa), egli espone le ragioni per cui l'Europa ha bisogno di una lingua internazionale che non può essere né una lingua nazionale, per motivi di equità, né il latino:

[21] c.p. da Venezia, 17.5.1914, cd-rom *L'Archivio G. Peano*, 2002 cit.

[22] Tale manuale, apparso nella sua prima edizione presso Paolet, S. Vito al Tagliamento, ha avuto poi numerose edizioni (l'ultima nel 1995) ed è ancora adesso un ottimo manuale per l'apprendimento della lingua. L'introduzione alla prima edizione si trova riportata anche in D. VITALI (a cura di), *La linguistica, le lingue pianificate e l'Esperanto - Centodieci anni di storia*, L'esperanto, 29, 3, 1998. Numerose informazioni sull'attività di Bruno Migliorini nel campo dell'esperanto si trovano in C. MINNAJA, *L'esperanto in Italia - Alla ricerca della democrazia linguistica*, Padova, Il Poligrafo, 2007.

« Il dilemma è chiaro: o si può rendere (« artificialmente », non c'è altra via) il latino atto a servir di strumento a un'età che non è più la sua, e inevitabilmente rimarranno così frustrati i desideri dei latinisti di ristabilire la continuità tra l'antico e noi, o si vuol mantenere il latino nelle strettoie del purismo e, malgrado le più ingegnose acrobazie (*birota velocissima* = bicicletta e, perché no? ... *arida nutrix* = balia asciutta!), il latino non potrà servire ».

Scartato il latino, non rimane che una lingua artificiale. Sull'artificialità il Migliorini espone il fatto che tutte le lingue popolari, cosiddette « naturali », hanno subito influssi dalle lingue letterarie:

« Così non v'è dialetto popolare che non abbia risentito della lingua letteraria, non v'è, soprattutto, lingua letteraria e culturale che non abbia svolto « artificialmente » i suoi mezzi espressivi. Orbene: le lingue artificiali meglio costruite sono soltanto *un po' più* artificiali delle nostre lingue culturali » [23].

Nella critica del latino e nella valorizzazione della cosiddetta « artificialità » c'è già *in nuce* l'essenza della critica di Bruno Migliorini al principio cui si è ispirato il Lsf. Poco dopo la laurea chiede (in prestito) a Peano la collezione delle *Discussiones* « per approfondire alcuni lati del problema della L. I. [lingua internazionale] e scriverne qualcosa » [24]. Peano gliela invia in regalo a stretto giro di posta, e ne riceve, in una lettera, un sincero ringraziamento [25]. In questa lettera Migliorini comunica di interessarsi esplicitamente di

[23] All'introduzione di elementi artificiali nelle lingue nazionali Migliorini dedicherà una conferenza all'Università Estiva Internazionale del congresso di esperanto di Parigi nel 1932, edita in *Lingva kritiko*, I, 9/10, okt. 1932, pp. 2-5 e ristampata in B. MIGLIORINI, *Lingvaj aspektoj de Esperanto*, 2ª ed., Pisa, Edistudio, 2006, pp. 73-85.

[24] c.p. del 9.11.1922, cd-rom *L'Archivio G. Peano*, cartella Migliorini, 2002 cit.

[25] Lettera del 19.11.1922, cd-rom *L'Archivio G. Peano*, cartella Migliorini, 2002 cit.

«...una comparazione fra i sistemi di latino semplificato e l'Esperanto coi suoi derivati. Tenendo presente il fine che la L. I. si deve prefiggere – fine, secondo me, essenzialmente pratico – credo indispensabile un certo arbitrio (che non dovrebbe voler dire arbitrarietà) nel fissare il significato e il modo di derivazione delle radici.
Ritengo con Lei che solo con una serena discussione si possa giungere a qualche risultato – non con male parole e mala fede, come purtroppo i più eminenti Idisti – e questo mi permette di approfittare del dono (e forse in avvenire delle gentili offerte di prestito) senza tema di tradire la Sua fiducia: non dimentico mai che si combatte per uno stesso scopo, se pure in due diversi eserciti».

Un paio di mesi dopo Migliorini comunica a Peano di stare «lavorando a un articolo di critica dei vari tipi di Lat. Semplificato da un punto di vista esperantista» e nel contempo aderisce all'A.p.I.[26]. Dopo poco Migliorini pubblica un opuscolo di 16 pagine con il titolo *Esperanto & Interlingua*, e lo offre in omaggio ai soci dell'A.p.I.; Peano ne riassume il contenuto nella rubrica *Bibliographia* della Circolare n. 3 del 1924.

Tra gli esperantisti ci sono state fin dall'inizio differenze di vedute su alcuni punti della lingua. Alcuni elementi si erano rivelati scomodi, come i soprassegni, l'accusativo, le tabelle di correlativi, i pronomi, la mancanza di un'indicazione per un sesso indeterminato. Anche altre regole, come quelle di derivazione di un verbo o di un sostantivo da una medesima radice, avevano stimolato utili discussioni scientifiche, ma anche spiacevoli dissapori personali. Durante il 1893 la rivista *La Esperantisto* aveva ospitato numerose proposte di modifica, che poi Zamenhof aveva raccolto e aveva sottoposto a votazione. Con una maggioranza significativa, ma tutt'altro che plebiscitaria, gli abbonati, che costituivano l'unico popolo censibile, respinsero nel 1894 tutte le proposte, per cui l'esperanto rimase quello che era nato nel 1887. Il «popolo esperantista» si era già

[26] c.p. del 31.1.1923, cd-rom *L'Archivio G. Peano*, 2002 cit. Migliorini è registrato come nuovo socio nella Circolare dell'A.p.I. del 10.9.1922.

consolidato e aveva accettato la lingua così com'era, difetti compresi, non aveva voglia di cambiamenti da imparare di bel nuovo, anche se molti punti erano perfettibili; ma ovviamente, mettendosi sulla strada dei miglioramenti, sarebbero poi venute altre proposte di modifica che avrebbero destabilizzato la lingua. Qualcuno, poiché le modifiche da lui proposte non erano state accolte, si disamorò dall'esperanto e lo abbandonò, ma furono veramente molto pochi: quasi tutti rimasero fedeli, anche se erano stati fautori di modifiche non realizzate.

Una definitiva stabilizzazione della lingua si era avuta nel 1905, quando il primo congresso di esperanto accettò la proposta di Zamenhof di considerare basilari tre testi: una grammatica e un vocabolario, entrambi in cinque lingue (francese, inglese, tedesco, russo e polacco), e un eserciziario in esperanto di frasi modello come applicazioni degli altri due testi. Questi furono dichiarati « intoccabili » e raccolti sotto il titolo unico di *Fundamento.* Qualsiasi uso della lingua che si discostasse da quei principi fu vietato: parole nuove avrebbero certamente potuto aggiungersi (le radici del *Fundamento* non arrivavano a 3000), ma regole che sovvertissero quelle presenti nella grammatica ed esemplificate nell'eserciziario erano bandite. Questa scelta, che poteva apparire un immobilismo e un ingessamento della lingua, fu invece quella vincente, in quanto la solidità della base permise all'esperanto di evolversi come una lingua etnica, tramite neologismi lessicali e tramite un maggior uso delle potenzialità latenti della sua struttura. Il popolo era sicuro di se stesso, e il movimento cominciava a rivolgersi non solo verso una propaganda all'esterno ma verso i propri adepti, fornendo servizi attraverso associazioni specifiche.

Una crisi significativa, però, vi fu nel 1908 quando la speranza di vedere l'esperanto accolto da un prestigioso consesso scientifico si frantumò contro la decisione della *Délégation pour l'Adoption d'une Langue Internationale*, che doveva scegliere tra le lingue internazionali presentate quella da consigliare agli Stati per una diffusione imposta dall'alto. La Delegazione scelse l'esperanto, ma proponendo tali cambiamenti da costituire una lingua veramente diversa, che prese il nome di

ido[27]. Questa volta l'emorragia fu più consistente, però più a livello di dirigenti piuttosto che di semplici adepti. Tuttavia la scelta di queste riforme fu vista come un tradimento dagli esperantisti; Peano aveva partecipato ai lavori della Delegazione che si riuniva a Parigi; vi era stato cooptato, nonostante che non dovesse esservi tra i membri nessun ideatore di lingue pianificate, ma il suo prestigio lo aveva messo al di sopra della parti. Peraltro Peano usava il Lsf nei suoi lavori scientifici e nelle sue lezioni, ma dichiarava di non avere interesse alla sua diffusione. Come scriverà poi in una lettera a Ernst Drezen, « Latino sine flexione servi ad me, et suffice. Me es laeto si servi etiam ad alios, aut se alios expone suo ideas per regulas differente. Me habe nullo interesse ad propaganda », e ancora, alcune righe dopo, « nostro societate scientifico, non de propaganda »[28]. Peano non partecipò all'ultima seduta della Delegazione che fece la scelta finale e quindi riuscì a tenersi defilato dalle roventi polemiche che seguirono; peraltro non ritenne di attenersi alla scelta della Delegazione e continuò ad usare il Lsf e a dare larga ospitalità ad altri progetti di interlingua, provocando le ire di Couturat, che di quella Delegazione era stato l'ideatore e l'anima[29].

L'esodo degli idisti, come pure un moderato affermarsi del Lsf negli ambienti scientifici, rompeva il fronte dei sostenitori

[27] « Ido » in esperanto significa « discendente, rampollo ».

[28] Lettera del 30.7.1924; l'anno è poi stato corretto a mano in 1926, cfr. cd-rom *L'Archivio G. Peano* cit., Drezen, 2003. Tuttavia l'asserzione di Peano non è credibile: di una propaganda molto attiva per il Lsf abbiamo traccia nella citata cartolina del Migliorini del 1914; inoltre le 17 circolari dell'A.p.I. dal 1920 al 1924 registrano tutte una forte tendenza alla propaganda e una continua ripetizione della superiorità dell'interlingua a base latina sulle altre lingue internazionali. Nello stesso *Archivio G. Peano* si ritrova una lettera di U. Cassina a Peano del 17.2.1928, nella quale Cassina scrive: « Non manco di fare propaganda per l'interlingua, ma finora non ho ricevuto alcun frutto. » Ciò conferma che Peano è stato sempre tutt'altro che indifferente alla diffusione del Lsf.

[29] Cfr. E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Giuseppe Peano - Louis Couturat. Carteggio (1896-1914)*, Firenze, Olschki, 2005, pp. LX-LXV.

di una lingua pianificata che fosse di uso il più largo possibile. Iniziò quindi una polemica con toni anche molto accesi tra i sostenitori delle varie lingue pianificate. L'esperanto aveva il vantaggio di avere dietro di sé un popolo e un collaudo di vent'anni, particolarmente significativo in letteratura; l'*ido* aveva dietro di sé il credito di una Delegazione di studiosi che lo aveva scelto, ma alla quale gli esperantisti non riconoscevano nessuna influenza sui governi (ed infatti nessun governo sostenne una diffusione dell'*ido*); degli oltre 1000 firmatari che avevano appoggiato l'istituzione della Commissione, pochissimi si adeguarono alle sue decisioni.

Essendo l'esperanto, tra le lingue pianificate, quella di maggior durata e di maggiore diffusione, gli adepti delle lingue che vennero dopo fecero a gara per evidenziarne i difetti. Vengono però « copiate » alcune locuzioni in uso dell'esperanto, come il termine *samideano* (= adepto della stessa idea) che in Lsf diventa *coidealista* [30]. Gli esperantisti difesero la propria lingua e i maggiori esperti tra questi cominciarono a ribattere e a fare a loro volta confronti. Uno dei punti di maggior attrito era la cosiddetta *comprensione immediata* a cui veniva associato un certo concetto di « bellezza ». Una interlingua, secondo i fautori di progetti basati sul latino, dovrebbe acquisire le parole latine viventi nelle lingue europee senza le caratteristiche flessive: *homine*, non *homo* né *hominis*, *lauda*, non *laudo* né *laudare.* Le varie interlingue che si basano sul latino finirebbero per avvicinarsi tra loro tramite studio, discussioni, confronti.

Migliorini invece si sforza di dimostrare che l'identificazione tra i concetti di « comprensione immediata » e « internazionalità », senza una definizione convenzionale della forma e del significato degli elementi, conduce necessariamente ad una soluzione incompleta del problema. Egli inizia la sua critica del Lsf già nel 1923 con un saggio che viene premiato ai IX Ludi

[30] Il termine *samideano* come appellativo tra esperantisti fu usato per la prima volta dal francese Louis de Beaufront; lo stesso termine è rimasto anche in *ido.*

Floreali Internazionali di Manresa (Spagna)[31]. Ritorna sul tema, in maniera più estesa, nella rubrica *Lingva kritiko* (Critica linguistica), che esce sotto la sua redazione e la segreteria di Stefano La Colla dal 1930 al 1932[32]. Una redazione ampliata appare in un opuscolo del 1934[33]. Migliorini sceglie come testi di riferimento per il Lsf il vocabolario di Peano in cinque lingue (1915), il vocabolario in quattro lingue di Basso (1914), il manuale di Basso (1913), il vocabolario trilingue di Canesi (1921), il vocabolario Interlingua-tedesco di Pinth (1917), il manuale di Hartl (1922) e, inoltre, la rivista *Discussiones* e le circolari dell'A.p.I.[34].

Il primo punto di critica è la scelta dei vocaboli. Nell'esperanto sono stati scelti in modo da esprimere tutti i concetti principali, dando ad una radice abbastanza nota internazionalmente un significato e uno solo. Altre radici internazionali, ad esempio di termini scientifici, possono essere introdotte nella lingua secondo la regola 15 del *Fundamento*; pertanto un esperantista può usare termini come *gastronomio* o *papriko*, che nel *Fundamento* non ci sono, ma non può usare **matro* (= madre, al posto di *patrino*), che pure sarebbe una radice internazionale, perché questo è contrario alla derivazione del femminile.

[31] Migliorini nelle sue polemiche distingue tra una Lingua Internazionale generica e il Lsf, che chiama *Latino Semplificato.*

[32] Stefano La Colla (1889-1966), archivista, membro del Comitato Linguistico dell'esperanto, redattore dell'Enciclopedia Treccani, iniziatore di una grande vocabolario italiano-esperanto, portato poi a termine da Carlo Minnaja.

[33] B. MIGLIORINI, *Esperanto & Interlingua*, S. Vito al Tagliamento, Tip. A. Paolet, 1934. Ristampato in B. MIGLIORINI, *Lingvaj aspektoj de Esperanto*, Pisa, Edistudio, 2006², pp. 31-46. Le successive citazioni con numero di pagina si riferiscono a questa edizione.

[34] G. PEANO 1915b, *Vocabulario commune ad Latino-Italiano-Français-English-Deutsch pro usu de Interlingua*, Torino, A.p.I., 1915²; U. BASSO, *Vocabulario internationale Interlingua-English-Français-Italiano*, Ventimiglia, 1914; U. BASSO, *Manuale practico de Interlingua*, Ventimiglia, 1913; G. CANESI, *Vocabolario Interlingua italiano-inglese e Italiano-Interlingua*, Torino, Paravia, 1921; A. HARTL, *Interlingua. Manuale ad usu de omni natione*, Linz, Pressverein, 1922; J. B. PINTH, *Deutsch-neulateinischer Wörterbuch*, Luxemburg, Huss, 1917.

I fautori del Lsf invece dicono che alla lingua appartengono a buon diritto tutte le radici latine classiche, medioevali, moderne. Cosa ne consegue? Che certe radici latine sono sinonime e quindi l'utente può scegliere a proprio piacimento *domino* oppure *seniore*, *bello* oppure *formoso*, *pulchro*, *venusto.* Molte lingue hanno sinonimi, ma tra questi vengono suddivisi i significati speciali; il Lsf, lasciando la scelta all'arbitrio dell'utente, non riesce ad effettuare questa suddivisione (Migliorini, come abbiamo visto, è particolarmente attento ai sinonimi). Chi scrive può operare la sua scelta, chi legge è obbligato a conoscere tutte le forme, cosa che chi non conosce di partenza il latino non sa. Un giapponese o uno slavo trova in esperanto soltanto l'aggettivo *bela* con un significato preciso.

Coerente con quanto sopra è una risposta di Migliorini alla critica, che egli dice operata da Peano, che in esperanto alcune forme « naturali » vengono cambiate « arbitrariamente ». Ad esempio, *panorama* e *boa* sono mutate in esperanto in *panoramo* e *boao* per rispettare la struttura morfologica dell'esperanto che ha la desinenza in *o* per tutti i sostantivi [35]. Migliorini risponde che la stessa arbitrarietà è operata nel latino scientifico, quando la forma « naturale » internazionalmente conosciuta viene adattata alla declinazione latina: la voce turca *qahvé*, che produce *caffè* (it.), *café* (fr.), *coffee* (ingl.), *Kaffee* (ted.) diventa per i botanici, e quindi anche per Lsf, *cofea.*

Inoltre, dove il latino non è arrivato, non può arrivare neppure il Lsf. I popoli d'Europa hanno avuto moltissimi contat-

[35] La risposta di Migliorini appare in B. MIGLIORINI 2006² cit., p. 35, nota 5. Tale risposta riporta però una citazione formalmente errata, anche se sostanzialmente giusta. Infatti la critica non era specifica di Peano e non era specificamente all'esperanto. Tale critica appare in *Discussiones*, I, p. 173 (cfr. C.S. ROERO, *Le Riviste di G. Peano*, cd-rom N. 4, Torino, Dipartimento di Matematica 2008): è un commento non firmato ad un nuovo progetto di lingua internazionale, l'*antido*, opera dello svizzero René de Saussure. Tuttavia, se la citazione del Migliorini è formalmente errata, è corretta nella sostanza: la critica fatta all'*antido* è in un punto in cui l'*antido* e l'esperanto hanno operato una scelta del tutto identica per quanto riguarda la derivazione delle radici dal latino.

ti ed hanno prodotto numerose radici comuni a più lingue che non si trovano affatto nel lessico latino, da *banc-* a *scialup-*, da *blu* a *magazzin-*, da *mark-* a *park-*, da *ricc-* a *stok-*, da *gas* a *kiosk-*. In teoria anche queste radici sono accolte nel Lsf, in particolare nel vocabolario di Basso, in quanto internazionali, anche se la scelta al di fuori del latino presenta i suoi rischi. Infatti il lussemburghese J. B. Pinth così si esprime:

« Base latino es etiam base unico, quia pro formar systema completo de lingua, non es necesse, colliger elementos heterogeneo ex plure lingua (base multiplice) aut excogitar formas et voces novo. Selectione de voces aut de suffixos ex base multiplice aut arbitrario duc ad schismas » [36].

Migliorini commenta: in quale forma il Lsf può accogliere questi vocaboli? Il termine *rico*, *ricco*, *riche*, *reich* dovrebbero essere tutti ugualmente validi. Il vocabolario di Basso (*Supplemento*, p. 31) accoglie la grafia della lingua da cui il termine proviene, ma allora non deve scegliere l'italiano *ricco*, bensì l'antico tedesco *rihhi.* E dovrebbe spiegare come sceglie l'ortografia di *alchermes*, *caffè*, *kiosco*, *marquis* e molte altre. Del pari il Lsf dovrebbe spiegare come si accorda il latino *cerevisia* (sp. *cerveza*) con la radice molto più internazionale di *birra*, *bière*, *Bier*, *beer.*

Ma Pinth prosegue:

« Solo principio efficace de tale specie es regula: Voces internationale qui proveni de latino conserva ortographia latino, qui es matre de alio ortographias. Retrorsum ad matre! » [37].

Ma anche l'ortografia originale può a volte non essere così facilmente riconoscibile da un lettore moderno.

Altro problema è la scelta tra forma latina e forme neolatine. Ad esempio *hôtel* proviene dal latino *hospitale*, però Bas-

[36] A.p.I., Circolare 15 dec. 1922, p. 4, in cd-rom *Le Riviste di G. Peano*, 2008 cit.

[37] *Ibidem*, pp. 5-6.

so, Peano, Pinth e Canesi registrano *hostello*, probabilmente una voce latina medievale. Migliorini conclude con l'affermare che una scelta può essere valida come un'altra, ma non si può prescindere dalla necessità di una scelta convenzionale.

E ancora, il significato di un termine latino ha avuto sorti diverse nelle lingue neolatine. Pinth ha grande fiducia che il significato di un termine latino permanga immutato fino alla fine del mondo, eppure lui stesso conviene che alcuni vocaboli hanno rovesciato il loro significato: in latino *populare* significa « devastare », mentre nelle lingue neolatine *popolare* (it.), *peupler* (fr.) significa « rendere popoloso ». O molti altri casi: *sponso* (Lsf) deve significare *marito* o *fidanzato*? *Domo* (Lsf) deve significare *casa* (dal latino: *domus*), o *duomo*, o *cupola* (fr.: *dôme*)? Sono tutte scelte che devono esser fatte non razionalmente ma per convenzione. Del pari Migliorini critica la derivazione dei vocaboli provenienti da una radice, in quanto il Lsf non ha un proprio sistema di derivazione interna: anche i termini derivati provengono direttamente dal latino e quindi bisogna cercare su un vocabolario come i latini avevano creato il derivato adeguato. Ciò comporta pertanto in Lsf una serie di parole da doversi imparare singolarmente: *domo – domestico; sole – solare; terra – terreno; synthesi – synthetico; charta – chartaceo* e moltissime altre. I fautori del Lsf rimproverano agli esperantisti che *doma*, *urba*, *vira* sono meno comprensibili a prima vista per un parlante di una lingua neolatina che non *domestico*, *urbano*, *virile.* Migliorini risponde che uno slavo, uno scandinavo o un giapponese certamente preferiscono imparare una radice sola e derivare altri termini da questa tramite un regola di derivazione rigida. Anche Beaufront, che fu un fervente propagandista dell'esperanto in Francia fino al 1907 e che poi si dichiarerà ideatore dell'*ido* [38], insiste che il mondo non è fatto di dotti o di parlanti una lingua neolatina:

[38] In realtà vari studi successivi hanno accertato che Beaufront fu soltanto un prestanome per Couturat, che non poteva impegnarsi personalmente come ideatore di un progetto di lingua internazionale, essendo il segretario della Delegazione per l'adozione di una lingua internazionale.

« Vogliamo fare della lingua internazionale il bene privato di una piccola *élite*, che ne ha meno bisogno, o il bene di tutti gli uomini? ... E in fondo, il leggere un testo a prima vista è forse conoscere una lingua? Non si deve anche scriverla? Parlarla? » [39].

Nell'oscillazione di tutti i sistemi di lingua internazionale tra una lingua *a posteriori* e una il più possibile logica, il Lsf ha scelto di gran lunga la prima opzione, e i suoi fautori dovrebbero onestamente riconoscere che questa soluzione è utile solo per coloro che conoscono più o meno il latino e sono nativi di una lingua neolatina. L'esperanto è in una posizione intermedia.

Il Lsf è presentato come privo totalmente di grammatica da Annibale Pastore [40]. Poiché tutto è retto dalla logica, le funzioni grammaticali non sono da evidenziare morfologicamente. Dice Peano: « Logica verte super idea, non super verbo », e da ciò l'abolizione di ogni categoria grammaticale sarebbe la conclusione logica per una costruzione dell'interlingua. E Pastore continua: « Idea non habe in se valore flexivo seu grammaticale, sed assume isto valore variabile secundo functione que exercita in discurso. Grammatica es ab extra, Logica ab intra ». Migliorini replica che il Lsf ha molta più grammatica di quanto i suoi fautori credano. Le parole non sono le uniche a poter diventare elementi grammaticali, ma anche la maniera di raggrupparle può diventare un'espressione grammaticale. Le lingue che non hanno un segnacaso per l'oggetto tuttavia hanno una costruzione rigida del tipo S-V-O, e questa costruzione prende il carattere di morfema [41].

Migliorini, sulla base delle teorie di Ferdinand de Saussure (fratello di René, l'autore dell'*antido*) e del suo discepolo

[39] *L'Espérantiste*, 2, 1907, p. 37.

[40] A. Pastore, *De Grammatica nullo*, A.p.I., *Discussiones*, III, 2, 1912, pp. 62-64, cd-rom *Le Riviste di G. Peano*, 2008 cit.

[41] Già nel 1827 W. von Humboldt aveva riconosciuto che anche in lingue, come il cinese, che non classificano le parole secondo rigide categorie grammaticali, il significato delle parole stesse, o il loro ordine, o il contesto danno loro il valore grammaticale conseguente.

Charles Bally [42], sostiene che ogni lingua in un certo periodo storico consiste di un sistema di mezzi espressivi tutti collegati e compenetrati reciprocamente. Le parole sono comprese e sentite soltanto tramite un continuo confronto incosciente che avviene nel nostro cervello. I tempi come l'imperfetto e il perfetto (in italiano il passato remoto) oppure gli aspetti momentanei e di durata delle lingue slave vengono precisati dalle loro relazioni reciproche in un sistema ben definito. Una lingua che non abbia un tale sistema non è neppure pensabile, è come un corpo senza scheletro, e anche le lingue artificiali devono avere uno scheletro, anche se costruito artificialmente. Il Lsf che rifiuta di fissare convenzionalmente e obbliga ogni utente a costruire la sua forma linguistica non può funzionare come una lingua completa. Se le parole sono scelte non per la loro necessità ad un sistema linguistico con certi scopi, bensì solo per la loro « comprensibilità immediata » è come se, ricostruendo una casa dopo un terremoto, si costruissero prima non le parti più importanti ma quelle che si riconoscono più facilmente.

Nel Lsf la grammatica è dichiarata non necessaria e ciascuno può usare a suo piacimento o un solo tempo passato, il perfetto, o due, il perfetto e l'imperfetto, come se il significato del perfetto fosse lo stesso indipendentemente dal fatto che esso sia usato in opposizione all'imperfetto oppure da solo. « Le parole singole sono solo pietre invece che pane » si potrebbe dire con Jespersen [43]. Il Lsf può funzionare solo tra persone che conoscono il latino e in ambiti, come alcuni temi scientifici, in cui i termini esistono già e hanno un valore ben definito. Il Lsf non può recepire termini moderni della vita comune se non passano attraverso un filtro latino, e quando si dovesse utilizzare il Lsf

[42] CH. BALLY, *Traité de stylistique française*, Heidelberg, Winter, 1922[2].

[43] O. JESPERSEN, *How to teach a foreign language*, London, 1917[4], p. 11. Otto Jespersen (1860-1943), linguista danese, fu un fautore dell'*ido* negli anni 1907-1908, passò poi all'*occidental* e quindi elaborò il *novial* (Nov International Auxiliari Lingue), lanciato nel 1929 e del quale fece una revisione ortografica con il *novial II* (1934). Il carteggio con Peano è visibile nel cd-rom *L'Archivio G. Peano*, 2002 cit., cartella Jespersen.

al di fuori della ristretta cerchia scientifica i suoi limiti sarebbero evidenti e presto si dovrebbe cercare un'altra soluzione.

Un altro membro dell'A.p.I. più volte lodato da Peano per il suo entusiasmo di propagandista fu Aldo Lavagnini (1896-1963); Migliorini invece non ne apprezzò la continua evoluzione. In vari periodici italiani e anche in riviste in lingua italiana pubblicate negli Stati Uniti e in Argentina, Lavagnini appare un sostenitore del Lsf per la sua mancanza di grammatica e per la sua « naturalezza » contro l'artificialità dell'esperanto. Tuttavia, spinto dalla necessità pratica, Lavagnini deve elaborare un sistema di derivazione dell'aggettivo dal nome, e in una lettera a Canesi indica come principale difetto del Lsf proprio la mancanza di grammatica [44]. Partendo quindi dal Lsf elabora un primo progetto, *Monario* (1925), dove la derivazione segue alcune regole dell'esperanto; a Roma pubblica una rivista di ugual titolo (1924-1926). Successive elaborazioni portano dapprima ad *interlingue* e poi ad *uniligue*, che Migliorini chiama « Interlingua esperantizzata ». In una nota del suo opuscolo del 1934 Migliorini scrive: « Quante altre lingue nuove, sempre più perfette, il sig. Lavagnini inventerà nei prossimi anni? » [45]. Il dubbio era profetico: Lavagnini in Messico produrrà ancora *Mondilingwo* (1937), con una evoluzione in *Mondilinguo* (1939), che poi verrà ancora elaborata dando origine al *Mondi lingua* (1955).

Nel 1922 Peano, nel constatare che alcuni esponenti del movimento esperantista propongono altri progetti che si avvicinano maggiormente alla « naturalezza », cioè ad una comprensibilità maggiore a prima vista per un europeo o sudamericano colto, si congratula con chi li propone. Quando Michaux pubblica una quarta edizione del suo *Romanal* nel 1922, Peano si compiace perché l'autore ritiene che il problema della lingua internazionale sia ora risolto:

[44] Cfr. lettera a G. Canesi del 23.11.1926, cd-rom N. 2, *L'Archivio di G. Peano*, 2008 cit., cartella Lavagnini.

[45] B. MIGLIORINI, 2006[2] cit., p. 46, n. 24.

« omne linguas constructo cum vocabulario internationale et pauco grammatica es intelligibile ad primo visu. Academia pro Interlingua contiene fautores de omni systema de interlingua; illos collabora in pace pro identico nobile scopo » [46].

Singolare in questo contesto è la posizione di Giacomo Meazzini, parroco a S. Giovanni Valdarno (AR), che, se non può dirsi un discepolo diretto di Peano, tuttavia collaborò con lui nel Comitato istituito da Szilágyi a Budapest e dal Maestro fu fortemente influenzato. Nell'archivio di Peano non compaiono lettere di Meazzini; tuttavia Peano scrive una prefazione per il *Novo vocabolario Esperanto-Italiano* di Meazzini [47]. La prefazione è interessante perché lega l'esperanto al Lsf: infatti Peano loda l'arricchimento del vocabolario con nuove radici (di provenienza neolatina) e cita, a dimostrazione della loro internazionalità, il fatto che esse si trovano nel vocabolario interlingua-italiano-inglese del Canesi, e termina:

« Con questo processo di arricchimento successivo del vocabolario, processo suggerito dallo stesso Zamenhof, i vocabolari delle varie forme di lingua internazionale vanno avvicinandosi, e fra breve l'avvento della lingua internazionale, grazie al lavoro di tutti, sarà un fatto compiuto » [48].

Peano segnala così la via maestra per l'arricchimento del lessico, via che è quella dell'evoluzione naturale, della quale l'esperanto era ed è partecipe. A sua volta Meazzini, già autore di un *Dizionario italiano-esperanto* (1907, con varie edizioni successive) nel suo *Novo Vocabolario Italiano-Esperanto*, che tenne banco fin dopo la seconda guerra, mette in bibliografia il *Vocabulario Commune* di Peano (1915), il *Vocabolario Inter-*

[46] A.p.I., 4, 1922, p. 12, cd-rom N. 4, *Le Riviste di Giuseppe Peano*, 2008 cit.

[47] G. Meazzini, *Novo Vocabolario Esperanto-Italiano, con prefazione di G. Peano*, S. Vito al Tagliamento, Paolet, 1922. Cfr. Peano 1922h nel cd-rom N. 3, a cura di C.S. Roero, *L'Opera omnia e i Marginalia di Giuseppe Peano*, Torino, Dipartimento di Matematica, 2008.

[48] Peano 1922h, p. 1 non numerata.

lingua italiano(-inglese) di Canesi (1921), il *Vocabulario internationale-English-Français-Italiano* di Basso (1913) e, nel dare una variante dell'ortografia esperanto, cita il sistema degli apici di Peano. Si nota quindi in Meazzini una attenzione al Lsf come codificato, almeno nel lessico e nell'ortografia, dagli allievi di Peano: compare la lettera « x » al posto dei digammi « kz » o « ks » dell'esperanto, la « ŭ » è sostituita da « w ». Bruno Migliorini, che correggeva i testi per la rivista *L'Esperanto*, tiene a sottolineare, nel 1922, che la sua revisione non riguarda gli articoli e le recensioni di Meazzini, per i quali la responsabilità rimane all'autore. A sua volta, Peano nell'annunciare la nuova edizione del vocabolario italiano-esperanto di Meazzini (1922) si compiace che l'autore abbia aggiunto ai 2629 vocaboli del *Fundamento* del 1905 molti termini internazionali presi da vari dizionari dell'interlingua; l'esperanto si sta evolvendo, proponendo doppie forme, entrambe giuste, delle quali una (negli esempi che seguono, la seconda) è più internazionale di quella derivata regolarmente: *evoluo – evolucio*, *administrado – administracio*, *neniigi - nuligi*, *gardostaranto - sentinelo.* Peano si compiace di tale evoluzione: « Ita esperanto fi sempre plus intellegibile, et pote compete cum interlinguas plus moderno » [49]. Infatti Meazzini inserisce alcuni termini importati dall'ido o dall'interlingua, come: *xenofobio, whisky', ocidento* (in esperanto, che non possiede né *x*, né *w* né *y*, si dice *ksenofobio*, *viskio*, *okcidento*) [50]; elaborerà successivamente una lingua derivata dall'*ido*, che chiamerà significativamente I.D.O. (*Idiom Di Omni*), e Migliorini chiamerà questa evoluzione « esperanto peanizzato ».

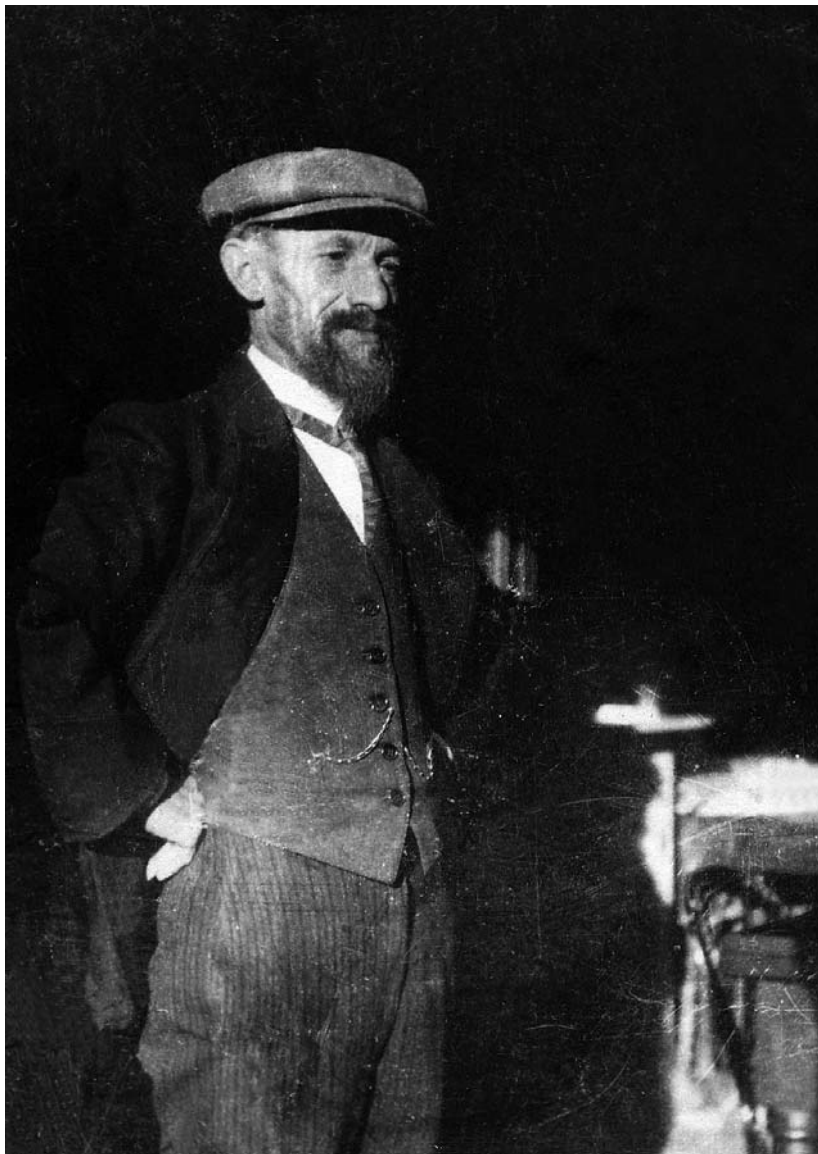
[49] A.p.I., 4, 1922, p. 13, cd-rom N. 4, *Le Riviste*, 2008 cit.

[50] L'evoluzione dell'esperanto nei decenni successivi non sarà però verso la « naturalezza » intesa come comprensibilità a prima vista da parte di persone colte di lingua neolatina. Ciò può attribuirsi a più motivi: il latino sarà sempre meno conosciuto e la comunità esperantista si amplierà sempre di più verso popoli di lingua non neolatina, per i quali la « riconoscibilità immediata » cade drasticamente e risulta comunque una caratteristica di gran lunga meno importante rispetto alla facilità di una derivazione regolare.

Con la fine degli anni Trenta si chiude l'esperienza di *Schola et vita* e si chiude anche l'attività esperantista di Migliorini, che nel 1938 si dimette dall'Accademia di Esperanto, di cui era stato anche vicepresidente (1933-1936); diventerà dopo la guerra presidente dell'Accademia della Crusca ed è attualmente ritenuto il più grande storico della lingua italiana [51]. Il suo nome, ma non più del suo nome, tornerà nei primi anni Settanta come collaboratore di un rivista di linguistica redatta in esperanto e come membro corrispondente esterno nell'Accademia di Esperanto. Il Lsf, come abbiamo visto, raccoglie attualmente i suoi utenti in *Europeano* e tuttora J. Seger, nel sito dell'associazione, dichiara:

« Illo es analytico et libero ab mortuo pondere de grammatica. Illo es facto pro facilitate de communicatione internationale in scientia, technologia, commercio et administratione ».

Il problema della comprensione tra persone di lingua diversa tramite una lingua non etnica continua quindi ad appassionare, al di là del maggiore o minore successo di un progetto o di un altro e al di là del rapido mutamento di situazioni geopolitiche, che comportano mutamenti anche nella considerazione delle lingue e dei valori che queste portano.

[51] Nell'aprile 2008 vi è stato a Rovigo un convegno celebrativo su Bruno Migliorini con l'intitolazione di una piazza. Gli atti di tale convegno, di prossima pubblicazione, comprendono un intervento di Carlo Minnaja dal titolo *Migliorini esperantista.*

19. Peano a Cavoretto accanto al torchio tipografico

Mario Quaranta

Ludovico Geymonat di fronte al «silenzio» di Giuseppe Peano

1. La presenza di Giuseppe Peano è stata rilevante per Ludovico Geymonat sia nel periodo della sua formazione intellettuale, sia nella formulazione del suo programma di ricerca, ove alla logica è assegnato un ruolo fondamentale. Spesso Geymonat ricordava con una punta di orgoglio che nel 1934 fu accolto nel Circolo di Vienna dopo che Moritz Schlick seppe che era stato allievo di Giuseppe Peano e che si era laureato al'università di Torino in matematica oltre che in filosofia. (Egli si presentò con due lettere, una di Annibale Pastore e un'altra di Guido Fubini, che però non risultarono conosciuti da Schlick). Cosi scoprì «l'altissima stima di cui Peano godeva, anche dopo la sua morte, fuori d'Italia». La scelta di laurearsi in matematica, dopo la laurea in filosofia, era stata dettata dalla volontà di conoscere direttamente e seriamente una scienza fondamentale come la matematica, da lui considerata alla base dell'edificio della scienza, nella persuasione che solo dopo una tale preparazione poteva affrontare i grandi problemi metodologici ed epistemologici che emergevano entro la razionalità scientifica. In questa scelta fu incoraggiato dal suo professore Annibale Pastore, sotto la cui direzione aveva sostenuto nel 1930 la tesi di laurea in filosofia, poi pubblicata nel 1931: *Il problema della conoscenza nel positivismo* (Torino, Bocca).

Nel 1932 Geymonat si laurea con una tesi di matematica superiore sostenuta con Guido Fubini, uno dei grandi analisti europei, « le cui pubblicazioni giovanili, afferma Angelo Guerraggio, saranno negli anni tra le due guerre tra le più citate e apprezzate dalla letteratura internazionale ». Faceva parte di quella « scuola pisana » avviata da Luigi Bianchi, « alla cui notorietà Fubini contribuisce con importanti articoli sul principio del minimo, oltre che con la famosa *Nota sul calcolo di un integrale multiplo attraverso la sua riduzione a successivi integrali semplici* ».

Negli anni universitari Geymonat vive intensamente la rottura fra scienza e filosofia, che avverte esistere nella stessa università torinese, pur estranea all'idealismo che aveva legittimato tale separazione; egli attribuisce una funzione decisiva per il rinnovamento della cultura italiana alla collaborazione fra scienziati e filosofi. « Allora, dichiara, la scissione e la spaccatura tra le due culture era pressoché totale e insanabile. Si trattava di una divisione terribile che lasciava del tutto disorientati i giovani studenti. [...] Allora a Torino gli studenti di Filosofia e di Matematica seguivano le lezioni universitarie nello stesso palazzo in due piani diversi. Ebbene: malgrado questa 'vicinanza' fisico-spaziale, i giovani studiosi di filosofia e i giovani studiosi di matematica non avevano alcun rapporto tra di loro e si ignoravano a vicenda (come del resto avveniva tra i professori delle diverse Facoltà). Per parte mia, essendo contemporaneamente studente di filosofia e di matematica, vivevo una situazione del tutto anomala, scontrandomi quotidianamente con questa chiusura culturale e mentale ». Una chiusura 'incarnata', per così dire, in modi diversi da due grandi matematici di quell'università: Giuseppe Peano e Guido Fubini, concordi nel lasciare la filosofia fuori dalla scienza.

Da ciò il suo impegno nel campo della storia della scienza oltre che in lavori di matematica: « La ricerca matematica », osserva Gabriele Lolli nelle pagine introduttive alla ristampa dell'opera del 1947, *Storia e filosofia dell'analisi infinitesimale*, « fu in quegli anni per Geymonat un impegno sia personale sia politico, nel senso che egli riteneva suo compito favorire lo svec-

chiamento della cultura matematica in Italia ». E tale obiettivo ritenne di poterlo raggiungere richiamando l'attenzione degli scienziati al ruolo svolto dalla filosofia nella pratica scientifica, e dei filosofi sull'incidenza della razionalità scientifica nella pratica filosofica.

Com'è noto, Peano è stato oggetto di un'ostilità molto forte da parte dell'università torinese; Corrado Segre riuscì a fargli togliere l'insegnamento fondamentale di analisi, poi affidato a Fubini: l'uno e l'altro consideravano la matematica insegnata da Peano estranea ai nuovi e più fecondi orientamenti che si affermavano in Europa; anzi, un vero e proprio ostacolo allo sviluppo della più avanzata ricerca matematica. Geymonat comprendeva che le nuove frontiere della matematica erano rappresentate da Fubini, di cui fu poi 'assistente', ma nel contempo subiva il fascino di Peano. Questi, ricordava spesso Geymonat, entrava in aula e distribuiva pochi fogli dattiloscritti con le sue formule, che poi faceva oggetto della lezione. Finita la lezione alcuni allievi erano a volte invitati ad andare a casa sua, ove leggeva testi di matematica di noti studiosi sottolineando gli « errori » che via via aveva individuato. Comunque, entrambi – Fubini e Peano –, hanno sempre evitato di affrontare problemi filosofici scaturenti dal loro lavoro scientifico; anzi, Fubini dichiarava al suo giovane, sconcertato assistente, con un riferimento esplicito alla controversia fra scienziati come Federigo Enriques e gli idealisti italiani, che « egli stava completamente dalla parte di Gentile ».

Geymonat doveva laurearsi con Peano; « avevo già fatto con lui una tesina sul problema della definizione, un argomento che lo interessò molto. [...] Ho tentato a volte di portare il discorso su argomenti filosofici, ma egli si scherniva e diceva che non si interessava di filosofia ». Egli si è posto la domanda sulla ragione che ha indotto Peano a rifiutare programmaticamente di affrontare i problemi schiettamente filosofici che affioravano all'interno stesso della matematica. Un problema, questo, che si sono ciclicamente posti gli studiosi di Peano; sull'argomento esiste una testimonianza di indubbio interesse che

non viene solitamente citata, ma che getta una luce sulla posizione filosofica di Peano.

Augusto Guzzo, in un articolo del 1960, *Conferenza novembrina di Geymonat*, fornisce questa testimonianza: « Geymonat l'ha detto: Peano si chiudeva nel silenzio appena si parlava di filosofia: tutti vedevano che non era d'accordo, e che la sua era tutt'altro che semplice antipatia e capriccio; [...] e anche con Geymonat preferì tacere al riguardo dicendo: 'è filosofia: non me ne intendo'. E invece se n'intendeva, ma venni a saperlo per puro caso. Un anno Peano presiedette una commissione d'esami di stato di maturità classica, a Cuneo; viaggiava con lui, non so per quale ragione, il mio antico allievo e amico Edilio Chiriotti. O fosse particolare simpatia per il mio amico, che lo meritava appieno, o che la particolare atmosfera degli esami di maturità d'allora lo inducesse ad aprirsi senza più reticenze, certo è che Peano, in treno, istituì una critica in pieno del kantismo. Chiriotti me la riferì, io non la dimenticai più, sicchè io potetti ricostruire la 'filosofia' che, in Peano, sosteneva la sua logica matematica ». E Guzzo, da me interpellato tramite Geymonat, mi confermò che la critica peaniana si appuntava « sull'apriori e sul trascendentale ». A tale proposito, va ricordato che secondo Bertrand Russell uno dei risultati più innovativi raggiunti da Peano è di avere fornito « una confutazione decisiva e irrevocabile » della teoria della conoscenza di Kant, dimostrando il carattere esclusivamente logico-deduttivo, ossia analitico e non sintetico, del ragionamento matematico. Fra gli allievi di Peano, Giovanni Vailati, in una recensione all'opera di Francesco Orestano, *L'originalità di Kant* (Palermo 1904) ha espresso una critica radicale alla teoria della conoscenza e all'etica di Kant. Egli conclude la sua critica all'apriorità dello spazio e del tempo rilevando « la tendenza di Kant a scambiare per condizioni universali e permanenti di ogni attività mentale quelle che non sono che limitazioni, o costruzioni, o artifici di rappresentazione, proprio di un determinato stadio di cultura ».

Infine, giova ricordare che la chiusura da parte di uno scienziato italiano di valore nei confronti della filosofia non è

un caso isolato; ad esempio, anche Enrico Fermi è stato del tutto estraneo alle grandi discussioni filosofiche ed epistemologiche sollevate dalla relatività e dalla meccanica quantistica, cui scienziati, epistemologi e filosofi di altri Paesi parteciparono nel primo Novecento. Ho avuto modo di porre il quesito al fisico Bruno Rossi, che partecipò al gruppo di Fermi specializzandosi nel campo dei raggi cosmici, ove divenne un'autorità internazionale. Lo incontrai a Frascati dove si stava allestendo il sincrotrone; mi disse che la risposta andava ricercata nella loro comune formazione liceale; i manuali di filosofia di stampo positivistico non incoraggiavano i giovani allo studio della scienza. Inoltre, i fisici della generazione precedente che si erano formati nel clima culturale del positivismo, avevano assunto un atteggiamento agnostico o di incomprensione verso la nuova fisica. Così, quando qualcuno accennava a problemi di carattere filosofico, Fermi « lentamente si allontanava ».

2. Nel secondo dopoguerra, usciti dal regime autoritario del fascismo che aveva soppresso la libera espressione di stampa, e costretto la cultura, in generale, a una sorta di libertà vigilata, gli intellettuali riprendono il discorso interrotto, orientato questa volta verso il rinnovamento della cultura italiana. Geymonat è intervenuto spesso nelle discussioni sulla riforma della scuola, allora al centro di ampi dibattiti e delle prime commissioni d'inchiesta, prendendo atto tuttavia che in Italia tale riforma, per essere effettivamente realizzata, richiede il consenso di un ampio arco di forze culturali e politiche, a causa del rilievo che essa ha assunto oggettivamente nella storia italiana, tanto da configurarsi come una vera e propria riforma costituzionale. Le riforme scolastiche precedenti erano state condotte sulla base di due orientamenti diversi, positivistico (Giovanni Marchesini, Aristide Gabelli) e idealistico (Giovanni Gentile), nel momento in cui esercitavano una vera e propria egemonia nella cultura italiana, e sono state approvate in un momento in cui il governo aveva i pieni poteri.

Nello stesso periodo, la cultura di « sinistra » (in particolare il Partito comunista italiano) per quanto esercitasse un'ege-

monia nell'ambito della sinistra italiana, rimaneva tutto sommato autoreferenziale, mentre la cultura cattolica e quella liberal-democratica seguitavano a sviluppare le loro tradizioni, avverse o nettamente distinte da quelle della sinistra, specie quella di stampo marxista. Si spiega così che il progetto di una riforma dopo quella di Gentile, che avrebbe dovuto avere come asse centrale la scienza, non ha incontrato attorno a sé, né allora né dopo, un consenso maggioritario fra le forze culturali e politiche italiane. Da ciò la scelta di Geymonat di lottare per introdurre nella rigida struttura delle nostre università discipline nuove, come la logica, la storia della scienza e la filosofia della scienza, i cui risultati positivi si devono, nella maggioranza dei casi, alla sua lunga e accidentata battaglia culturale.

In questi stessi anni, con una scelta legata al suo programma di rinnovamento culturale, Geymonat ha rinnovato l'interesse verso la figura e il contributo teorico di Peano, grazie a una serie di scritti che tendono a rivalutare il ruolo da lui avuto nella storia della matematica e della logica del Novecento. In particolare, egli rileva la novità dei contributi che è alla base degli sviluppi più innovativi della logica novecentesca, sviluppi che successiamente sono fuoriusciti dall'alveo squisitamente logico per assumere un profilo schiettamente filosofico. Geymonat sostiene che ciò non costituisce un limite ma un'apertura della logica matematica, la quale ora « si propone un fine assai più ambizioso che quello cui mirava Peano: essa non limita più il proprio interesse al campo della matematica, ma si propone di compiere una analisi rigorosa (inconfrontabilmente più rigorosa di quella compiuta finora da metafisici e psicologi) di qualsiasi forma di espressione finale ». L'idea di una lingua formalizzata, coerentemente perseguita da Peano, si colloca dunque nella direzione di dare maggiore « vigore all'orientamento che opera per l'unità della scienza e per il trionfo della ragione ».

Il primo scritto di Geymonat su Peano si trova nella *Storia e filosofia dell'analisi infinitesimale* (Torino 1947), cui dedica il capitolo XIII (*I numeri naturali*). Egli espone i principali simboli della logica peaniana, le loro proprietà più importanti;

inoltre, si sofferma su alcuni teoremi, e poi rende conto delle principali critiche espresse da Russell. Nel capitolo XVIII sottopone a disamina critica i contributi logico-matematici di quest'ultimo, in particolare quelli sulle antinomie logiche, su cui esprime questo giudizio: « L'importante, in tutto ciò, è di rendersi conto che nè la teoria di Russell nè le altre rappresentano delle 'verità assolute', come le stesse antinomie non rappresentano degli 'errori assoluti' da evitarsi a qualunque costo ». L'analisi più completa del pensiero matematico di Russell, con una sottolineatura delle differenze esistenti fra la sua posizione e quella di Frege, Geymonat la esprime nella *Storia della matematica* (Torino 1962), in cui rileva, fra l'altro, che « l'evento decisivo per la formazione intellettuale del Nostro [Russell] fu la conoscenza di Peano », evento cui lo stesso Russell diede una tale importanza.

Geymonat era convinto che la difesa di questa tradizione logica fosse essenziale per un'effettiva ripresa in Italia degli studi in questo campo; come l'eclissi di Peano aveva coinciso con quella della logica, così, egli pensava, la ripresa di quella tradizione poteva avviare una nuova stagione di ricerche logiche, da lui ritenute imprescindibili per l'affermazione della razionalità scientifica nella prospettiva di quell'unità della cultura che costituisce uno dei *leitmotiv* del suo pensiero. Una nuova generazione di studiosi come Lolli, Casari, Agazzi, Mangione e altri ancora, incoraggiati da Geymonat, hanno dato nuovo impulso agli studi di logica e di storia della logica che negli anni precedenti s'erano di molto affievoliti.

In uno dei saggi su Peano più a lungo meditati, *I fondamenti dell'aritmetica secondo Peano e le obiezioni 'filosofiche' di B. Russell* (Cuneo 1955), Geymonat si pone questo quesito: « Che valore conserva, dopo le critiche di Bertrand Russell, la grande opera di 'aritmetizzazione' compiuta da Peano? ». Egli si riferisce alla critica che Russell ha formulato all'aritmetica peaniana fondata su cinque assiomi e tre concetti primitivi; il logico inglese aveva rilevato che gli assiomi si prestano, contrariamente a ciò che aveva affermato Peano, a varie interpretazioni. Ma Russell fa un'ulteriore e decisiva 'mossa' logica, so-

stenendo che « il sistema di Peano non basta a definire in modo univoco le tre idee fondamentali », mentre occorre disporre di tre idee che abbiano proprio uno e un solo significato. Per raggiungere tale obiettivo Russell, ispirandosi a Frege, sceglie la via logica, che a Peano non poteva che apparire, secondo Geymonat, essenzialmente filosofica. In altri termini, secondo Geymonat, Peano « aveva capito benissimo come il pensiero dell'inglese avesse un peso assai maggiore per la filosofia che non per la logica matematica, e col suo atteggiamento voleva sottolineare questa nitida, sicura convinzione ».

Peano non poteva accettare la tesi russelliana dell'identificazione della matematica con la logica, perchè a suo avviso la logica era un mezzo e non un fine, ossia essenzialmente una tecnica di analisi e di sistemazione rigorosa delle teorie dei numeri; la conseguenza che egli trae è che non sia necessario un'integrazione filosofica come prolungamento o fondamento della logica matematica. Egli stesso ha precisato, nell'intervento al Congresso internazionale dei matematici del 1912, che « La logica matematica si presenta nel mio *Formulario Mathematico*, non come scienza a sé, ma come strumento per esprimere ed analizzare le proposizioni di matematica ». (Russell dirà che « l'idea di ridurre la matematica alla logica nasce direttamente dagli assiomi di Peano »!). Infine, esaminando la filosofia dei numeri che emerge dagli scritti peaniani, Geymonat giunge alla conclusione che secondo il logico torinese « il tentativo di Russell corrisponde a nulla più che a un mutamento di ordine alle idee della matematica ».

3. Si può dire che Geymonat sia stato l'ultimo allievo di Peano che ha tentato di dare una risposta alle ragioni che hanno indotto Peano a non fuoriuscire dal campo della logica matematica e affrontare le connesse questioni filosofiche. Geymonat è riuscito a delineare le ragioni dell'atteggiamento di Peano dopo l'esperienza viennese del 1934. È stata l'opera di Friedrich Waismann, *Introduzione al pensiero matematico*, da lui tradotta nel 1942 (di fatto una presentazione del pensiero matematico di Wittgenstein), a condurlo oltre il logicismo neo-

positivistico. In quell'opera, afferma Geymonat, lo studioso tedesco dimostra in modo persuasivo « il carattere illusorio della pretesa che ogni proposizione sui numeri naturali, appartenente a qualunque lingua, possa venire esattamente tradotta in una proposizione sulle classi ». E se non si può affermare che Peano abbia raggiunto una tale chiarezza critica, « sembra certo, però, malgrado la sua estrema riservatezza al riguardo, che egli non avesse dubbi sul carattere artificioso della riduzione russelliana del numero a classe di classi ».

La 'lezione' che Geymonat trae da questo 'silenzio' di Peano è duplice: da un lato, si fa più ferma la sua convinzione che ogni tentativo di introdurre all'interno della pratica scientifica una filosofia di stampo metafisico va respinto, sia perchè è di ostacolo alla stessa ricerca scientifica e conseguentemente aumenta i pregiudizi che di solito gli scienziati hanno intorno alla filosofia, sia perché induce gli epistemologi a fraintendere la natura della razionalità scientifica. Da ciò l'importanza decisiva che secondo lui assume il momento metodologico nella scienza: è in quest'ambito, infatti, che si affrontano i problemi interni alla ricerca scientifica, preparando il terreno perchè quelli di carattere epistemologico, come ad esempio i rapporti tra linguaggio comune e liguaggio scientifico, possano essere affrontati con chiarezza.

Questo convincimento rappresenta una delle « lezioni » più importani che egli trasse dal suo incontro con il Circolo di Vienna. « Il merito essenziale dei metodologi del nostro secolo, afferma, è di avere raccolto le esigenze critiche, già in via di vittoriosa affermazione in tutti i singoli rami della scienza e averle portate al centro della riflessione filosofica; di averne fatto cioè la base per una teoria generale della conoscenza, modernamente agguerrita. La prima scuola che va segnalata a questo riguardo è il così detto 'Circolo viennese' ». In conclusione, secondo Geymonat è la riflessione metodologica che prepara la via a un'epistemologia all'altezza degli autentici problemi storicamente trattati dalla scienza, mentre la storia della scienza costituisce un efficace antidoto verso ogni tentazione di elevare a dogmi i risultati via via raggiunti.

4. Geymonat ha dedicato altri scritti di un certo rilievo a Peano, oltre ad alcuni di informazione sulla sua figura, e un corso universitario nell'anno accademico 1958-1959. Nel saggio *Peano e le sorti della logica in Italia* (1959), propone un'originale tesi storiografica sull'eclissi di Peano, e più in generale della logica nella cultura italiana. Nel corso del primo Novecento noi ci troviamo di fronte a una sorprendente eclissi di Peano, nel momento stesso in cui la sua 'scuola', composta da validi logici come Mario Pieri, Alessandro Padoa, Cesare Burali-Forti, Giovanni Vailati, Giovanni Vacca, Gino Fano, per citarne alcuni, « aveva indubbiamente la preminenza in campo europeo » [1]. Sulle ragioni di questa eclissi ci sono valutazioni diverse. Ad esempio, Evandro Agazzi afferma che vanno ricercate nella stessa impostazione che Peano diede alle sue ricerche: « Peano fu, in molti rami della scienza, un precursore di vaglia, ma quasi sempre si accontentò di gettare le basi di nuove prospettive, senza preoccuparsi degli sviluppi, i quali, attuati da altri, finirono con l'offuscare il peso delle sue opere ». Altri, come Corrado Mangione, ha attribuito un rilievo particolare alla 'sordità' [di Peano], immediatamente ereditata dai suoi 'scolari', verso una collocazione più generale dell'enorme problematica che lui stesso aveva contribuito a sollevare nel mondo ». In altri termini Peano, contrariamente a Frege, Russell, Dedekind che elaborarono le loro ricerche logiche in una cornice filosofica, rimase sordo a tali problematiche. In conclusione, secondo Evandro Agazzi, Peano « non si occupò neppure della costruzione tecnica di una vera e propria teoria logica »; Gabriele Lolli sostiene la tesi che « se il *Formulario* non ha avuto seguito, le ragioni si devono cercare al suo interno » [2]. E su ciò compie una delle più acute analisi dei contributi del matematico e logico torinese.

[1] C. MANGIONE, S. BOZZI, *Storia della logica. Da Boole ai nostri giorni*, Milano, Garzanti, 1993.

[2] G. LOLLI, *« Quasi alphabetum »: logica ed enciclopedia in G. Peano*, in *Le ragioni fisiche e le dimostrazini matematiche*, Bologna, Mulino, 1985.

Geymonat individua la ragione di quel rapido declino più che nella cosiddetta « reazione idealistica » rappresentata da Benedetto Croce e Giovanni Gentile, negli equivoci e incomprensioni che vi furono nella comunità dei matematici italiani. Nella sua *Logica*, Croce afferma: « Se come scienza del linguaggio la Logistica è cosa risibile, degna veramente dei cervelli che l'hanno costruita e che sono i medesimi i quali vanno vagheggiando una nuova Filosofia del linguaggio, anzi una nuova Estetica, nelle loro insulse teorie della Lingua universale; non è poi nostro assunto esaminarla in quanto formulario provvisto di pratica utilità ». La comunità matematica, rileva Geymonat, si è arroccata in una difesa a oltranza della matematica nel suo assetto sostanzialmente ottocentesco, tanto da giungere a negare la stessa esistenza della « crisi dei fondamenti ». Permasero anche malintesi sui rapporti tra logica matematica moderna e logica classica, tra rigore logico e fantasia matematica, e così via: tutti motivi che indussero molti matematici a chiusure che li emarginarono dagli sviluppi più moderni di questa disciplina.

In un altro saggio, *L'esigenza di sistematicità nella logica post-peaniana*, 1960 [3], Geymonat indica soprattutto qual è la situazione della logica dopo Peano; egli sostiene che la stessa idea di logica è cambiata; non è più considerata, come in Peano, solo uno strumento per trattare la « matematica comune », ma una vera e propria « scienza in sè, fornita di propri ben precisi metodi e articolantesi in varie sezioni, collegate l'una all'altra da rigorosi nessi di cui non è più possibile porre in dubbio la consistenza e solidità ». Non solo: dopo Peano si è affrontato il problema di una esposizione completa della logica con risultati di grande rilievo, e si sono aperti nuovi campi d'indagine che fuoriescono largamente dall'orizzonte peaniano. Un'affermazione, questa, rivolta a quegli allievi del logico

[3] L. GEYMONAT, *L'esigenza di sistematicità nella logica post-peaniana*, Rendiconti del Seminario matematico dell'Università e del Politecnico di Torino, 19, 1960, pp. 41-43.

torinese, come Ugo Cassina, i quali consideravano la logica peaniana un punto d'arrivo definitivo di questa disciplina.

Nel 1962 Geymonat traccia una sintesi del pensiero logico-matematico di Peano nella *Storia della matematica*, con una conclusiva valutazione storica. L'opera di Peano, afferma Geymonat, « si inserì intimamente nel processo generale di revisione critica dei metodi e dei concetti della matematica, che caratterizzò fin dall'inizio il secolo XIX rispetto al XVIII ». Egli indica poi i contributi scientifici più rilevanti, ponendo in evidenza che il campo in cui Peano è stato maggiormente innovatore non è stato quello dell'analisi e della geometria, ma quello dell'aritmetica. Infine, si sofferma sulla celebre « curva di Peano », pubblicata nel saggio del 1890: *Sur une courbe qui remplit toute une aire plane*; trattasi di una curva continua che riempie un'area piana, che il logico torinese tracciò sul pavimento della sua casa. Negli ultimi anni Geymonat espresse più volte il desiderio di scrivere un saggio su tale « curva » (ho assistito a una sua lezione tenuta all'università di Milano proprio su questo argomento). Egli riteneva che poteva essere interpretata, kuhnianamente, come un nuovo paradigma matematico dal momento che Peano, con questa vera e propria scoperta, aveva abbandonato la nozione intuitiva tradizionale di dimensione e aperto la via a un nuovo campo nella matematica del XX secolo rappresentato dalla topologia, che avrà un grande sviluppo; nei programmi di ricerca di scienziati famosi come D. Hilbert, E. H. Moore, H. Lebesgue, F. Hausdorff rientrerà la problematica sollevata dalla curva di Peano.

E sull'« architettonica costruzione » del *Formulario*, Geymonat esprime questa valutazione: « Fu precisamente qui », ossia nell'emancipare il linguaggio scientifico da quello comune, « che intervenne vittoriosamente il simbolismo logico di Peano; fu qui che esso si inserì nel processo di aritmetizzazione, dando prova di esserne lo strumento essenziale e indispensabile. Ebbe così origine un nuovo rigore, nettamente superiore a quello di tutti i matematici antecedenti; rigore basato sulla rappresentazione simbolica di tutti i concetti, di tutte le operazio-

ni, di tutti i passaggi logici, con l'esclusione di qualsiasi uso di procedimenti intuitivi ».

L'ultimo intervento di Geymonat su Peano è costituito dalla relazione che tenne nel 1982 al Convegno per il cinquantenario della morte: *L'opera di Peano di fronte alla cultura italiana*, in cui ribadisce le analisi e le valutazioni espresse in precedenza. In particolare, si sofferma sui motivi che hanno determinato un sostanziale isolamento culturale di Peano. Geymonat nota che fu incompreso dai positivisti che pur esaltavano la scienza ma non la matematica, legati com'erano a uno sperimentalismo tradizionale, fu criticato fino allo scherno dagli idealisti (Croce scrisse che la sua logica era « cosa risibile »), fu emarginato dai logici e dagli stessi matematici, i quali ritenevano inutile rifarsi al suo pensiero, preferendo « impegnarsi in altre ricerche, più tecniche e specialistiche ».

Geymonat ribadisce la tesi enunciata nel saggio del 1955 su cui ci siamo soffermati; ora riconosce che quello scritto « era ben lungi dal dare un'idea al lettore dell'autentico peso che l'opera peaniana ebbe per la filosofia ». « Il filo conduttore di tutta l'opera di Peano », precisa Geymonat, « è una strenua e costante difesa della funzione e del potere della ragione, contro tutte le forme di irrazionalismo, anche le più subdole ». Infine, Geymonat indugia, per la prima volta, a indicare quelli che a suo giudizio sono dei limiti dell'impresa peaniana: « Le nostre perplessità in proposito derivano da due circostanze: 1) dal fatto che il simbolismo peaniano, sebbene più semplice e più agile di altri introdotti successivamente da altri autori, per esempio da Hilbert, si rivela però incapace di tradurre concetti e spiegazioni di alta matematica, cosa che invece riescono a fare quegli altri simbolismi; 2) dal fatto che la ricerca di una scrittura universale, tenacemente perseguita da Peano, se aveva corrisposto a un'esigenza culturale sentita nel Seicento, all'epoca di Leibniz, non possedeva più alcuna attualità nel nostro secolo ». Infine, pur riconoscendo che in Peano è presente il problema di individuare un nesso tra linguaggio scientifico e linguaggio comune, nota che « il suo pensiero al riguardo rimane fondamentalmente oscillante ». Al contrario, Geymonat

come Vailati riconosce l'importanza storica e teorica del rapporto fra linguaggio scientifico e quello comune; nell'opera *Filosofia e filosofia della scienza* (1960) ha cercato di individuare i motivi di continuità esistenti fra i due linguaggi, allo scopo di assicurare al linguaggio scientifico una permanente apertura all'esperienza, e a quello comune la possibilità di conseguire livelli di elevato rigore sintattico, facendo uso delle procedure logiche elaborate e via via affinate dal linguaggio scientifico, procedure le quali forniscono strumenti efficaci di ricerca e di dimostrazione. In questo scritto, l'atteggiamento di Geymonat nei confronti della scrittura universale è limitativo, rispetto a ciò che ha affermato in precedenza, quando ha accolto la tesi di Cassina sulla sostanziale unità del pensiero di Peano. Pertanto egli non considera, come alcuni critici, la fase dell'interlingua un segno di 'senilità' del logico piemontese, ma in continuità con la sua concezione della logica matematica. Peraltro, Peano stesso chiarisce che il metodo usato nella formulazione del suo *latino sine flexione* « è un'applicazione della *Logica matematica*, la quale con una successione di eguaglianze, permette di scomporre un insieme di idee matematiche in primitive e derivate ». E più oltre: « Il *latino sine flexione* allo stato attuale, come pure il *latino minimo*, quando sarà costruito, o meglio *calcolato*, è conseguenza di soli teoremi logici. Esso contiene nessuna convenzione ».

Sullo sfondo di questo contributo di Geymonat c'è il rapporto di Peano con Russell; rapporto che è stato discusso e variamente interpretato dagli studiosi. Nell'Appendice pubblichiamo una lettera di Bertrand Russell a Giovanni Vacca, che all'opera di Russell *The Principles of Mathematics* (London 1903) ha dedicato una breve recensione, mentre un esame più ampio e dettagliato è rimasto inedito. La preoccupazione fondamentale di Vacca, analoga a quella di Peano, è di stabilire una comparazione fra i simboli e i teoremi del *Formulario* e quelli degli altri studiosi di logica, per ribadire una sostanziale superiorità del *Formulario.* Dallo scritto inedito di Vacca, dagli epistolari di Vailati con Vacca, Papini e altri, e dai contributi di altri allievi di Peano, emerge che le ricerche logiche di Russell

hanno costituito un riferimento costante nella « scuola » torinese. La stessa definizione russelliana di matematica è stata discussa e sostanzialmente accolta da Vailati in un saggio fondamentale, *La più recente definizione di matematica* (1904); definizione che Vailati presenta in questi termini: « La matematica è una scienza nella quale non si ha mai bisogno di sapere se quello che si dice è vero, e neppure di sapere di che cosa si parla ». Lo stesso Peano, a proposito di questa tesi, afferma nelle *Discussiones* del 1926: « Isto propositione appare absurdo, exprime profundo veritate. Mathematica affirma deductiones de forma 'ab propositione A segue B', et non affirma veritate de propositione A et B ».

5. Il problema sollevato da Geymonat, ossia indicare quali sono le ragioni della sostanziale 'chiusura' di Peano nei confronti della filosofia, è stato precedentemente affrontato da Giovanni Vailati. In alcuni scritti il filosofo cremasco ha individuato i motivi di tale chiusura nella stessa concezione peaniana della matematica, ossia nella nozione di definizione, che assume un ruolo centrale nella riflessione del logico torinese.

Peano, che pure cita ampiamente Aristotele nel suo *Formulario* e in alcuni scritti logici, nega che la definizione aristotelica sia valida nel discorso matematico, ossia scientifico, mentre Vailati sostiene la tesi opposta. Secondo Peano c'è una differenza sostanziale fra la matematica e la filosofia; la prima è fondata su una serie di definizioni che valgono solo nell'« universo del discorso » matematico in cui si usa un linguaggio rigoroso, invece l'« universo del discorso » filosofico ha i caratteri del linguaggio comune, che per sua natura non è rigoroso, in cui cioè ogni termine non ha un significato univoco. In conclusione, secondo Vailati fra linguaggio matematico e linguaggio filosofico non esiste una barriera invalicabile come in Peano, ma solo una distinzione di ruoli e funzioni nella comunicazione razionale.

Nel 1933 uno degli allievi di Peano, Ugo Cassina, che ha compiuto un enorme lavoro per far conoscere gli scritti del maestro, di cui ha curato con acribia i tre volumi di *Opere scel-*

te, ha pubblicato il saggio *L'oeuvre philosophique de G. Peano*, sulla *Revue de Métaphysique et de Morale.* Il titolo può essere fuorviante; l'autore si riferisce essenzialmente ai contributi sui fondamenti dell'aritmetica e della geometria, e soprattutto a lavori sulle « leggi del ragionameno », un campo in cui a suo giudizio Peano è riuscito « a fare alla Logica i soli sostanziali progressi che ha compiuto dall'epoca di Aristotele ». Cassina si sofferma sulla novità epistemica della « curva » e sul significato di termini fondamentali come quelli di « definizione » e di « dimostrazione », di cui Peano fornisce una soluzione cui non è giunto neanche « le génie » di Poincaré.

Nel corso delle celebrazioni di Peano del 1953 in occasione dell'intitolazione del Liceo scientifico di Cuneo, i cui testi sono stati poi pubblicati (*In memoria di Giuseppe Peano*, Cuneo 1955) non solo Geymonat, ma anche Francesco Barone è intervenuto su *Un'apertura filosofica della logica simbolica peaniana*, in cui rileva la posizione nettamente critica di Benedetto Croce verso la logica simbolica, al limite della stroncatura; « il giudizio crociano sulla logica simbolica e sul Peano, afferma Barone, rientra nel quadro della sua generale concezione (e svalutazione) della scienza, contro cui si sono rivolte appropriatamente le obiezioni dei critici ». Secondo Barone, chi invece ha compreso la novità del lavoro logico e matematico di Peano è stato Giovanni Vailati, « nel cui pensiero è sempre presente un esplicito riferimento alla generale portata metodologica che hanno le specifiche ricerche di logica simbolica di Peano e della sua scuola, che il Vailati seppe puntualizzare storicamente ». In altri termini, Barone individua la novità della « direzione cui guarda Vailati nell'interpretazione filosofica della logica peaniana »; una direzione che Barone considera « come fenomenologia delle strutture deduttive della scienza ispirata al modello peaniano della struttura deduttiva matematica ». Un giudizio, questo, che anticipa di parecchi anni una direzione di ricerca sviluppata dall'ultima generazione degli studiosi del filosofo cremasco. In conclusione, Barone non entra nel merito della posizione di Peano, e perciò non rileva la differenza rispetto a quella sostenuta da Vailati.

Un approccio nuovo e innovativo lo ha dato uno studioso dell'ultima generazione, Enrico Pasini, nel saggio *Peano e la filosofia della matematica* [4], in cui compie una disamina critica dei testi peaniani con un certo humour e con rigore...peaniano. Egli rileva che l'atteggiamento di Peano verso la filosofia e la filosofia matematica ha subito delle variazioni; si riscontra fino agli anni Novanta, e poi muta. Contrariamente a Cassina, Pasini sostiene che Peano « fin dai primi scritti, era sicuramente interessato profondamente alla 'fondazione', ossia ai problemi relativi ai principi fondamentali, ma non come un problema filosofico, bensì come un problema schiettamente matematico ». Successivamente è più « amichevole » verso la dimensione filosofica della logica matematica; una posizione che l'autore supporta con riferimenti testuali.

D'altra parte, Pasini segnala che il termine « filosofia della matematica » è raramente presente in Peano, e assume il significato di « analisi dei principi ». Nell'ultimo periodo della sua attività è rintracciabile « la sua filosofia implicita, o quantomeno, la sua epistemologia matematica, e, affermazione ancor più impegnativa, fra le diverse fasi del pensiero peaniano è possibile rintracciare una continuità di interessi e atteggiamenti in questa direzione ».

Nella seconda e più ampia parte del saggio, l'autore rintraccia, in termini persuasivi, la dimensione filosofica e soprattutto epistemologica nelle « pieghe » del pensiero di Peano. In alcuni casi « una dimensione di ordine epistemologico generale » la individua in alcuni scritti come nella recensione ai *Grundgesetze* di Frege o nelle *Notations de logique mathématique.* E dall'analisi peaniana della recensione ai *Principia Mathematica* di Russell Pasini trae questa conclusione: « La questione filosofica ha un duplice terreno, e solo su uno di questi – come abbiamo ripetuto *ad abundantiam* – cammina Peano,

[4] E. PASINI, *Peano e la filosofia della matematica*, in *Conferenze e seminari 2003-2004*, a cura di E. GALLO, L. GIACARDI, C.S. ROERO, Torino, Ass. Sub. Mathesis, 2004.

accomunato più a Peirce che a Frege da quello che possiamo chiamare, senza troppo impegno, ‘pragmatismo formale’». Questa tesi centrale è ribadita in termini più espliciti alla conclusione del saggio: «Con l’analisi dei principi, in cui consisteva secondo Peano la filosofia della matematica, ci troviamo pienamente in un’indagine sulla fondazione delle teorie matematiche [...]; con gli enti e le idee (rappresentazioni, cose, classi, numeri) siamo fuori della matematica; e questa è senz’altro filosofia, di quella di cui Peano sembra cercare di tenersi alla larga». Ci siamo soffermati a trascegliere alcune affermazioni del saggio di Pasini per porre in evidenza che, a mio parere, ci troviamo di fronte a una fase nuova nella ricerca sull’opera peaniana, ricerca che in questi anni conosce una rigogliosa fioritura di studi e ricerche.

Appendice: Lettera di B. Russell a G. Vacca*

Bertrand Russell
Bagley Wood, Oxford. 11 Mars 1906

Cher Monsieur,

je vous remercie très cordialement d’avoir eu la bonté de m’envoyer vos observations sur mon livre. Si j’arrive jamais à une seconde édition, je saurai en profiter beaucoup. Voici quelques remarques que m’ont suggéré vos critiques.

Pour ce qui est de la différence entre les editions du Formulaire, je comprends que le but que se propose M. Peano n’est pas le mien, et que, pour atteindre son but, il fait bien d’adopter la méthode qu’il favorise à présent. Pour une part, je ne désire pas seulement arriver aussi vite que possible à l’arithmétique et à la géométrie: au contraire, la logique m’intéresse pour son propre compte.

Pour cette raison, je crois que, sans avoir rien à rédire à M. Peano, je fais bien, pour mon but, d’ adopter une autre manière.

* *La lettera mi è stata data dal figlio di Giovanni Vacca, Roberto, che ringrazio vivamente.* Attualmente è conservata a Torino nel *Fondo Peano-Vacca* del Dipartimento di Matematica dell’Università.

Quant à la Df de la fonction, il me semble qu'on a besoin d'une idée primitive fx, f(x,s), f(x,s, e), ... pour une fonction propositionelle. En ceci je suis Frege, mais avec la restriction que fx doit etre une P. pour toute valeur de x.

« fx » sera « une P. quelconque contenant x ». En écrivant « (x). fx » pour « fx est vrai pour toute valeur de x » on aura besoin de la Pp (x). fx ⊃ fy, etc. le ne suis pas d' opinion que l'idée primitive consiste dans le grossement de x et f car je crois que f ne signifie rien sans x. Du reste, le regressus dont vous parlez monstre qu'il n'y a pas moyen de donner une signification à une telle idée primitive. L'idée primitive que je crois nécessaire est antérieure à l'idée de relation et à l'idée d'une classe de couples. Mais il est impossible de m'expliquer dans une lettre, perce qu'i! me faudrait un volume presque pour donner toutes mes raisons.

Au sujet de l'implication, je vois que je me suis trompé sur l'opinion de M. Peano, ce qui me fait plaisir, parce que son opinion est celle que je crois juste.

Quant à la contradiction, on pourrait (d'après les thèories usuelles) mettre

? = x ∍ (x ~ e), au lieu de ? = Cls ∩ x ∍ (x ~ e). Ceci empeche, à ce qu'il me semble, d'accepter votre solution. On a

? = x ∍ (x ~ e x). ⊃ : x e ? .≡ . x ~ ex : ⊃ : ?e?. ≡ ?~e?,

Je crois maintenant avoir trouvé la solution de ce paradoxe, par une méthode dont j'ai donné un esquisse préliminaire dans *Proceedings of the London Mathematical Society* Series 2, Vol 4, Part I. Je n'ai pas reçu jusqu'ici qu'un exemplaire, sans cela je vous en enverrais un. La solution que je propose entraine dans la pratique à peu près les memes résultats que ma « doctrine des types », Appendix B de mon livre; mais j'y parviens par une méthode qui ne contient pas de prémises douteuses.

La capacité déductive d'une P. ne peut avoir que deux valeurs, celle des P. fausses et celle des P. vraies. pour les Df par abstraction, j' obtient les memes rèsultats en donnant des Df *nominales* des *classes* d'objets ayant la dite relation à un terme donné.

Je vous remercie cordialement pour les observations bienveillantes avec lesquelles vous terminez votre lettre, et je vous prie de me croire

Votre très dévoué

Bertrand Russell

20. Peano circondato da allievi e insegnanti nel 1928

21. Giuseppe Peano nel 1931

Giulia Gagliardi

Giuseppe Peano sulla scena internazionale dell'interlinguistica: un archivio ritrovato, il « Fondo Gliozzi »

In occasione delle celebrazioni per i 150 anni dalla nascita di Peano e i 100 dalla pubblicazione della quinta e ultima edizione del *Formulario Mathematico* mi sembra doveroso ricordare un grande matematico, interlinguista e uomo di cultura, quale fu Peano, rendendo noto il contenuto di un fondo, che raccoglie in parte materiale di sua proprietà (in particolare ciò che apparteneva alla biblioteca del matematico è chiaramente contrassegnato da un numero progressivo sulle coperte di libri o sulle buste), e per ora ancora poco conosciuto. Il mio intervento è infatti centrato sull'analisi di alcuni documenti del « Fondo Gliozzi » [1]. Mario Gliozzi, docente e storico della fi-

[1] Oltre al materiale contenuto nel *Fondo Gliozzi*, che a tutt'oggi non è ancora stato catalogato, mi limito a segnalare i principali strumenti delle mie ricerche: V. Barandovská-Frank, *La latina kiel interlingvo*, Dobřichovice, Kava-Pech, Akademia Libroservo, 1995; *De latino sine flexione centenario*, Dobřichovice, Kava-Pech, Akademia Libroservo, 2003; L. Couturat, L. Leau, *Histoire de la langue universelle*, Paris, Hachette, 1903; E. Luciano, C.S. Roero (a cura di), *Giuseppe Peano, matematico e maestro*, Torino, Dipartimento di Matematica dell'Università, 2008; G. Peano, L. Couturat, *Carteggio (1896-1914)*, a cura di E. Luciano e C.S. Roero, Firenze, Olschki, 2005; C.S. Roero, *I matematici e la lingua internazionale*, Le matematiche nella società e nella cultura, Bollettino della Unione Matematica Italia-

sica, fu il segretario dell'*Academia pro Interlingua* a partire dal 1932. L'istituzione era stata fondata da Peano nel 1908, che la diresse fino alla morte (1932). In tale veste Gliozzi ebbe accesso a parte dei materiali che appartenevano alla biblioteca dello scienziato e a quella dell'*Academia.* Dopo la morte del matematico tutto il materiale venne affidato dalla vedova ai più stretti collaboratori del marito: U. Cassina, N. Mastropaolo, G. Canesi e lo stesso Gliozzi, in vista dell'istituzione del *Fundo Peano pro interlingua.* Alcune opere erano destinate alla Biblioteca Civica di Cuneo, a cui Peano aveva già donato dei testi mentre era in vita. Il lascito andò disperso tra la Biblioteca di Cuneo e quella dell'Ateneo milanese, cui fu venduta da Cassina, direttore della stessa negli anni Trenta. Buona parte dei circa 3000 volumi totali, libri di matematica e dizionari per lo più, andarono a Milano: la loro vendita servì per finanziare le pubblicazioni di *Schola et Vita*, che continuarono fino al 1938. Il materiale di argomento interlinguistico, che si trovava nella sede dell'*Academia pro Interlingua*, cioè la stessa casa del matematico a Cavoretto, alla morte di Carola Crosio, passò invece nelle mani di Canesi e Gliozzi, che lo conservarono fino allo scioglimento dell'istituzione (1954). Venne quindi trasferito a Cuneo insieme a ciò che Canesi aveva raccolto in quanto tesoriere dell'*Academia* [2]. La parte che rimase di proprietà di

na, a. II, n. 8, 1999, pp. 159-182; C.S. ROERO (a cura di), *Giuseppe Peano, matematica, cultura e società*, Savigliano, L'artistica, 2001; G. PEANO, 1903d, *De latino sine flexione, lingua auxiliare internazionale*, RdM, 8, 1902-06, pp. 74-83; 1904a, *Il latino quale lingua ausiliaria internazionale*, Atti R. Acc. Scienze Torino, 39, 1904, pp. 273-283; G. PEANO, *Opere scelte*, a cura di U. CASSINA, Roma, Cremonese, vol. 1, 1957, vol. 2, 1958, vol. 3, 1959; *L'opera omnia di Giuseppe Peano*, a cura di C.S. ROERO, cd-rom, Torino, Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino, 2002; *L'archivio di Giuseppe Peano*, a cura di C.S. ROERO, N. NERVO, T. ARMANO, cd-rom, Torino, Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino, 2003; *Le riviste di Giuseppe Peano*, a cura di C.S. ROERO, cd-rom, Torino, Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino, 2003, 2008.

[2] Tutte la vicende che riguardano la biblioteca di Peano sono state ricostruite grazie all'analisi, nel 2007, dei registri d'ingresso della Biblioteca di Cuneo. È emerso così che esistevano altri materiali dell'archivio e della bi-

Gliozzi fu donata alla Biblioteca speciale *Giuseppe Peano* del Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino. I circa cinquecento documenti che lo compongono costituiscono solo una porzione rispetto a ciò che è stato rinvenuto di recente a Cuneo.

L'intento del mio intervento è quello di indagare uno degli aspetti meno conosciuti di Peano: i suoi rapporti con personalità molto diverse tra loro e sparse in buona parte del mondo occidentale, ma accomunate dall'interesse per il fenomeno e le potenzialità della comunicazione linguistica internazionale. I moltissimi contatti che egli intrattenne furono resi possibili non solo dalla sua fama come matematico, ma anche da due caratteristiche attorno a cui si costruisce la sua personalità di studioso delle lingue pianificate e ausiliarie. La prima fu la volontà di ideare un progetto di lingua internazionale che favorisse lo scambio di informazioni all'interno della comunità scientifica, e matematica *in primis*, dal lessico internazionale modellato sul vocabolario latino e dalla morfologia ridotta al minimo: il *Latino sine flexione* o *Interlingua.* La seconda nacque dal precipuo atteggiamento di Peano nei confronti di qualsiasi tipo di ricerca scientifica. Il *Latino sine flexione* venne costruito infatti a partire da meccanismi, e con criteri, di tipo logico e matematico. Peano cercò, come già per la composizione del *Formulario Matematico*, la collaborazione di altri studiosi per discutere, migliorare, ampliare il suo progetto. Egli non accampò mai pretese di possesso sull'*Interlingua.* La stessa propaganda che ne fece manifestò piuttosto il suo profondo senso della condivisione e il valore che egli attribuiva alla libertà di ricerca e modifica. Una lingua che fosse strumento di comunicazione tra gli scienziati, perché radicalmente semplificata nella struttura e con un lessico già noto (quello della maggior par-

blioteca del matematico con relativi cataloghi, compilati a mano da Canesi tra il 1933 e il 1938. Attualmente tali materiali sono stati catalogati e conservati nel Centro di Documentazione territoriale di Cuneo. Cfr. E. LUCIANO, C.S. ROERO (a cura di), *Giuseppe Peano, matematico e maestro*, 2008 cit., pp. 87-88.

te delle lingue romanze e germaniche che ha base latina, soprattutto negli ambiti semantici della scienza e della tecnica), non poteva che proporsi come un modello, come un metodo cui altri creatori di interlingue avrebbero potuto far riferimento, cosa che effettivamente avvenne in taluni casi [3].

A differenza della maggior parte delle lingue pianificate, il *Latino sine flexione* si presentò come strumento per una comunicazione esclusivamente scritta. Questo aspetto favorì i contatti con studiosi ed estensori di altre interlingue. Essi erano invitati a collaborare alle riviste pubblicate dall'*Academia pro Interlingua*, come *Discussiones*, o legate alle sue attività (*Schola et Vita*, diretta dal milanese Nicola Mastropaolo e organo ufficiale dell'istituzione dal 1928 fino alla cessazione delle sue pubblicazioni dieci anni dopo, e *Revista universale* del

[3] Nonostante il destino riservato all'*Interlingua*, essa fu un modello riconosciuto dagli interlinguisti per la creazione di altre lingue ausiliarie. Influenzati direttamente dagli studi di Peano furono ben quattro progetti del 1910, il *Mondlingu* di Sidni E. Bond, il *Nove Latin* di un autore che si firmava Dr. Ernst, il *Semilatin* di Wilfrid Moeser e il *Simplo* di Mario Ferranti. Il *Latin-Esperanto* e il *Latin-Ido*, entrambi di Giuliano Vanghetti furono presentati nel 1911; essi erano basati sul lessico internazionale del *Latino sine flexione*, mentre la morfologia si ispirava chiaramente all'*Esperanto* e all'*Ido.* Il *Nov latin loqui* dell'austriaco Karl Pompiati apparve per la prima volta nel 1918 e successivamente, in una nuova versione, nel 1956. L'*Interlingua systematic* di José Rossellò-Ordines è del 1922; la *Lingua perfect* di Alois Hartl fu ideata nello stesso anno; così il *Neolatine* dell'italiano Giuseppe Semprini. Il *Federal* di Jean Barral risale al 1923; il *Latino viventi*, di un autore che è noto solo con il suo pseudonimo, *Fibula*, e di cui si sa che era torinese, al 1925. Fece la sua comparsa in un articolo su *Schola et Vita* (n. 4, 1928) il *Neolatino* di Peter Lündstrom. Il *Latin sin flexion* del futuro direttore dell'*Academia pro Interlingua*, Henk Bijlsma, costruì il suo lessico prendendo le parole dalle moderne lingue neolatine per integrare il vocabolario della lingua classica, secondo lo stesso *principio di internazionalità* adottato dal matematico piemontese (1929). *Panlingua* è di Leonhard Weber, un ucraino (1938). Un caso a parte è quello della lingua ausiliaria nata lo stesso anno della morte di Peano (1932), per contrapporsi alla sua, la *Latina non sine flexione*, dell'orientalista finlandese Oiva Johannes Tallgren-Tuulio, che si rivolgeva sempre alla comunità scientifica, ma proponeva un progetto più fedele alla grammatica del latino classico.

ligure Ugo Basso, edita dal 1911 al 1914). In queste sedi era loro consentito presentare i propri personali progetti interlinguistici e farne propaganda. L'unica richiesta di Peano consisteva nel pregarli di presentare dettagliatamente questi stessi progetti. Si ritrovano perciò sulle pagine di tali periodici informazioni circa un gran numero di lingue inventate pressoché sconosciute e un vero patrimonio di notizie sul fenomeno interlinguistico nei primi trenta anni del XX secolo.

Nell'ultimo quarto del secolo precedente vennero messe a punto le prime lingue (*Volapük* 1879, *Esperanto* 1887) che si proponevano come strumento per la comunicazione internazionale: esse non si proponevano più come lingue ideali costruite a priori alla ricerca della perfezione filosofica: lo scopo divenne pratico. Vennero organizzati i primi congressi dei sostenitori, dove si metteva la lingua sul banco di prova grazie a un utilizzo quotidiano, e se ne celebrava il successo. Comitati organizzatori e associazioni diedero vita a diverse riviste, spesso dalla natura effimera, soprattutto quando erano espressione di un solo individuo, inventore e maggior utente della sua stessa creazione (nel «Fondo Gliozzi» se ne trova un esempio: il *Novam* di G. Touflet, periodico omonimo rispetto all'interlingua adottata, che uscì con soli dodici numeri, dal gennaio del 1928 allo stesso mese dell'anno dopo, tutti regolarmente inviati a Peano e conservati). Altre ebbero maggior fortuna, come *Progreso*, fondata da Louis Couturat e ancora oggi esistente, organo ufficiale di propaganda e discussione dell'Unione idista. Peano ricevette in tutto una ventina di numeri. Ogni fascicolo riporta in apertura le decisioni dell'accademia, cui seguono articoli di varia scienza (Couturat per esempio scrisse *La maxim basa temperaturi*, numero 50, e La *lecioni di Titanic*, numero 56). Uno spazio significativo è riservato alla sezione *Linguala questoni*, dove si discute dell'inserimento nel vocabolario di nuove parole o di specifiche caratteristiche della lingua *Ido.* Le ultime pagine riguardano la *Kroniko*, la bibliografia, in cui si segnalano i numeri appena usciti di riviste di interesse interlinguistico, libri e vocabolari, e infine annunci e corrispondenze. L'unico suo intervento in queste pagine dedicato interamente

all'aspetto linguistico è intitolato *La pronuncado di la latino*, che affronta un argomento molto discusso anche sulle riviste dell'*Academia pro Interlingua.* Tutto al contrario della posizione sostenuta da Peano e dai soci dell'*Academia*, Couturat si scaglia contro la pronuncia « nazionale » della lingua classica, sostenendo la necessità di risalire alla forma originale, affinché essa non sia "ridinda a la stranjeri" o, peggio ancora, "nekomprenebla da li" [4]. In particolare, la pretesa della Chiesa di adottare una pronuncia simile a quella dei fonemi italiani, perché il latino aveva avuto come luogo d'origine Roma, si baserebbe sul falso presupposto che tale lingua fosse ancora in qualche modo vivente, mentre essa andrebbe appresa come una qualunque lingua straniera. Egli era convinto che la vera pronuncia fosse quella dei romani istruiti ai tempi dell'imperatore Augusto, che il professor Louis Havet [5] aveva ricostruito e descritto in modo particolareggiato. La scelta è quella della massima fedeltà ai suoni originali, mantenendo i dittonghi come suoni separati (*ae* si pronuncia [a] ed [e] non [e]) e i suoni aspirati derivanti dal greco per i gruppi *th* e *ph*, oltre che per *gn.* Tutte scelte che erano vicine a quelle operate dai locutori dell'*Ido*, aspetto che viene inevitabilmente messo in luce per indicare che « la latina pronuncesis esakte quale Ido, e preske esakte quale ol skribesis; una ortografio esis preske complete fonetikala » [6]. Tra i locutori del *Latino sine flexione*, invece, non si trovò un vero accordo su questo argomento. Peano sostanzialmente fece riferimento alla pronuncia germanica medievale.

Le riviste edite dall'*Academia pro Interlingua* contengono anch'esse un gran numero di interventi, vari sia per argomento sia per i redattori (che potevano essere matematici, insegnanti di scuola secondaria, professori universitari, interlinguisti o semplici simpatizzanti). Un'analisi comparata degli interventi

[4] L. COUTURAT, *La pronuncado di latino*, Progreso, 1, 5, 12, 1913, p. 724. Si trova nel *Fondo Gliozzi*, BDM Torino.

[5] L. HAVET, *La pronunciation du latin*, L'education, Parigi, Vuibert, settembre 1911.

[6] L. COUTURAT, 1913 cit., p. 725.

in esse contenuti e dei materiali del « Fondo » con l'archivio della corrispondenza di Peano permette di aggiungere un tassello al complesso *puzzle* dei molti rapporti interpersonali intrattenuti dal matematico. Oltre che di ottenere informazioni su interlingue altrimenti pressoché sconosciute.

Analizzando il « Fondo Gliozzi » il primo dato che emerge è la presenza di molti testi che appartenevano alla biblioteca personale di Peano. Essi sono contrassegnati dalla notazione "n. Bibl. Peano". Questa comprendeva non solo libri e vocabolari, ma anche intere annate di riviste di cui il matematico aveva sottoscritto l'abbonamento o che gli erano state inviate come omaggio dai soci dell'*Academia* o dagli stessi redattori. Il numero di sequenza si trova apposto su una fascetta incollata alla busta che contiene i fascicoli o direttamente sulla coperta. Il resto del materiale è presumibile fosse di proprietà dell'*Academia* o inviato a essa. Una seconda considerazione si può fare a proposito del contenuto dei testi conservati nel « Fondo Gliozzi ». Esclusi un paio di manuali di matematica e un numero della rivista polacca *Parametr*, tutti i documenti riguardano gli studi linguistici e interlinguistici. Si trovano grammatiche e dizionari, riviste, che sono l'espressione di associazioni che propagandavano una qualche lingua pianificata, e la corrispondenza con fautori di altre interlingue o soci dell'*Academia pro Interlingua.* La presenza di documenti in *Latino sine flexione* è, in proporzione rispetto alle altre interlingue, di minor entità (circa il 10%).

La corrispondenza tra Peano e altri cultori della pianificazione linguistica, che spesso erano anche membri dell'*Academia pro Interlingua*, è molto consistente. Le lettere sono sparse tra l'archivio di Cuneo e i molti epistolari in possesso delle famiglie dei corrispondenti (come quello di Giovani Vacca, allievo e amico di Peano). Nelle carte contenute nel « Fondo Gliozzi » due sono di particolare interesse per introdurre il nostro discorso: *Études des projects soumis à l'Academie pro Interlingua sur la langue universelle*, stampato nel 1912, e due fascicoletti che riportano l'elenco dei testi principali da consulta-

re sulla questione delle lingue artificiali ausiliarie. Alfred Michaux, che si firmava anche A. M. Bonigue, autore del *Romanal*[7] e socio dell'*Academia pro Interlingua*, raccolse alcuni progetti di lingue ausiliarie sottoposti all'istituzione nel libro succitato. Questo era un'edizione fuori commercio, pensata solo per i soci dell'accademia, anche se il suo scopo principale era sostenere le ragioni della propria creazione. Anche le due liste erano funzionali alla consultazione interna. Esse contengono un elenco in ordine alfabetico di opere di interlinguistica (in tutto trecentotredici). La prima parte della lista venne battuta a macchina e si presenta su quattro carte sciolte, mentre la seconda è solo manoscritta. Probabilmente nessuno si occupò di batterla a macchina, o se ne è perso l'esemplare dattilografato. L'anno non è certo, ma sicuramente successivo al 1911, la data più avanzata che si incontri nel testo. Dei 313 testi elencati, nel «Fondo Gliozzi» se ne trova solo una piccola parte. Ma tale strumento rimane prezioso per ricostruire la storia dei progetti interlinguistici che, a partire dal XVII secolo, vennero ideati in forma più o meno compiuta. Il libro di Michaux passa invece in esame un numero limitato di lingue, già affermate e diffuse: *Esperanto*, *Ido, Latino sine flexione* e *Romanal.* La copia presente nel Fondo è dedicata a Peano, meritevole di aver introdotto l'autore allo studio del latino, base lessicale della sua interlingua. Nell'introduzione l'autore tratteggia a grandi linee la storia delle lingua internazionali e si sofferma in particolare

[7] Nel 1909 Michaux pubblicò, sotto uno pseudonimo, il testo *Romanal, metode de international lingue*, che Peano possedeva. Molti anni dopo, questa volta con il suo vero nome, diede alle stampe un'altra grammatica, dal titolo *Romanal, langue auxiliaire anglo-latin* (1922). Egli ideò una nuova lingua pianificata a partire dal vocabolario che Peano aveva individuato per il suo *Latino sine flexione*, cui aggiunse una sintassi analitica, più simile a quella dell'*Esperanto* o del *Volapük.* Infatti egli adottò l'ortografia e la pronuncia latina, ma stabilì una terminazione fissa per distinguere le varie parti del discorso e introdusse degli affissi dal significato univoco per veicolare le differenti sfumature di significato dei sostantivi. La coniugazione verbale era complessa, con l'uso dell'ausiliare *estar* (essere) limitata alle forme passive e dei suffissi per indicare modi e tempi.

sui progetti neo-latini, che hanno come base il lessico latino ricostruito a partire dalla sua presenza, massiccia, negli idiomi romanzi. Distingue tra ciò che definisce il latino tematico e quello analitico. Il primo è il modello adottato dal *Latino sine flexione* e caratterizzato dalla divisione tra il tema della radice delle parole originali, che viene conservato, e le flessioni, del tutto o quasi soppresse, in modo che le parole terminino con una vocale. Tale scelta è molto conservativa in quanto le radici rimangono quelle che si possono trovare in qualsiasi vocabolario latino. Michaux elogia la semplicità di questo primo tipo, anche se muove qualche critica, dovuta soprattutto alla presenza di omografi dal significato diverso, come *lege*, che sta sia per il verbo "leggere" che per il sostantivo "legge". Il latino analitico è la base per alcuni progetti presentati all'Academia, la cui peculiarità consiste nel mantenere un certo grado di complessità a livello morfologico per avvicinarsi il più possibile alle lingue europee, nell'ottica della massima naturalità. Tra questi cita il tipo *Universale*, facendo riferimento all'*Universal*[8] di Henrik Molenaar, dal lessico pan-romano; il tipo *Latino internazionale*, come il *Latino internationale*[9] di Ugo Basso e Jules Meysmans, dalla derivazione più irregolare, ma con una ortografia del tutto naturale; il tipo *Romanal*, che conserva l'etimologia storica e adotta un meccanismo tipico delle lin-

[8] Il *Panroman* o *Universal* di Henrik Molenaar comparve lo stesso anno del *Latino sine flexione* (1903). Dopo aver studiato i sistemi artificiali di tipo schemistico e averne individuato i difetti, egli propose la creazione di una lingua naturalistica, modellata sul latino, con una grammatica talmente semplice da non richiedere alcuno studio preliminare perché comprensibile a prima vista dalle persone colte di tutta Europa. Il nome *Universal* getta un po' di fumo negli occhi, dato che il prodotto finale assomiglia alle lingue neolatine in modo spiccato, più che a una lingua ausiliaria internazionale. Peano elogiò questo progetto, considerandolo il più semplice e razionale mai creato.

[9] Nel 1912 Basso elaborò il *Latino internationale*, modellato sul *Latino sine flexione* di Peano e propagandato dall'*Unione pro latino internationale*, con sede a Ventimiglia (poi ribattezzata *Unione pro Interlingua*). L'associazione diede alle stampe un periodico, la *Revista Universale*, e collaborò strettamente con l'accademia di Peano.

gua schermistiche: le finali delle parole mostrano, grazie all'aggiunta di morfemi specifici, la funzione grammaticale e logica della parola stessa (non servirebbe perciò alcun vocabolario per la traduzione). In conclusione si riportano e discutono alcune decisioni linguistiche prese dai membri dell'istituzione, in particolare a proposito delle finali di parola (la sua proposta è di utilizzare le finali latine così come si sono conservate nelle lingue moderne, senza modifiche).

A proposito dell' "Academia", ricordo che essa era nata come "Kadem Volapüka" nel 1888, un'istituzione legata al *Volapük.* Venne quindi trasformata in *Akademi internasional de lingu universal* dieci anni dopo, quando adottò come interlingua l'*Idiom Neutral.* Dopo infinite discussioni sull'assetto da dare alla lingua, si pervenne, nel 1903, a un accordo generale. Si stabilì dunque di far trascorrere cinque anni affinché essa si stabilizzasse. Nel 1908, quindi, era tempo di iniziare un nuovo periodo di attività, e Peano si inserì abilmente nel suo comitato organizzativo, presentando due candidature contemporanee, come membro e come direttore. La sua prestigiosa figura di scienziato e di fautore della lingua universale pesò sulla votazione, che vide la sua elezione a direttore (26 dicembre 1908). Egli, in questa nuova veste, propose innanzitutto di pubblicare una rivista a nome dell'accademia e, in secondo luogo, di permettere a tutti i membri l'assoluta libertà di scegliere la forma di interlingua preferita. Egli stesso chiarì che il fatto di usare il *Latino sine flexione* era una decisione personale, non vincolante per i soci e che egli non pretendeva di renderla la lingua ufficiale dell'*Academia.* Nonostante queste dichiarazioni, però, Peano intendeva trasformarla nello strumento di propaganda della sua ideazione. Quindi aprì l'iscrizione all'*Academia* a tutti, ma allo stesso tempo sciolse la vecchia *Akademi internasional de la lingu universal* e passò tutti i diritti alla nuova *Academia pro Interlingua* (18 luglio 1910). Venne quindi pubblicato un nuovo statuto. I punti di maggiore interesse consistono nella definizione dei suoi compiti (la promozione, nella teoria e nella pratica, della scienza interlinguistica) e dei meccanismi di affiliazione (completamente libera e aperta ai

fautori di qualunque lingua pianificata, che avevano, tra l'altro, il diritto di esprimersi nella forma di interlingua che preferivano, come si è già evidenziato). Ereditati dalla precedente *Kadem Volapüka* alcuni testi presenti nel Fondo e riguardanti la lingua di Johann Martin Schleyer. Tre sono i vocabolari *Volapük*-italiano, uno di Augusto Actis, l'altro di Carlo Mattei e il terzo di Gigi Seppenhofer, tutti risalenti al periodo 1888-1890. Auguste Kerckhoffs è autore di un vocabolario *Volapük*-francese, mentre l'ideatore della lingua è presente con una grammatica. Non esistono, per motivi cronologici, né riviste né corrispondenze in *Volapük.* Le modifiche apportate da Waldemar Rosenberger (tra il 1902 e il 1903) determinarono la creazione di una variante del *Volapük*, l'*Idiom Neutral.* In questa lingua, nel « Fondo Gliozzi », si trovano quattordici copie del periodico *Progres*, contenenti le annate, non complete, dal 1906 al 1908, pubblicate a San Pietroburgo e due saggi sull'interlinguistica in tedesco, ma nessuna corrispondenza. Un certo numero di lettere, circa una cinquantina, è invece conservato nell'archivio di Peano, inviategli da Rosenberger tra il 1907 e il 1915. Di particolare interesse le cartoline del 1908, quando Peano, in lizza per diventare direttore, corrisponde con Rosenberger, il quale lo sostiene apertamente, ma spera anche non vorrà portare troppe modifiche nell'istituzione. Nella cartolina del 1° marzo gli chiede: « in kel lingu vo pens redaktar vos sirkulari a membri de Akademia quande vo esero direktor? » [10] e gli propone di continuare con l'*Idiom Neutral.* Il 15 agosto del 1910 gli invierà una lettera in cui esporrà con decisione la sua contrarietà a modificare lo statuto dell'accademia. Ne nascerà una polemica, che conosciamo solo per quanto riguarda le accuse di Rosenberger. Nonostante Peano decida poi diversamente, i rapporti tra i due rimasero cordiali: alla sua nomina Rosenberger gli invierà le sue congratulazioni e lo terrà sempre aggiornato dei suoi progetti interlinguistici, proponendogli anche di

[10] Rosenberger a Peano, 1 marzo 1908, in *L'archivio di Giuseppe Peano*, 2003 cit.

scambiare i numeri di *Progres* con quelli di *Discussiones.* Sempre Rosenberger, a seguito di ulteriori modifiche apportate all'*Idiom Neutral*, diede vita al *Reform Neutral*, presentato nel 1912. *Progres* perciò continuò le sue pubblicazioni, ma in un'altra interlingua (nel « Fondo Gliozzi » si trovano sedici numeri che vanno dal 1912 al 1914, dopodiché lo scoppio della guerra determinò il cessare dei contatti internazionali per lungo tempo, mentre nel 1918, con la morte del fondatore, la rivista passò in mano a Edgar de Wahl, che la trasformò nello strumento di diffusione dell'*Occidental*).

È di certo l'*Ido* la lingua più rappresentata nel « Fondo », con più di un centinaio di documenti. La causa è da ascriversi al rapporto, sempre più burrascoso col tempo, intrattenuto da Peano con il suo principale estensore Couturat. Egli vide nascere il suo progetto, che si concretizzò in questa lingua pianificata. Ben centoventuno fascicoli di rivista sono redatti in *Ido*, spesso accompagnato da inglese, tedesco o svedese nei periodici bilingui. Il matematico era abbonato a *Mondo*, in *Ido* e svedese, ma solo monolingue dal 1923, redatto da Per Ahlberg, a *Progreso*, fondato e diretto da Couturat, il periodico ufficiale dell'Unione idista [11] e a *Idano*, di René Auerbach, in *Ido* e tedesco, diventato poi *La germana idisto* dal 1924 e passato sotto la direzione di un altro Auerbach, Siegfried. Essi contengono tutti delle recensioni di altre pubblicazioni in serie, di libri e vocabolari, e riportano notizie di cronaca riguardanti il mondo idista, oltre ad annunci personali. Costituiscono cioè una vera miniera di notizie sul movimento e i suoi protagonisti. Della corrispondenza con Ahlberg l'archivio di Peano conserva 24 documenti, di cui 11 del matematico piemontese, nel periodo compreso tra il 1914 e il 1930. In una lettera del 28 novembre 1926 di Ahlberg gli propone di creare una confedera-

[11] La rivista è pubblicata ancora oggi. James Chandler, appassionato di lingue artificiali, ha messo a disposizione nel sito: www.geocities.com/Athens/Forum/5037/yindex.html, un certo numero di articoli contenuti nel periodico dagli anni Trenta in poi.

zione della lingua mondiale razionale, o SOLIMURA, di cui avrebbero potuto far parte tutti coloro che rifiutavano un approccio dogmatico alla questione interlinguistica: la frecciata polemica era verso Louis De Beaufront che voleva boicottare alcune riviste idiste, come *Mondo*, in modo che fossero costrette a fondersi con altre, come *Bulletin* o *Ido*, passando sotto la sua direzione. Nella risposta Peano aderirà a questo progetto. Già in precedenza i contatti tra i due erano stati improntati a discorsi circa la libertà di discussione e la volontà di collaborazione. Qualche mese prima, infatti, Ahlberg aveva invitato Peano a partecipare al sesto congresso idista che si sarebbe tenuto a Praga, insieme a un gran numero di altri estensori di lingue artificiali, nell'ottica della costruzione di rapporti cordiali tra le associazioni. Peano rispose con una nota manoscritta al fondo della missiva che difficilmente avrebbe potuto essere presente, ma un'organizzazione come quella che aveva in mente Ahlberg, internazionale e centrata sullo scambio e la discussione libera tra gli interlinguisti, già esisteva: era l'*Academia pro Interlingua*, di cui la Confederazione avrebbe potuto costituire una sezione. Queste affermazioni suscitarono una polemica con il destinatario, che continuò anche negli anni successivi. Peano aveva nel frattempo esteso la sua proposta, chiedendo ad Ahlberg di rendere *Mondo* organo ufficiale della sua *Academia. Mondo* era nel mentre diventata strumento di diffusione di un'altra lingua, il *Novial*, perché Ahlberg dice chiaramente in una cartolina datata 5 aprile 1929 che gli idisti non sono meglio degli esperantisti: tutti fanatici. La risposta fu comunque sempre negativa: l'ApI possedeva già una sua rivista e per *Mondo* questa scelta sarebbe stata l'inizio della fine. Inoltre egli sostiene di non avere il diritto né legale né morale di disporre della rivista senza il parere positivo di tutta l' "Unione novialista internazionale" e continua a credere nella necessità di collaborare proficuamente a patto che ognuno mantenga la propria indipendenza.

Particolare attenzione merita la rivista *The international language*, l'unica presente nel « Fondo » che propagandasse

apertamente il *Latino sine flexione.* Se ne trovano diciotto fascicoli e il redattore è Gerald Moore [12]. Essa mantenne la sua denominazione, ma cambio la lingua in cui era composta e periodicità con molta frequenza in quasi quattro anni, pur rimanendo sempre bilingue, *Latino sine flexione* e inglese. *The international language* iniziò le sue pubblicazioni a partire dal 1910, quando era l'organo di propaganda dell'*Ido* in Gran Bretagna. Nel 1912 Moore entrò a far parte *dell'Academia pro Interlingua* e cambiò lingua al seriale. Fu tesoriere della sezione inglese dell'*Academia pro Interlingua*, fondata nel 1927, fino al suo scioglimento. Il primo numero in cui fa la sua comparsa l'*Interlingua* è quello del marzo 1912, con il sottotitolo di *Monatal revuo en Interlinguo et Angla.* L'articolo di apertura, che si conclude nel fascicolo successivo, è di Leon Guérard [13], dal titolo: *English as an international language.* La tesi che l'autore sostiene è questa: non si può mettere in discussione l'egemonia economica e commerciale dei paesi di lingua inglese, ma i tempi del monopolio di questa lingua sono finiti. Le lingue locali si rafforzano e anche in ambito scientifico non basta più la conoscenza di tedesco, francese e italiano, in quanto ogni scienziato scrive e lavora soprattutto per i propri compatrioti. La soluzione al problema della comprensione internazionale si potrebbe risolvere tramite una sorta di selezione naturale degli idiomi, ma molto meglio sarebbe un "universal agreement" [14].

[12] *The international language* iniziò le sue pubblicazioni a partire dal 1910, quando era l'organo di propaganda dell'*Ido* in Gran Bretagna. Nel 1912 Moore entrò a far parte *dell'Academia pro Interlingua* e cambiò lingua. Tutti i fascicoli riportano le decisioni dell'*Academia* e le recensioni dei nuovi libri pubblicati da questa. Questa è l'unica rivista presente nel «Fondo Gliozzi» composta in *Latino sine flexione.*

[13] ALBERT LEON GUÉRARD (1880-1959), francesista e interlinguista statunitense, professore alla Stanford University, studiò il fenomeno delle lingue internazionali in *English as an international language* (1911) e *Short history of the international language movement* (1912), dove fornì anche, come appendice, un elenco di tutti i progetti presentati fino ad allora. Fu anche un membro del consiglio direttivo dell'*Academia pro Interlingua.*

[14] L. GUÉRARD, *English as an international language*, The international language, 2, 6, 1912, p. 65. Si trova nel «Fondo Gliozzi».

L'inglese allora potrebbe recuperare il suo ruolo di lingua franca, ma solo a seguito di una riforma ortografica e di una definizione di cosa sia l'inglese, dato che ne esistono molti tipi diversi: data la sua semplicità grammaticale e la sua flessibilità sintattica esso si è molto diffuso, ma ogni popolo l'ha declinato a seconda della propria tradizione linguistica. In conclusione Guérard si chiede: "why not to try an auxiliary international language?" [15]. Con queste parole si apre la serie della rivista di Moore, che riporta non solo interventi di argomento linguistico (in particolare le prime pagine sono sempre occupate da un breve saggio di qualche importante studioso del fenomeno), ma anche le decisioni dell'*Academia pro Interlingua* e dedica un ampio spazio alla recensione di libri e periodici. Sulle sue pagine si accese una polemica tra Michaux e Basso, entrambi membri dell'ApI ed entrambi sostenitori di un personale progetto interlinguistico. Basso aveva fondato l'*Unione pro latino internationale*, un associazione per la discussione del fenomeno interlinguistico e la propaganda del *Latino Internationale.* Michaux lo accusò di essere in concorrenza con l'ApI, volendo diffondere la propria lingua senza intermediari e solo attraverso la pubblicazione di un vocabolario [16]. Questo avrebbe evidentemente relegato l'accademia di Peano a un ruolo meramente tecnico, privandola del suo significato più alto: l'essere un luogo di scambio e confronto tra tutti gli interlinguisti, indipendentemente dal progetto sostenuto. A tale critica Basso reagì con veemenza, ricordando la sua affiliazione all'istituzione e la volontà di creare un comitato che, basandosi su criteri esclusivamente scientifici, decidesse quale fosse il miglior progetto. Il comitato venne effettivamente creato: ne facevano parte solo membri dell'ApI, tra cui Peano, Augusto Actis, appartenente in precedenza alla *Kadem Volapüka*, Joseph Bernhaupt, Alois Hartl, Waldemar Rosenberger, lo stesso Moore e

[15] Ivi, p. 66.

[16] Il *Vocabulario internationale Interlingua-english-français-italiano* (che comparava latino, francese, italiano e inglese) fu pubblicato da Basso nell'ambito della *Revista universale*, tra il 1911 e il 1913.

Basso come segretario e tesoriere. Lo dirigeva Meysmans. All'atto di fondazione venne sottolineata la totale apertura della discussione a tutti i soci, le cui critiche, proposte, interi progetti o semplici proposizioni sarebbero stati presi in considerazione e valutati. La rivista di Moore pubblicò regolarmente le circolari del Comitato linguistico e le decisioni cui era approdato. La *querelle* si chiuse con l'offerta, fatta a tutti i lettori interessati, di giudicare personalmente la veridicità delle affermazioni di Michaux attraverso l'invio del numero incriminato della *Revista universale* di Basso e del suo libro: *Études des projects soumis à l'Academie pro Interlingua sur la langue universelle.* Scorrendo i fascicoli di *The international language* si possono scoprire anche lingue ausiliarie per il resto sconosciute, come quella ideata da Wordsworth Donisthorpe e denominata *Uropa.* Questo progetto, di tipo naturalistico e il cui scopo principale era l'intelligibilità a prima vista, consisteva di parole esclusivamente monosillabiche, non aveva flessioni e le radici lessicali erano aggettivi, terminanti con una consonante. Con l'aggiunta di una particolare vocale si potevano derivare tutte le altri parti del discorso. Molto spazio è ovviamente dedicato anche alle lingue ausiliarie già affermate, come il *Romanal* e l'*Interlatino*, il progetto che emerse dalle decisioni del Comitato linguistico di cui sopra e molto vicino, ma non sovrapponibile, al *Latino sine flexione.*

Dalle carte del Fondo si possono ottenere alcune informazioni su un personaggio poco noto della storia dell'interlinguistica Wilbur Beatty. Egli è conosciuto solo come ideatore dell'interlingua *Qôsmianî* o *Qosmiani* o *Cosmian*, presentata la prima volta nel libro *Qosmiani the new international language*, pubblicato a Washington nel 1922. Di origine statunitense, entrò a far parte dell'*Academia pro Interlingua* e fu un attivo sostenitore dell'istituzione. Intrattenne una fitta corrispondenza con Peano negli anni tra il 1915 e il 1930, presente esclusivamente nel Fondo. La prima missiva, datata 16 dicembre 1915, è una semplice richiesta di informazioni. Cito testualmente:

« Dear Sir, I would like to get some information about your international language. Please send me a circular giving pricelist of your publications and some description of the nature and contents of your publications » [17].

Peano gli inviò alcuni numeri della rivista *Discussiones*, segnalandoli in una nota manoscritta al fondo. Evidentemente colpito dal lavoro dell'italiano, Beatty diventò membro dell'ApI l'anno dopo e incominciò a sviluppare una propria lingua pianificata. Essa si basa su un alfabeto complesso di quaranta caratteri e su un lessico, modellato su inglese e lingue romanze, dalle parole deformate rispetto all'originale, che le rendono difficilmente riconoscibili a prima vista. La morfologia prevede sillabe finali che servono a indicare: l'appartenenza a un certa parte del discorso, il genere (che può essere maschile, femminile, neutro o comune), il numero (indicato dalla terminazione -s), il modo e il tempo per i verbi, e così via. Rimane traccia anche dei casi nell'uso del genitivo possessivo, di origine germanica. Quando propose il suo progetto nel 1922, lo scambio epistolare non avvenne più in inglese, ma in *Qosmiani.* Lo statunitense mandò anche alcuni fascicoli dattiloscritti per informare circa le regole della sua lingua, come Peano pregava ogni corrispondente di fare, e donò ai soci le copie del suo *Cosmian bulletin.* Il numero 1 è del 1926 e contiene una grammatica completa della lingua. Nella ricostruzione che l'autore fornisce della storia del progetto descrive i principi che lo hanno guidato: da una parte la massima internazionalità del lessico, dall'altra il modello morfologico inglese. Il n. 2 (1928) contiene invece una serie di dieci lezioni strutturate con una parte teorica e una di esercizi, per l'apprendimento del *Qosmiani.* Il sogno che l'americano inseguiva aveva un carattere più idealistico di quello di Peano: l'unione di tutti gli uomini in una sola repubblica mondiale, in cui ci sarebbe stato un sistema monetario e metrico comune, una sola lingua e persino un'unica

[17] Cfr. *The international language*, 2, nn. 7-8, 1912. Si trova nel « Fondo Gliozzi ».

religione. Beatty fece grandi sforzi, anche finanziari, per diffondere il *Qosmiani*, inviando tra le duecentocinquanta e le trecentocinquanta copie degli opuscoli di cui si è detto ai soci dell'ApI. Nel frattempo continuò l'opera di modifica e integrazione della lingua, chiedendo spesso a Peano un parere. Questi gli rispose innanzitutto che la sua lingua era "intelligibile post pauco minuto de studio" [18] e ne elogiò il vocabolario, purtroppo, a suo avviso, poco conosciuto [19]. In una delle due risposte conservate, si vede lo sforzo di Peano nell'apprendere anche questa interlingua, dato che essa è in *Qosmiani* (e lo testimonia anche la missiva del 3 ottobre del 1926, in cui il ricevente segna accanto a ogni singola parola la traduzione in *Latino sine flexione*).

Un altro personaggio, decisamente originale, fa la sua comparsa nel « Fondo » attraverso un vocabolario. Aldo Lavagnini, esoterista italiano e massone (come, sostiene Mola, fu anche Peano [20], motivo per cui si può ipotizzare si conoscessero personalmente, dato che presto Lavagnini emigrò in Messico), entrò a far parte dell'*Academia pro Interlingua* e al latino di Peano si ispirò per la creazione del suo primo progetto interlinguistico, *Interlingue* (1923). Negli anni successivi presentò, nell'ordine, *Unilingue* (1924), *Monario* I (1925), nel *Corso de Monario* e nell'*Interlexiko Monario-italiano-français-english-deutsch*, *Monario* II (1929), *Mondilingwo* (1937-38), che verrà poi ribattezzata *Mundilinguo* (1939) e infine *Mondi Lingua* (1955). Egli fu influenzato sia dal progetto naturalistico di Peano, che dai suoi studi esoterici, che lo convinsero della perfezione mistica di lingue quali quelle celtiche e il sanscrito. Fondò la rivista *Monario*, uscita tra il 1924 e il 1926 e la *Unilingual*

[18] Peano a Beatty, 4 aprile 1924, in *L'archivio di Giuseppe Peano*, 2003 cit.

[19] Peano a Beatty, 16 agosto 1930, in *L'archivio di Giuseppe Peano*, 2003 cit.

[20] Cfr. A.A. MOLA, *Giuseppe Peano, il fratello che illuminò Bertrand Russell*, Almanacco Piemontese di vita e cultura, 33, Torino, Viglongo, 2001.

Federazioni. Fu segretario della Association Eklektika Universal e presidente della Associazione Biosofica Universale. La lingua internazionale *Monario* è una rielaborazione della lingua di Peano, con lessico latino e sintassi ario-semitica. Lavagnini inviò al matematico il suo *Interlexiko Monario-italiano-français-english-deutsche*, che fu stampato a Roma nel 1926. Nel breve opuscolo è contenuta solo la sezione A-K. Egli rielaborò ulteriormente il suo progetto negli anni successivi, nell'ottica di una sempre maggior approssimazione alle lingue naturali. Scrisse infatti nella prefazione del libello succitato che era necessario che la lingua internazionale si basasse su una grammatica universale, unendo logica e naturalità, evitando però di ricorrere al latino classico, troppo complesso e difficile da apprendere. Il maggior progresso nella storia della pianificazione linguistica era stata, secondo Lavagnini, la definizione del principio della naturalità. La scoperta di un lessico comune al di sotto delle lingue esistenti in Europa, di origine indoeuropea e nella forma greco-latina o anglo-latina, lo spinse a elaborare un sistema che scoprisse all'interno delle lingue naturali, e non inventasse, una nuova struttura. Il lessico, cuore e motore di ogni lingua, non poteva però essere disgiunto dalla grammatica, una sorta di « vita » che lo anima. Le caratteristiche più evidenti della lingua sono: la presenza di una categoria scomparsa nelle lingue indoeuropee, ma presente ancora nel greco antico e nell'ebraico: il duale; tempi verbali distinti mediante l'uso di finali vocaliche; un vocabolario sostanzialmente libero fino alla definitiva approvazione di un'accademia. Anni dopo giunse a sostenere la necessità che anche le lingue etniche si avvicinassero ai sistemi artificiali, in modo da essere il più possibile regolari. Nell'archivio di Peano sono conservati due documenti inviati da Lavagnini, una propria foto con dedica e una lettera del 1926, spedita a Canesi. Essa accompagnava o seguiva di poco l'invio dell'*Interlexiko*, perché ne fornisce una interpretazione e insieme una giustificazione. Lo scopo dichiarato è quello di mettere chiunque in grado di leggere i suoi scritti e, in secondo luogo, di fornire un primo abbozzo di vocabolario comune delle lingue naturali europee. In futuro esso sarà in grado di raggiunge-

re la massima estensione "eurasica". Muove anche qualche critica al *Latino sine flexione*, definendolo "arcaico" nel vocabolario e nell'ortografia e "impacciato e imperfetto" nella grammatica. Le sue previsioni sull'accoglienza da parte del pubblico sono poi poco ottimistiche: esso non è ancora pronto e la stessa questione interlinguistica non è ancora giunta a una definizione ottimale. Profetizza almeno altri dieci, se non cinquanta, anni prima che si diffonda una coscienza condivisa in tal senso.

Sempre tra le carte del « Fondo » si trovano alcuni documenti che testimoniano i primi passi compiuti dall'International Auxiliary Language Association, che nel 1951 presentò un progetto omonimo all'*Interlingua* di Peano, cui voleva in tal modo rendere omaggio. I documenti che Peano ricevette a proposito riguardano prevalentemente il 1930. Questo fu infatti l'anno in cui si tenne a Ginevra il Congresso sulle ricerche linguistiche. Peano possedeva i verbali delle sedute, in francese, e alcuni dattiloscritti circa degli *Annexes* preparati in vista dell'incontro, in inglese. All'*Academia pro Interlingua* venne anche inviata una bozza, esplicitamente non destinata alla pubblicazione e prodotta nel 1934, che conteneva le linee guida per la cooperazione tra i diversi istituti che si occupavano di lingue internazionali (dal titolo: *A Plan for cooperative effort in favour of an international auxiliary language*). Il convegno nacque dalla volontà dell'International Auxiliary Language Association, fondata dal professor Wilhelm Ostwald nel 1924 e lautamente finanziata per molti anni da Alice Vanderbilt-Morris e dal marito. I lavori dell'associazione riguardarono la questione interlinguistica in senso lato, cioè erano volti all'analisi, secondo criteri scientifici, delle strutture delle lingue pianificate esistenti. Attirò perciò un grande numero di esperti e favorì la pubblicazione di opere bibliografiche e di moltissime traduzioni, oltre che l'organizzazione di congressi. Scopo dichiarato era la comparazione tra i diversi progetti di lingue ausiliarie, in modo da poterne poi eleggere uno adatto a essere la seconda lingua per tutti gli uomini. Questo sarebbe stato lo strumento "per lo scambio di informazioni e la diffusione delle cono-

scenze tra individui con diverse lingue materne" [21]. I criteri per la scelta di un'interlingua erano principalmente tre: facilità di apprendimento, struttura grammaticale e vocabolario adatti alla comunicazione internazionale, oltre che definiti in modo univoco e, infine, l'esistenza di un gruppo di parlanti già attivo. Al congresso di Ginevra del 1930 fu sollecitata la partecipazione dei sostenitori delle sei principali lingue pianificate del momento, *Esperanto* (Petro Stojan), *Ido* (Siegfried Auerbach), *Nov Esperanto* (René de Saussure), *Occidental* (Edgar de Wahl), *Novial* (Otto Jespersen) e *Latino sine flexione* (Peano). La finalità dell'incontro era quella di trovare un compromesso tra le proposte, il che non accadde, per cui si rimandò tutto all'anno successivo. In questa occasione, sempre nella città svizzera e in un nuovo congresso, la Commissione linguistica della IALA. presentò un'analisi dettagliata delle lingue di cui sopra e uno studio comparato delle maggiori lingue naturali del mondo occidentale, inclusa quella latina. Venne inoltre domandato ai linguisti che vi avevano preso parte cosa ne pensassero della possibile adozione di una lingua artificiale come strumento di comunicazione internazionale. Le risposte furono in larga parte positive, anche se variamente orientate. Scoperta l'impossibilità di mettere tutti d'accordo, gli anni successivi furono dedicati alla creazione di un progetto *ex novo*: quello che poi divenne l'*Interlingua* di Alexander Gode. Nell'archivio di Cuneo si può ancora leggere la corrispondenza in merito alla conferenza del 1930, in particolare in una lettera di Alice Vanderbilt-Morris a Canesi. Questi le aveva scritto nel luglio del 1928 per chiedere la sua partecipazione, oltre che un piccolo contributo, per il libro che l'ApI intendeva comporre in occasione dei settanta anni di Peano. Lei rispose vari mesi dopo, siamo già nel 1929, allegando un assegno di 25 dollari e accennando all'idea di organizzare una conferenza interlinguistica in Europa, secondo il proposito del professor Jespersen.

[21] V. BARANDOVSKÁ-FRANK, *La latina kiel interlingvo*, Dobřichovice, Kava-Pech, Akademia Libroservo, 1995, p. 131.

Il progetto cui Peano e i suoi collaboratori diedero vita non ebbe praticamente seguito dopo il suo decesso (1932). Nonostante gli sforzi di amici e allievi i riflettori sull'*Interlingua* si spensero. Eppure, grazie all'atteggiamento aperto di Peano, ancora per lungo tempo il mondo interlinguistico lo ricordò e onorò. L'A.p.I. sopravvisse ancora alcuni anni e il futuro « Fondo Gliozzi » acquisì ancora altro materiale.

Elenco degli autori

BORGA Marco, Dipartimento di Matematica, Università, via Dodecaneso 35, I 16146 Genova
e-mail: borga@dima.unige.it

BRIGAGLIA Aldo, Dipartimento di Matematica e applicazioni, Università di Palermo, via Archirafi 34, I 90100 Palermo
e-mail: brig@dipmat.unipa.it

CANEPA Giuseppe, via B. Martino da Pegli 6/1, I 16156 Genova
e-mail: pat.giuseppe@libero.it

CANTÙ Paola, via Oglio 28, I 20139 Milano
e-mail: paola.cantu@unimi.it

DELL'AGLIO Luca, Dipartimento di Matematica, Università della Calabria, via Pietro Bucci - 87036 Arcavacata di Rende (CS)
e-mail: dellaglio@unical.it

DEMIDOV Sergej, Vavilov Institut for the History of Science and Technology, Moscow 1/5 Staropansky St. 103012 Moscow (Russia)
e-mail: serd@ssd.pvt.msu.su

DE ZAN Mauro, Centro Studi G. Vailati, Liceo classico Rachetti, via Giardino 4, 26013 Crema
e-mail: dezan.mauro@gmail.com

FENAROLI Giuseppina, Dipartimento di Matematica, Università, via Dodecaneso 35, I 16146 Genova
e-mail: fenaroli@dima.unige.it

FERRERA Giuseppe, Istituto Tecnico Vittorio Emanuele II, Genova
e-mail giuseppe.ferrera@ gmail.com

FURINGHETTI Fulvia, Dipartimento di Matematica, Università, via Dodecaneso 35, I 16146 Genova
e-mail: furinghetti@dima.unige.it

GAGLIARDI Giulia, e-mail: giuliagagliardi08@libero.it

GANDON Sébastien, Département de Philosophie, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand (France)
e-mail: Sebastien.GANDON@univ-bpclermont.fr

GARIBALDI Antonio Carlo, Dipartimento di Matematica, Università, via Dodecaneso 35, I 16146 Genova
e-mail: garibald@dima.unige.it

GIACARDI Livia, Dipartimento di Matematica G. Peano, Università di Torino, via C. Alberto, 10, 10123 Torino
e-mail: livia.giacardi@unito.it

GOBBO Federico, Dipartimento di Informatica e Comunicazione, Università dell'Insubria, via Mazzini 5, 21100 Varese
e-mail: federico.gobbo@uninsubria.it

GUERRAGGIO Angelo, Dipartimento di Economia, Università dell'Insubria, via Monte Generoso 71, 21100 Varese
e-mail: angelo.guerraggio@uninsubria.it

LUCIANO Erika Dipartimento di Matematica G. Peano, Università di Torino, via C. Alberto, 10, 10123 Torino
e-mail: erika.luciano@unito.it

MINNAJA Carlo, Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata, Università di Padova, via Trieste 63, 35121 Padova
e-mail: carlo.minnaja@ais-sanmarino.org

PACCAGNELLA Laura Gilda, Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata, Università di Padova, via Trieste 63, 35121 Padova
e-mail: laurap@math.unipd.it

PASINI Enrico, Dipartimento di Filosofia, Università di Torino, via S. Ottavio 20, I 10124 Torino
e-mail: enrico.pasini@unito.it

PERRIN Yvette, Laboratoire de Mathématiques, Université Clermont II, Clermont-Ferrand (France)
e-mail: yvette.perrin1@orange.fr

ORTICA Maria, Liceo Classico C. Colombo, Genova
e-mail: maria.ortica@libero.it

QUARANTA Mario, e-mail: m.quaranta@psicologia.it

ROERO Clara Silvia, Dipartimento di Matematica G. Peano, Università di Torino, via C. Alberto, 10, 10123 Torino
e-mail: clarasilvia.roero@unito.it

SALLENT DEL COLOMBO Emma, Departament de Física Fonamental, Universitat de Barcelona, Diagonal 649, E-08028 Barcelona (Spagna)
e-mail: emma.sallent@ub.edu

SMITH James T., 1363 27th Avenue, San Francisco, CA 94122 USA
e-mail: smith@math.sfsu.edu

Fonti Iconografiche

1. Giuseppe Peano negli anni 1880, BSM Torino.
2. Mario Pieri, per gentile concessione della famiglia.
3. Cesare Burali-Forti, per gentile concessione della famiglia.
4. Giovanni Vailati, per gentile concessione del Centro Vailati.
5. Rodolfo Bettazzi, per gentile concessione della famiglia.
6. Alessandro Padoa, BSM Torino.
7. Gino Fano, BSM Torino.
8. Giovanni Vacca, per gentile concessione del figlio.
9. Giuseppe Peano con allievi e colleghi a Superga nel 1928, per gentile concessione della famiglia Chinaglia.
10. Tommaso Boggio, BSM Torino.
11. Alberto Tanturri, per gentile concessione della famiglia.
12. Ugo Cassina, BSM Torino.
13. Mario Gliozzi, per gentile concessione della famiglia.
14. Nicola Mastropaolo, per gentile concessione della figlia.
15. Tina Pizzardo, BSM Torino.
16. Rosa Boccalatte, per gentile concessione della famiglia.
17. Maria Cibrario, BSM Torino.
18. La terrazza a Cavoretto con la curva di G. Peano, per gentile concessione di Marco Bernardi.
19. Peano a Cavoretto accanto al torchio tipografico, BSM Torino.
20. Peano con allievi e insegnanti nel 1928, per gentile concessione della famiglia Chinaglia.
21. Giuseppe Peano nel 1931, BSM Torino.

Indice dei Nomi

INDICE

ATTI DEL CONGRESSO INTERNAZIONALE DI STUDI

Torino, 6-7 ottobre 2008